sochinenij: V 6 t. T. 2: Myshlenie i rech' [*Collected Works: in 6 vol. Vol.2. Thought and Speech*]. M.: Pedagogika, 1982.
6. Metodika obucheniya geometrii: uchebnoe posobie dlja stud. vyssh. ped. ucheb. zavedenij [Method of teaching geometry] / V.A.Gusev, V.V.Orlov, V.A.Panchishina i dr. Pod red. V.A.Guseva. M.: «Akademija», 2004.
7. Kholodnaya M.A. Psikhologiya intellekta. Paradoksy issledovaniya. [Psychology of intelligence. Paradoxes research]. SPb.: Piter, 2002. 264 s.
8. Vygotskii L.S. Sobranie sochinenii: V 6 t. T. 4: Detskaja psihologija [*Collected Works: in 6 vol. Vol.4. Child psychology*]. M.: Pedagogika, 1984.
9. Ustilovskaya A.A. Psikhologicheskie mekhanizmy preodoleniya znakovoi naturalizatsii ideal'nogo soderzhaniya geometricheskikh ponyatii [Psychological mechanisms of overcoming of sign naturalization of the ideal content of geometrical concepts]: diss. ...kand. psikh. nauk. M., 2008. 160 s.
10. Shchedrovitskii G. P. Izbrannye trudy [Selected works]. M.: Shk.Kul't.Polit., 1995. 800 s.
11. Kuzovlev V.P. Osnovy geometrii: uchebnoe posobie dlja 5-6 klassov [Basics of geometry]. Elec: EGU im. I.A. Bunina, 2011. 150 s.

УДК 378.147

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБРАЩЕННЫХ ЗАДАЧ В ПРЕПОДАВАНИИ «ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ» БУДУЩИМ ЭКОНОМИСТАМ

Олеся Михайловна Абрамова
к.п.н., доцент
olesia144@mail.ru
г. Арзамас

Арзамасский филиал
Нижегородского
государственного университета
им. Н.И. Лобачевского

Аннотация. В статье раскрываются методические особенности приема обращения задач в процессе дополнительной работы над задачей при обучении «Линейной алгебре» будущих экономистов, способствующего развитию креативности обучаемых, приводятся конкретные примеры. Представлены цель, задачи и результаты изучения дисциплины «Линейная алгебра», соответствующие требованиям ФГОС. Выявлена сущность и взаимосвязь между обратными и обращёнными задачами. Раскрывается их дидактическая ценность в обучении математике, развитии творческих способностей и гибкости мышления обучающихся. Подчёркиваются перспективы и возможности использования в вузовской методике обучения математике обращённых задач.

Ключевые слова: прямая задача, обратная задача, обращённая задача, процесс обращения, студенты-экономисты, гибкость мышления.

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» (уровень бакалавриата), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 12 ноября 2015 г №1327 [3], при разработке компетентностно-ориентированного учебного плана профессиональные компетенции, относящиеся к трём областям деятельности, должны формироваться рядом математических дисциплин, дающих теоретическую базу для решения различных экономических задач:

а) в области расчетно-экономической деятельности:

- способность собирать и анализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-1);
- способность выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами (ПК-3);

б) в области аналитической и научно-исследовательской деятельности:

- способность на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и экономические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты (ПК-4);
- способность анализировать и интерпретировать финансовую, бухгалтерскую и иную информацию, содержащуюся в отчетности предприятий различных форм собственности, организаций, ведомств и т.д. и использовать полученные сведения для принятия управленческих решений (ПК-5);
- способность использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии (ПК-8);

в) в области организационно-управленческой деятельности:

- способность использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии (ПК-10);

г) в области педагогической деятельности:

- способность использовать в преподавании экономических дисциплин в образовательных учреждениях различного уровня, существующие программы и учебно-методические материалы (ПК-12);
- способность принять участие в совершенствовании и разработке учебно-методического обеспечения экономических дисциплин (ПК-13).

Одной из дисциплин, соответствующих данным требованиям ФГОС, является дисциплина «Линейная алгебра». В этой связи цель и задачи преподавания данной дисциплины возможно сформулировать следующим образом.

Цель преподавания дисциплины: формирование профессиональной компетентности студентов на основании знания теоретических основ линейной алгебры, освоения математических приемов и правил формального анализа и навыков решения различных математических задач.

Задачи преподавания дисциплины:

1. Подготовить студентов к чтению современных текстов по экономической теории, насыщенных матричными, векторными и операторными обозначениями.

2. Научить студентов давать геометрическую интерпретацию многомерным объектам и строить аналитическое описание геометрических соотношений.

3. Сформировать у студентов навыки решения типовых задач, способствующих усвоению основных понятий, а также задач, способствующих развитию начальных навыков научного исследования.

4. Развить умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

5. Обеспечить запросы других разделов математики, использующих возникающие в линейной алгебре конструкции.

Планируемые результаты освоения дисциплины «Линейная алгебра». Обучающийся должен:

знать основные понятия и инструменты матричной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии, применяемые в экономических исследованиях;

уметь применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для исследования объектов профессиональной деятельности, построения экономико-математических моделей и решения экономических задач;

владеть навыками решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии; навыками применения инструментария линейной алгебры и аналитической геометрии для решения экономических задач; методикой построения и анализа экономико-математических моделей.

Для достижения указанной цели и решения поставленных задач образовательный процесс в своей структуре сочетает традиционные методические средства задачной технологии и современные средства интерактивного обучения для организации познавательной деятельности студентов посредством решения задач развивающего назначения, к которым по праву можно отнести обращённые задачи.

Под *обращением математической задачи* будем понимать последовательное видоизменение её путём извлечения из её условия части или даже всех данных и включения их в требование; при этом из него, соответственно, исключаются несколько или все найденные искомые и переводятся в условие. *Обращённой задачей* будем называть задачу, в которой по сравнению с исходной задачей при сохранении сюжета искомое или несколько искомых входят в состав её условия, а один или несколько элементов условия становятся искомым. А задача, в которой все условия прямой задачи стали её требованием и наоборот, всё требование стало её условием, будет уже *обратной* по отношению к исходной. Можно сказать, что обратная задача получается в предельном случае обращения исходной задачи [1].

Приём обращения задачи содержит в себе значительный дидактический и развивающий потенциал. О том, что он далеко не полностью используется в учебном процессе, упоминали многие педагоги-математики: А.К. Артёмов, В.Г. Болтянский, Г.В. Дорофеев, М.И. Зайкин, В.А. Крутецкий, В.В. Репьёв, Г.И. Саранцев, Л.М. Фридман и др.

Синтезируя различные мнения, выделим следующее.

Во-первых, составление и решение обращённых задач способствует лучшему пониманию структуры математической задачи, обеспечивает более глубокое осознание тех взаимосвязей и отношений, которые свойственны задачной ситуации, позволяет студентам как бы заглянуть внутрь структуры задачи и увидеть взаимосвязи её данных, данных и искомых и тем самым понять её математическую сущность. Умение решать прямую и обращенные задачи являются важным показателем достигнутой студентом глубины понимания изучаемого материала.

Во-вторых, такая работа над уже решённой задачей приобщает обучающихся к математическому творчеству, способствует развитию их креативности, поскольку процесс обращения адекватен процессу исследования определенной проблемы и обеспечивает формирование у студентов умений, необходимых для выполнения творческих исследовательских работ.

В-третьих, что на наш взгляд является наиболее важным в условиях развивающей образовательной парадигмы, ценность приёма обращения заключается в превращении прямой связи мыслей в обратную связь, что способствует развитию такого фундаментального умственного качества как гибкость мышления. При традиционной методике обучения математике, основанной на решение однотипных задач, какими бы сложными они ни были, мышление обогащается преимущественно цепью переходов между мыслями одного направления, что способствует формированию конвергентного мышления, но никак не дивергентного, так необходимого современному человеку. Более того в процессе обращение математических задач учащимся приходится осуществлять целенаправленный перебор различных комбинаций из элементов условия и требования задачи, получение которых не ограничивается конечным числом шагов, а предполагает их выбор из многочисленных вариантов, что содействует развитию комбинаторных умений студентов. Кроме этого, в ходе такой работы им постоянно приходится контролировать правильность выбора новых данных и искомых задачи, обосновывать свой выбор, всё это способствует формированию таких мыслительных операций, как анализ, синтез, сравнение, обобщение, конкретизация и др., что в свою очередь оказывает влияние на развитие такого качества мышления, как логичность. В некоторых случаях, в итоге обращения задачи, возможно, получение неразрешимой задачи или задачи с избыточными данными, поэтому такие условия ставят обучающегося перед необходимостью взвесить и оценить каждое возможное решение вновь полученных обращённых задач, чтобы избежать ошибки. Выработка этого умения, на наш взгляд, способствует развитию критичности мышления.

В-четвертых, в процессе обращения задачи и последующего решения обращённых задач происходит формирование действий, необходимых для овладения общим умением решать задачи: извлекать информацию из условия и требования задачи, вычленять отдельные элементы и комбинировать их, переформулировать условие и требование, выводить следствия, работать с математическими моделями задачи, а также умение формулировать новую задачу.

И наконец, в-пятых, подходы к поиску решения обращённых задач нередко отличаются от тех, что использовались при поиске решения исходной задачи, а знакомство с ними существенно обогащает математическую культуру и кругозор студентов [2].

Проиллюстрируем сказанное на конкретных примерах.

1. Восстановите пропуски:

а) $\begin{pmatrix} 2 & ... \\ ... & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} ... & 0 \\ 5 & ... \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 17 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 8 \\ 2 & -4 & 16 \\ -3 & 1 & -9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ... & ... & 5 \\ ... & 1 & ... \\ 3 & ... & ... \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Дана матрица $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. Установить, в какую степень возведена матрица M, если $M^{?} = \begin{pmatrix} 21 & 24 & 24 \\ 20 & 25 & 28 \\ 36 & 36 & 45 \end{pmatrix}$.

3. Зная, что $A^2 = \begin{pmatrix} 19 & -15 \\ 10 & -6 \end{pmatrix}$ восстановить исходную матрицу $A = \begin{pmatrix} ... & ... \\ ... & ... \end{pmatrix}$.

4. Найти матрицу А, если $A(3A^T + E) = \begin{pmatrix} ... & ... \\ ... & ... \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & -12 \\ -3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & -31 \\ -34 & 62 \end{pmatrix}$.

5. Найдите матрицу А, если обратная для неё матрица $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

6. Укажите минор, какого элемента найден и заполните пропуски, если:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 1 \\ 3 & 0 & 9 & 3 \end{vmatrix}, \text{ а } M... = \begin{vmatrix} ... & 2 & 4 \\ 1 & ... & 5 \\ 3 & 9 & ... \end{vmatrix} = 48.$$

7. Заполните пропуски: $\begin{vmatrix} 1 & 0 & ... \\ -2 & 1 & -3 \\ 1 & ... & -2 \end{vmatrix} = -17.$

8. Восстановите индексы алгебраических дополнений элементов матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, если $A... = \begin{vmatrix} 1 & ... \\ ... & 2 \end{vmatrix} = -4$; $A... = -\begin{vmatrix} 1 & ... \\ ... & 1 \end{vmatrix} = -5$; $A... = -\begin{vmatrix} ... & 2 \\ 3 & ... \end{vmatrix} = 7$;

$$A_{...} = \begin{vmatrix} 1 & ... \\ ... & 4 \end{vmatrix} = 8; \quad A_{...} = \begin{vmatrix} 3 & ... \\ -2 & ... \end{vmatrix} = 7; \; A_{...} = \begin{vmatrix} ... & -1 \\ 1 & ... \end{vmatrix} = 9; \quad A_{...} = -\begin{vmatrix} 2 & ... \\ ... & 4 \end{vmatrix} = -6;$$

$$A_{...} = \begin{vmatrix} ... & 2 \\ 2 & ... \end{vmatrix} = -6; \; A_{...} = -\begin{vmatrix} 3 & ... \\ ... & 4 \end{vmatrix} = -10;$$

9. При каких значениях переменных x, y, z обратится в нуль определитель

$$\begin{vmatrix} x & 0 & x^2 \\ 0 & y & 0 \\ z & 0 & z^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Целесообразно предлагать студентам обратные задачи на составление системы уравнений по заданным корням, чтобы они не только умели решать готовые системы уравнений, но и научились составлять хотя бы несложные системы уравнений. При составлении системы уравнений по заданному корню обучающиеся пользуются свойствами уравнений и тождественными преобразованиями, но уже в ином аспекте, не для упрощения, как было при решении системы уравнений, а для усложнения исходного выражения.

10. Составить систему двух уравнений первой степени с двумя неизвестными, чтобы решением системы являлись значения x=-4, y=5.

Конечно, очень важно снова и снова заявлять о необходимости развития мышления студентов средствами решения нестандартных задач, требующих выбора пути решения и др., в то время как в учебном процессе в вузе традиционно используются задачи, решаемые по заданному алгоритму.

В заключение заметим, что эффективность описанной выше методики использования обращенных задач в образовательном процессе была подтверждена экспериментально.

Список литературы

1. Абрамова О.М. Обращение школьной задачи как основа современных технологий обучения в математическом образовании // Педагогика и просвещение. – 2014. – №3. –С.30-41.
2. Зайкин М.И., Абрамова О.М. О функциональных и структурных отличиях понятий обратной и обращённой задачи // Мир науки, культуры, образования. – 2012. – №6(37). – С.152 – 154.
3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» (уровень бакалавриата). Утвержден приказом Министерства образования и науки РФ от 12 ноября 2015 г. №1327 [электронный ресурс]. URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/380301.pdf (дата обращения 29.03.17).

USE OF THE TURNED TASKS IN TEACHING "LINEAR ALGEBRA" TO FUTURE ECONOMISTS

O. Abramova
Cand. Sci. (Pedagogy), associate professor
olesia144@mail.ru
Arzamas

Arzamas branch Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod – National Research University

Summary. In article the educational value of the address of tasks reveals as one of methods of additional work on a task when training in the "Linear algebra" of future economists promoting development of creativity of trainees concrete examples are given. The purpose, tasks and results of development of discipline "Linear algebra" conforming to requirements of FGOS are presented. The entity and correlation between the reverse and turned tasks is revealed. Their didactic value in mathematical formation, development of creative abilities and flexibility of thinking of students reveals. Prospects and possibilities of use in high school practice of training in mathematics of the turned tasks which students have to be able to solve that it was possible to consider their mathematical education full are emphasized.

Key words: a direct task, the return task, the turned task, process of the address, economists, flexibility of thinking.

References

1. Abramova O.M. (2014) Obrashchenie shkol`noi` zadachi kak osnova sovremenny`kh tekhnologii` obucheniia v matematicheskom obrazovanii [The treatment of school tasks as the basis of modern technologies of teaching in mathematical education] Pedagogy and education. №3, pp. 30-41.
2. Zai`kin M.I., Abramova O.M. (2012) O funktcional`ny`kh i strukturny`kh otlichiiakh poniatii` obratnoi` i obrashchyonnoi` zadachi [On the functional and structural differences between the concepts of backlink and facing challenges] The world of science, culture, education. №6 (37), pp. 152-154.
3. Federal`ny`i` gosudarstvenny`i` obrazovatel`ny`i` standart vy`sshego obrazovaniia po napravleniiu podgotovki 38.03.01 «E`konomika» (uroven` bakalavriata). Utverzhden prikazom Ministerstva obrazovaniia i nauki RF ot 12 noiabria 2015 g. №1327 [Electronic resource] [Take the Test. Sample Questions from OECD's PISA Assessments. - OECD 2009]. URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/380301.pdf (Accessed: 12.12.2017)