mnogogranniki N`iutona [Local uniformization of branches of a space curve and Newton polyhedra] // Algebra and Analiz. Vol. 3, no. 1. P. 67-102.
2. Soleev A. (1982) Algoritm vy`chisleniia mnogogrannikov N`iutona [Algorithm for calculating Newton polyhedra] // Reports of the Academy of Sciences of Uzbekistan, No. 5. C. 14--16.
3. Khinchin A.Ya. (1961) Tcepny`e drobi [Chain fractions]. Moscow: Fizmatgiz.
4. Gantmakher F.R. (2005) Teoriia matritc [Theory of matrices]. 5 th edition, Moscow, Nauka.
5. Soleev A., Soleeva N. (2013) Power geometry and algebraic equations // AIP Conference Proceedings. 1557. 85.
6. Khovansky A.G. (1983) Mnogogranniki N`iutona [Newton's polyhedra] // Modern problems of mathematics. T. 22. Results of science and technology. M.: VINITI. S. 206-239.

УДК 517.956

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СМЕШАННО-СОСТАВНОГО УРАВНЕНИЯ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ, ФУНКЦИОНАЛЬНЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ И ОПЕРЕЖЕНИЕМ

Александр Николаевич Зарубин
д.ф.-м.н., профессор
matdiff@yandex.ru
г. Орел
Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева

Елена Викторовна Чаплыгина
к.ф.-м.н., доцент
lena260581@yandex.ru
г. Орел
Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева

Аннотация. Исследуется задача Трикоми для смешанно-составного уравнения с дробной производной, функциональным запаздыванием и опережением. Построено общее решение уравнения. Доказана теорема единственности.

Ключевые слова: уравнения смешанно-составного типа, задача Трикоми, оператор дробного интегрирования, разностный оператор.

Рассмотрим уравнение

$$\boldsymbol{L}V(x,y) \equiv \boldsymbol{L}(A(x)u(\alpha_1(x),y) - B(x)u(\alpha_1^2(x),y) + C(x)u(\alpha_2^2(x),y)) = 0, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{L} \equiv \partial^2/\partial x^2 + H(-y)\partial^2/\partial y^2 - H(y)\boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha} - \boldsymbol{P}_y^{\tau}H(y)$ - дифференциально-разностный оператор смешанного типа, в котором $\boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha}$ - оператор [1, с.43] дробного интегродифференцирования порядка α, $0<\alpha<1$, действующий на функцию $V(x,y)$ по переменной y, определяемый соотношением

$$\boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha}V(x,\xi) = \frac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha-1}V(x,\xi) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\frac{\partial}{\partial y}\int_0^y (y-\xi)^{-\alpha}V(x,\xi)d\xi;$$

$\Gamma(x)$ – гамма-функция [2, с.947]; $\boldsymbol{P}_y^{\tau}$ -оператор сдвига по y: $\boldsymbol{P}_y^{\tau}V(x,y) = V(x,y-\tau)$ $(0<\tau\equiv const)$; $H(\xi)$ – функция Хевисайда; $A(x), B(x), C(x)$ – непрерывные достаточно гладкие функции; $\alpha_1(x)$ и $\alpha_2(x)$ - сохраняющие ориентацию взаимно обратные диффеоморфизмы класса C^2, удовлетворяющие условиям $\alpha_1'(x)>1\,(\alpha_1'(x)<1)$, $\alpha_1(x)<x$ и $\alpha_2'(x)<1\,(\alpha_2'(x)>1)$, $\alpha_2(x)>x$, то есть представляющие собой соответственно растягивающе (сжимающе)-запаздывающее и сжимающе (растягивающе)-опережающее отображения, для которых выполняются тождества

$$\alpha_{3-j}(\alpha_j(x)) = x,\ j = 1,2, \tag{*}$$

где x принадлежит области определения отображения α_j, причем $x_0 = 0$, а x_n определены корректно, согласно (*), любым из следующих равносильных равенств:

$$x_n = \alpha_1(x_{n+1}),\ x_{n+1} = \alpha_2(x_n)$$

(здесь и далее обозначено $\alpha_j^m(x) \equiv \underbrace{\alpha_j(\alpha_j(...(\alpha_j(x))...))}_{m\ раз}$, если $m > 0,\ \alpha_j^0(x) \equiv x;$ $\alpha_j^m(x) \equiv \underbrace{\alpha_{3-j}(\alpha_{3-j}(...(\alpha_{3-j}(x))...))}_{-m\ раз}$, если $m < 0,\ j = 1,2$), в области D с линией изменения типа $I = \{(x,y): x_0 < x < x_3,\ y = 0\}$; $D^+ = D_0^+ \cup D_1^+ \cup D_2^+ \cup J = \{(x,y): x_0 < x < x_3, 0 < y\}$, $D^- = D_0^- \cup D_1^- \cup D_2^-$ − соответственно «параболическая» и эллиптическая части области D, причем $D_k^+ = \{(x,y): x_k < x < x_{k+1},\ y > 0\}\ (k = \overline{-2,4})$; D_k^- − односвязная область при $y \le 0$ $(k = \overline{-2,4})$, ограниченная простой дугой Ляпунова $y = -\rho_k(x) \equiv -\sqrt{\alpha_1^k(x)(x_1 - \alpha_1^k(x))}$ $(k = 0,1,2)$ и отрезком $[x_k, x_{k+1}]$ оси абсцисс; $J = J_1 \cup J_2$, где $J_k = \{(x,y): x = x_k, y > 0\}\ (k = 1, 2)$.

Пусть $D_k = D_k^+ \cup D_k^- \cup I_k$, где $I_k = \{(x,y): x_k < x < x_{k+1},\ y = 0\}$ $(k = \overline{-2,4})$, то есть

$$D = D^+ \cup D^- \cup I = \bigcup_{k=0}^{2}(D_k^+ \cup D_k^- \cup I_k) \cup J = \bigcup_{k=0}^{+\infty} D_k \cup J.$$

Решение $u(x,y)$ уравнения (1) будем называть регулярным в области D, если $\boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha-1}u(x,\xi) \in C(\overline{D}^+),\ u(x,y) \in C(\overline{D}^-)$,
$y^{1-\alpha}\boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha}u(x,\xi) \in C(D^+ \cup I),\ u_{xx}(x,y) \in C(D \setminus (I \cup J)),\ u_{yy}(x,y) \in C(D^-)$.

Задача Т. В области D найти регулярное решение $u(x,y)$ уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям $u(x_0,y) = u(x_3,y) = 0,\ y \ge 0,$ (2)

$$u(x,y)\big|_{y=-\rho_k(x)} = \varphi_k(x),\ \ x_k \le x \le x_{k+1}\ (k = 0,1,2), \tag{3}$$

$$u(x,y) = r(x,y),\ (x,y) \in \overline{D_{-2} \cup D_{-1}}, \tag{4}$$

$$u(x,y) = q(x,y),\ (x,y) \in \overline{D_3 \cup D_4}; \tag{5}$$

условиям сопряжения $\lim\limits_{y\to 0-} u(x,y) = \lim\limits_{y\to 0+} \boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha-1}u(x,\xi) = \omega(x),\ x_0 \le x \le x_3,$ (6)

$$\lim_{y\to 0-} u_y(x,y) = \lim_{y\to 0+} y^{1-\alpha}\boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha}u(x,\xi) = \nu(x),\ x_0 < x < x_3,\ x \ne x_1, x_2; \tag{7}$$

условиям согласования

$$\varphi_3(x_3) = \varphi_0(x_0) = 0,\ \varphi_k(x_{k+1}) = \varphi_{k+1}(x_{k+1})\ (k = 0,1),\ B(x_3) = C(x_0) = 0,$$

$$r(x_k,y) = 0\ (k = -2,-1,0),\ q(x_k,y) = 0\ (k = 3,4,5), \tag{8}$$

где $A(x), B(x), C(x),\ \varphi_k(x)\ (k = 0,1,2),\ r(x,y),\ q(x,y),\ \alpha_1(x), \alpha_2(x)$ − заданные непрерывные достаточно гладкие функции. Положив

$$V(x,y)=A(x)u(\alpha_1(x),y)-B(x)u(\alpha_1^2(x),y)+C(x)u(\alpha_2^2(x),y), \tag{9}$$

приведем уравнение (1) к системе

$$\begin{cases} \boldsymbol{L}V(x,y)\equiv V_{xx}(x,y)+H(-y)V_{yy}(x,y)-H(y)\boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha}V(x,\xi)-H(y-\tau)V(x,y-\tau)=0,\,(x,y)\in D; & (10)\\ A(x)u(\alpha_1(x),y)-B(x)u(\alpha_1^2(x),y)+C(x)u(\alpha_2^2(x),y)=V(x,y),\,(x,y)\in D; & (11)\end{cases}$$

которую в терминах функций

$$V_k^{\pm}(x,y)=V(x,y),(x,y)\in D_k^{\pm}\ (k=0,1,2), \tag{12}$$

$$u_k^{\pm}(x,y)=u(x,y),\,(x,y)\in D_k^{\pm}\ (k=0,1,\,2), \tag{13}$$

с учетом (6), (7), (10), (11), можно записать в форме матричной системы

$$\begin{cases} \boldsymbol{L}\overline{V}(x,y)\equiv \overline{V}_{xx}(x,y)+H(-y)\overline{V}_{yy}(x,y)-H(y)\boldsymbol{D}_{oy}^{\alpha}\overline{V}(x,\xi)-H(y-\tau)\overline{V}(x,y-\tau)=0,\,(x,y)\in D_0^{\pm}; & (14)\\ R(x)\overline{u}^{\pm}(x,y)-\overline{\Phi}(x,y)=\overline{V}(x,y),\,(x,y)\in D_0^{\pm}; & (15)\end{cases}$$

где

$$\overline{V}(x,y)=(V_0^{\pm}(x,y),V_1^{\pm}(\alpha_2(x),y),V_2^{\pm}(\alpha_2^2(x),y))^T, \tag{16}$$

$$\overline{u}^{\pm}(x,y)=(u_0^{\pm}(x,y),u_1^{\pm}(\alpha_2(x),y),u_2^{\pm}(\alpha_2^2(x),y))^T \tag{17}$$

$$R(x)=(\overline{R}_0(x),\overline{R}_1(x),\overline{R}_2(x))^T, \tag{18}$$

$$\overline{\Phi}(x,y)=(\Phi_0(x,y),\,\Phi_1(x,y),\,\Phi_2(x,y))^T, \tag{19}$$

причем компоненты матрицы $R(x)$ из (18) и вектор-функции $\overline{\Phi}(x,y)$ из (19) имеют вид:

$$\overline{R}_0(x)=(0,\ 0,C(x)),\,\Phi_0(x,y)=B(x)r(\alpha_1^2(x),y)-A(x)r(\alpha_1(x),y),$$

$$\overline{R}_1(x)=(A(\alpha_2(x)),0,\ 0),\,\Phi_1(x,y)=B(\alpha_2(x))r(\alpha_1(x),y)-C(\alpha_2(x))q(\alpha_2^3(x),y),$$

$$\overline{R}_3(x)=(-B(\alpha_2^2(x)),A(\alpha_2^2(x)),\ 0),\,\Phi_2(x,y)=-C(\alpha_2^2(x))q(\alpha_2^4(x),y).$$

Если определитель $|R(x)|\neq 0,\,x_0\le x\le x_1,$ то единственное решение задачи T в области D в терминах функций (12), (13), (16), (17) может быть получено из (15) в форме

$$\overline{u}^{\pm}(x,y)=R^{-1}(x)(\overline{\Phi}(x,y)+\overline{V}(x,y)),\,(x,y)\in D_0^{\pm},$$

где обратная матрица $R^{-1}(x)=(\overline{R}_0^{-1}(x),\overline{R}_1^{-1}(x),\overline{R}_2^{-1}(x))^T$ имеет компоненты

$$\overline{R}_0^{-1}(x)=|R(x)|^{-1}\,(0,C(x)A(\alpha_2^2(x)),0),\ \overline{R}_1^{-1}(x)=|R(x)|^{-1}\,(0,C(x)B(\alpha_2^2(x)),C(x)A(\alpha_2(x))),$$

$\overline{R}_2^{-1}(x)=|R(x)|^{-1}\,(A(\alpha_2(x))A(\alpha_2^2(x)),0,0)$ и $|R(x)|=C(x)A(\alpha_2(x))A(\alpha_2^2(x))$, а для $\overline{V}(x,y)$, согласно (2)-(8) и равенства (9), должна быть решена

Задача $\mathbf{T}_{\overline{V}}$. Найти в области $D_0=D_0^{+}\cup D_0^{-}\cup I_0$ регулярное решение $\overline{V}(x,y)$ уравнения (14), удовлетворяющее краевым условиям

$$\overline{V}(x_0,y)=\overline{V}(x_1,y)=0,\,y\ge 0, \tag{20}$$

$$\overline{V}(x,y)\Big|_{y=-\rho_0(x)}=R(x)\overline{\varphi}(x)-\overline{\Phi}(x,-\rho_0(x)),\,x_0\le x\le x_1, \tag{21}$$

условиям сопряжения $\lim\limits_{y\to 0-}\overline{V}(x,y)=\lim\limits_{y\to 0+}\boldsymbol{D}_{0y}^{\alpha\text{-}1}\overline{V}(x,\xi)=R(x)\overline{\omega}(x)-\overline{\Phi}(x,0),\,x_0\le x\le x_1,$ (22)

$$\lim_{y\to 0-}\overline{V_y}(x,y)=\lim_{y\to 0+}y^{1-\alpha}\boldsymbol{D}_{0y}^{\alpha}\overline{V}(x,\xi)=R(x)\overline{\nu}(x)-\overline{\Phi}_y(x,0),\,x_0<x<x_1, \tag{23}$$

условию согласования $\overline{V}(x_0, x_0) = 0,$ где $\overline{\varphi}(x) = (\varphi_0(x), \varphi_1(\alpha_2(x)), \varphi_2(\alpha_2^2(x)))^T$ – заданная непрерывная достаточно гладкая вектор-функция, а $\overline{\omega}(x) = (\omega(x), \omega(\alpha_2(x), \omega(\alpha_2^2(x)))^T$, $\overline{\nu}(x) = (\nu(x), \nu(\alpha_2(x)), \nu(\alpha_2^2(x)))^T$ –вектор - функции подлежащие определению.

Теорема. Если $A(x), B(x), C(x), \alpha_1(x), \alpha_2(x) \in C[x_0, x_3] \cap C^2(x_0, x_3),$ $\varphi_k(x) \in C[x_k, x_{k+1}] \cap C^2(x_k, x_{k+1})$ $(k = 0,1,2);$ $r(x, y) \in C(\overline{D_{-2} \cup D_{-1}}) \cap C^2(D_{-2} \cup D_{-1}),$

$q(x, y) \in C(\overline{D_3 \cup D_4}) \cap C^2(D_3 \cup D_4),$ абсолютно интегрируемы на своих промежутках; $B(x_3) = C(x_0) = 0,$ $\varphi_0(x_0) = \varphi_3(x_3) = 0,$ $\varphi_k(x_{k+1}) = \varphi_{k+1}(x_{k+1})$ $(k = 0,1);$ $r(x_k, y) = 0$ $(k = -2,-1,0),$ $q(x_k, y) = 0$ $(k = 3,4,5)$, то имеется единственное решение задачи Т.

Доказательство. Единственность решения задачи Т для уравнения (1) в области D следует из того, что однородная задача Т имеет тривиальное решение $\overline{u}^{\pm}(x, y) \equiv 0$ в области $\overline{D}_0^{\pm}$ при условии, что однородная задача $T_{\overline{V}}$ имеет в области $\overline{D}_0^{\pm}$ тривиальное решение $\overline{V}(x, y) \equiv 0$. Доказательство основано на установлении знакоопределенности интеграла $\overline{\beta} = \int_{x_0}^{x_1} [R(x)\overline{\omega}(x) - \overline{\Phi}(x,0)] \cdot [R(x)\overline{\nu}(x) - \overline{\Phi}_y(x,0)] dx.$

Лемма 1. Если $\overline{\varphi}(x), \overline{\omega}(x) \in C[x_0, x_1] \cap C^2(x_0, x_1),$ $\overline{\omega}(x_0) = \overline{\omega}(x_1) = \overline{\varphi}(x_0) = \overline{\varphi}(x_1) = 0,$ то существует единственное решение $\overline{V}^-(x, y) \in C(\overline{D}_0^-) \cap C^2(D_0^-)$ задачи Дирихле (14_1), (20), (21), (23) вида

$$\overline{V}^-(x, y) = \sum_{m=0}^{+\infty} ((\boldsymbol{P}_x^{2i\rho_0(x)})^m \boldsymbol{P}_x^{-iy} - (\boldsymbol{P}_x^{2i\rho_0(x)})^{m+1} \boldsymbol{P}_x^{iy})[R(x)\overline{\omega}(x) - \overline{\Phi}(x,0)] +$$

$$+ \sum_{m=0}^{+\infty} (\boldsymbol{P}_x^{2i\rho_0(x)})^m (\boldsymbol{P}_x^{i(\rho_0(x)+y)} - \boldsymbol{P}_x^{i(\rho_0(x)-y)})[R(x)\overline{\varphi}(x) - \overline{\Phi}(x, -\rho_0(x))]. \tag{24}$$

Функциональное соотношение между $\overline{\omega}(x)$ и $\overline{\nu}(x)$, привнесенное из D_0^- на линию изменения типа $I_0 = \{(x, y) : x_0 < x < x_1, \ y = 0\},$ получим из (24), учитывая (23):

$$(1 - \boldsymbol{P}_x^{2i\rho_0(x)})(R(x)\overline{\nu}(x) - \overline{\Phi}_y(x,0)) = i(1 + \boldsymbol{P}_x^{2i\rho_0(x)})\left(\frac{d}{dx}(R(x)\overline{\omega}(x) - \overline{\Phi}(x,0))\right) -$$

$$- 2i\boldsymbol{P}_x^{i\rho_0(x)}\left(\frac{d}{dx}(R(x)\overline{\varphi}(x) - \overline{\Phi}(x, -\rho_0(x)))\right), \quad x_0 < x < x_1. \tag{25}$$

Лемма 2. Если $\overline{\omega}(x) \in C^1[x_0, x_1] \cap C^2(x_0, x_1),$ $\overline{\omega}(x_0) = \overline{\omega}(x_1) = 0,$ то существует единственное регулярное решение $\overline{V}^+(x, y)$ смешанной задачи (14_2), (20), (22) в области D_0^+ вида

$$\overline{V}^+(x, y) = \int_{x_0}^{x_1} G(x, y, \xi)[R(\xi)\overline{\omega}(\xi) - \overline{\Phi}(\xi,0)] d\xi,$$

(26)

где $G(x, y, \xi) = \frac{2}{x_1} \sum_{n=1}^{\infty} S_n(y) \sin \lambda_n x \sin \lambda_n \xi,$ $\lambda_n = n\pi / x_1,$ а

$$S_n(x)=\sum_{m=0}^{+\infty}(-1)^m H(y-m\tau)(y-m\tau)^{\alpha(m+1)-1}\mathcal{E}^{m+1}_{\alpha,\alpha(m+1)}(-\lambda_n^2(y-m\tau)^2),$$

$\mathcal{E}^{\rho}_{\alpha,\beta}(t)=\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{(\rho)_k t^k}{\Gamma(\alpha k+\beta)k!}=\frac{1}{\Gamma(\rho)}\mathrm{H}^{11}_{12}\left[-t\Big|^{(1-\rho,1)}_{(0,1),\,(1-\beta,\alpha)}\right]$ – обобщенная функция типа Миттаг-Леффера [3,c.45,67], $(\rho)_k$ - символ Похгаммера [4, c.24], $\mathrm{H}^{m,n}_{p,q}\left[z\Big|^{(a_p,A_p)}_{(b_q,B_q)}\right]$ – функция Фокса [3, c.58]. **Функциональное соотношение** между $\overline{\omega}(x)$ и $\overline{\nu}(x)$, привнесенное из D_0^+ на линию изменения типа $I_0=\{(x,y):x_0<x<x_1,\ y=0\}$:

$$\frac{d}{dx}\left(R(x)\overline{\omega}(x)-\overline{\Phi}(x,0)\right)=\int_{x_0}^{x_1}M(x,\xi)[R(\xi)\overline{\nu}(\xi)-\overline{\Phi}_y(\xi,0)]d\xi, \tag{27}$$

где $M(x,\xi)=\dfrac{\Gamma(\alpha)}{x_1}\begin{cases}\xi,\ x\ge\xi,\\ \xi-x_1,\xi\ge x.\end{cases}$

Вопрос существования решения задачи $T_{\overline{V}}$ в области D_0 сводится к разрешимости системы функциональных соотношений (25), (27), то есть к разностному уравнению

$$(1-\boldsymbol{P}_x^{2i\rho_0(x)})(R(x)\overline{\nu}(x)-\overline{\Phi}_y(x,0))=i(1+\boldsymbol{P}_x^{2i\rho_0(x)})\int_{x_0}^{x_1}M(x,\xi)[R(\xi)\overline{\nu}(\xi)-\overline{\Phi}_y(\xi,0)]d\xi-$$
$$-\,2i\boldsymbol{P}_x^{i\rho_0(x)}\left(\frac{d}{dx}(R(x)\overline{\varphi}(x)-\overline{\Phi}(x,-\rho_0(x)))\right),\quad x_0<x<x_1.$$

Список литературы

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987.
2. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
3. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam-Tokyo: Elsevier, 2005.
4. Агранович М.С. Обобщенные функции. М.: МЦИМО, 2008.

BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A MIXED-COMPOSITION EQUATION WITH FRACTIONAL DERIVATIVE, FUNCTIONAL DELAY AND ADVANCE

A.N. Zarubin
Dr. Sci. (Phys.–Math.), professor
matdiff@yandex.ru
Orel
Orel State University named after I. S. Turgenev

E.V. Chaplygina
Cand. Sci. (Phys.–Math.), associate professor
lena260581@yandex.ru
Orel
Orel State University named after I. S. Turgenev

Abstract. The Tricomi problem for a mixed-composite equation with fractional derivative, functional delay, and advance is investigated. The General solution of the equation is constructed. The uniqueness theorem is proved.

Keywords: equations of mixed-composite type, Tricomi problem, fractional integration operator, difference operator.

References

1. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. (1987) Integraly` i proizvodny`e drobnogo poriadka i nekotory`e ikh prilozheniia [Integrals and derivatives of a fractional order and some of their applications]. Minsk: Science and technology.
2. Gradstein I.S., Ryzhik I.M. (1971) Tablitcy` integralov, summ, riadov i proizvedenii` [Tables of integrals, sums, series and products]. Moscow: Science.
3. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. (2005) Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam-Tokyo: Elsevier.
4. Agranovich M.S. (2008) Obobshchenny`e funktcii [The generalized functions]. M.: MTsIMO.

УДК 519.862.6

МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЙ КРИТЕРИЙ ДЕТЕРМИНАЦИИ–АВТОКОРРЕЛЯЦИИ В РЕГРЕССИОННОМ АНАЛИЗЕ

Михаил Павлович Базилевский
к.т.н., доцент
mik2178@yandex.ru
г. Иркутск

Иркутский государственный университет путей сообщения

Аннотация. При построении регрессионной модели одной из главных проблем является выбор её структурной спецификации. Поскольку каждая регрессия может быть охарактеризована множеством различных критериев адекватности, то такая задача часто оказывается многокритериальной. Вопросами решения многокритериальных задач занимается теория принятия решений. Актуальной задачей теории принятия решений является построение свёртки локальных критериев. В работе предложены две формы двухкритериального мультипликативного критерия детерминации – автокорреляции, одновременно характеризующего точность регрессии и автокорреляцию в её остатках. Для демонстрации потенциала предложенных критериев решена задача моделирования грузооборота Красноярской железной дороги. При этом выбор спецификации регрессионной модели осуществлялся как по мультипликативным критериям детерминации – автокорреляции, так и по их аддитивному аналогу, а также по методу «идеальной» точки. Достоинством одного из предложенных критериев является возможность его интеграции в виде целевой функции в задачу отбора информативных регрессоров.

Ключевые слова: регрессионная модель, критерий детерминации, критерий Дарбина-Уотсона, мультипликативный критерий детерминации-автокорреляции, грузооборот, теория принятия решений.

В рамках регрессионного анализа разработана емкая система критериев оценки адекватности регрессионных моделей [5]. Наиболее распространенными из этих критериев являются: критерий детерминации, Фишера, Дарбина-Уотсона, смещения, согласованности поведения, Акаике, Шварца и др. Они позволяют оценивать самые различные качественные стороны модельного описания исследуемого объекта или процесса. С помощью критериев адекватности осуществляется выбор структурной