

4. Kuptsov L.P. (1996) Rossii'skie matematicheskie olimpiady' shkolnikov: kniga dlya uchashihsya [Russian Mathematical Olympiads for Schoolchildren: A Book for Students] / L.P. Kuptsov, S.V. Reznichenko, D.A. Teryoshin; pod red. chl.-corr. RAO G.N. Yakovleva. Rostov-na-Donu: Fenix. 640 p.
5. Kurosh A.G. (2004) Kurs vy'sshei' algebrы' [The course of higher algebra]/ A.G. Kurosh. - Sanct. Peterburg: Lan. 13-e izd. 432 p.
6. Kuschenko V.S. (1996) Sbornik konkursny'h zadach po matematike [Compilation of competitive tasks in mathematics]. L.: Sudostroenie. 3-e izd. 591 p.
7. Lidsky V.B., Ovsyannikov L.V., Tulajkov A.I., Shabunin M.I. (1962) Zadachi po elementarnoi' matematike [Problems in elementary mathematics]. M.: Fizmatlit. 416 p.
8. Shabunin M.I. (2006) Matematika dlya postypayushih v вуzy': posobie [Mathematics for students entering universities: course book]. Moskva: Binom, 2006. 443 p.
9. Sivashinsky' I.Kh. (1968) Zadachi po matematike dlya vneklassny'h zanyatii' [Problems in mathematics for extracurricular activities] M.: Prosvesshenie, 1968. 312 p.
10. Tsy'pkin A.G. Pinsky A.I. (1989) Spravochnik po metodam resheniya zadach po matematike dlya srednei' shkoly' [Handbook on methods of solving problems in mathematics for secondary school]. 2-e izd. M.: Nauka. 576 p.
11. Volotov N.N. (2016) Tehnologiya uprosshenia sum slozhny'h kubicheskikh radikalov [Technologies for Simplifying the Sum of Complex Cubic Radicals/ N.N. Volotov // Materials of the regional scientific conference of young scientists "Current problems of natural sciences and their teaching": Lipetsk, October 20-21, 2016] Materialy' oblastnoi' nauchnoi' konferentsii molody'h ucheny'h "Aktualny'e problemy' estestvenny'h nauk i ihprepodavaniya": Lipetsk, 20-21 oktyabrya 2016. Lipetsk: LGPU imeni P.P. Semenova-Tyan-Shanskogo. P. 45-54.

УДК  
517.956

## СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПОМИНАЮЩИМИ ОПЕРАТОРАМИ

**Исаева Севда Эльхан кызы**  
к.ф.-м.н., доцент  
isayevasevda@rambler.ru  
г. Баку (Азербайджан)

Бакинский Государственный  
Университет (Баку, Азербайджан)

**Резюме.** В данной работе рассматривается смешанная задача одной системы полулинейных гиперболических уравнений с запоминающими операторами. Доказаны теоремы о существовании и единственности решений рассматриваемой задачи.

**Ключевые слова.** Полулинейное гиперболическое уравнение, гистерезис, запоминающий оператор, метод дискретизации по времени.

### 1. Введение

Исследованию решений дифференциальных уравнений с частными производными с гистерезисными нелинейностями, в частности с нелинейными запоминающими операторами, посвящены работы, например, [1] - [5]. В данной работе рассмотрена нижеуказанная смешанная задача для системы полулинейных гиперболических уравнений с запоминающими операторами и доказаны теоремы о существовании и единственности решений для этой задачи. Пусть  $\Omega \subset R^N (N \geq 1)$

ограниченная область с достаточно гладкой границей  $\Gamma$ . В области  $Q = \Omega \times (0, T)$  рассмотрим систему полулинейных гиперболических уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} [u + F_1(v)] - \Delta u = f_1, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} [v + F_2(u)] - \Delta v = f_2 \end{cases} \quad (1)$$

с граничными условиями:

$$u = 0, v = 0, (x, t) \in \Gamma \times [0, T] \quad (2)$$

и с начальными условиями:

$$[u + F_1(v)]|_{t=0} = u^{(0)} + w_1^{(0)}, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = u^{(1)}, \quad (3)$$

$$[v + F_2(u)]|_{t=0} = v^{(0)} + w_2^{(0)}, \quad \frac{\partial v}{\partial t}|_{t=0} = v^{(1)}, \quad (4)$$

где нелинейные операторы  $F_1, F_2$  действуют из пространства  $M(\Omega; C^0([0, T]))$  в  $M(\Omega; C^0([0, T]))$ . Здесь  $M(\Omega; C^0([0, T]))$  есть пространство измеримых функций, действующих из  $\Omega$  в  $C^0([0, T])$ . Предполагается, что операторы  $F_i$  ( $i = 1, 2$ ) являются запоминающими операторами, которые действуют в каждой точке  $x \in \Omega$  независимо, то есть  $[F_i(u(x, \cdot))](t)$  зависит от  $u(x, \cdot)|_{[0, t]}$  и не зависит от  $u(y, \cdot)|_{[0, t]}$  для  $y \neq x$ .

Пусть операторы  $F_i$  ( $i = 1, 2$ ) удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{cases} \text{если для любых } v_1, v_2 \in M(\Omega; C^0([0, T])) \text{ и для любого } t \in [0, T] \\ v_1 = v_2 \text{ на } [0, t], \text{ то } [F_i(v_1)](\cdot, t) = [F_i(v_2)](\cdot, t) \text{ п.в. в } \Omega; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \text{если } v_n \in M(\Omega; C^0([0, T])) \text{ и } v_n \rightarrow v \text{ равномерно,} \\ \text{то } F_i(v_n) \rightarrow F_i(v) \text{ равномерно на } [0, T], \text{ п.в. в } \Omega; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \text{существуют такие } L > 0, g \in L^2(\Omega), \text{ что для любого } v \in M(\Omega; C^0([0, T])) \\ \|[F_i(v)](x, \cdot)\|_{C^0([0, T])} \leq L \|v(x, \cdot)\|_{C^0([0, T])} + g(x), \text{ п.в. в } \Omega; \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \text{если } v \in M(\Omega; C^0([0, T])) \text{ и для любого } [t_1, t_2] \subset [0, T] \\ v(x, \cdot) \text{ является аффинной в } [t_1, t_2], \text{ п.в. в } \Omega, \\ \text{то } \{[F_i(v)](x, t_2) - [F_i(v)](x, t_1)\} [v(x, t_2) - v(x, t_1)] \geq 0, \text{ п.в. в } \Omega; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \text{существует такое } 0 < L_1 < 1/2, \text{ что для любого } v \in M(\Omega; C^0([0, T])) \text{ и для} \\ \forall [t_1, t_2] \subset [0, T], \text{ если } v(x, \cdot) \text{ является аффинной в } [t_1, t_2] \text{ п.в. в } \Omega, \text{ то} \\ \|[F_i(v)](x, t_2) - [F_i(v)](x, t_1)\| \leq L_1 |v(x, t_2) - v(x, t_1)| \text{ п.в. в } \Omega. \end{cases} \quad (9)$$

Предполагается, что

$$u^{(0)} \in H_0^1(\Omega), w_1^{(0)} \in L^2(\Omega), u^{(1)} \in L^2(\Omega), f_1 \in L^2(Q), \quad (10)$$

$$v^{(0)} \in H_0^1(\Omega), w_2^{(0)} \in L^2(\Omega), v^{(1)} \in L^2(\Omega), f_2 \in L^2(Q). \quad (11)$$

**Определение.** Пара функций  $(u, v)$  такая, что при  $u, v \in L^2(0, T; H_0^1(\Omega)) \cap H^1(0, T; L^2(\Omega))$  удовлетворяются включения  $F_1(v) \in L^2(Q), F_2(u) \in L^2(Q)$  и которая удовлетворяет равенствам

$$\begin{aligned} & \iint_Q \left\{ -\frac{\partial u}{\partial t} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} - [u + F_1(v)] \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \nabla u \cdot \nabla \bar{v} \right\} dxdt = \\ & = \iint_Q f_1 \bar{v} dxdt + \int_{\Omega} [u^{(0)}(x) + w_1^{(0)}(x) + u^{(1)}(x)] \bar{v}(x, 0) dx, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \iint_Q \left\{ -\frac{\partial v}{\partial t} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} - [v + F_1(u)] \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \nabla v \cdot \nabla \bar{v} \right\} dxdt = \\ & = \iint_Q f_2 \bar{v} dxdt + \int_{\Omega} [v^{(0)}(x) + w_2^{(0)}(x) + v^{(1)}(x)] \bar{v}(x, 0) dx, \end{aligned} \quad (13)$$

для любого  $\bar{v} \in L^2(0, T; H_0^1(\Omega)) \cap H^1(0, T; L^2(\Omega))$  ( $\bar{v}(\cdot, T) = 0$  п.в. в  $\Omega$ ), называется решением задачи (1)-(4).

**Теорема 1.** Пусть выполняются условия (5)-(11). Тогда задача (1)-(4) имеет по крайней мере одно решение  $(u, v)$ , для которого имеет место

$$u, v \in W^{1,\infty}(0, T; L^2(\Omega)) \cap L^\infty(0, T; H_0^1(\Omega)), \quad F_1(v), F_2(u) \in H^1(0, T; L^2(\Omega)). \quad (14)$$

Эта теорема доказывается методом дискретизации по переменному  $t$  (см.[6]).

Разобьем отрезок  $[0, T]$  точками  $t_n = nk, n = 0, 1, \dots, m$  на  $m$  частей. Примем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} f_{1m}^n &= f_1(x, nk), \quad f_{2m}^n = f_2(x, nk), \quad n = 1, \dots, m, \\ u_m^0 &= u^{(0)}, \quad w_{1m}^0 = w_1^{(0)}, \quad u_m^1 = u^{(0)} + ku^{(1)}, \quad u_m^{-1} = u^{(0)} - ku^{(1)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_m^n(x) &= u(x, nk), \quad n = 2, \dots, m, \\ v_m^0 &= v^{(0)}, \quad w_{2m}^0 = w_2^{(0)}, \quad v_m^1 = v^{(0)} + kv^{(1)}, \quad v_m^{-1} = v^{(0)} - kv^{(1)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_m^n(x) &= v(x, nk), \quad n = 2, \dots, m, \\ w_{1m}^n(x) &= [F_1(v_m)](x, nk), \quad w_{2m}^n(x) = [F_2(u_m)](x, nk), \quad n = 1, \dots, m, \quad \text{п.в. в } \Omega, \end{aligned}$$

где

$$u_m(x, \cdot) = \text{линейная интерполяция по времени } u(x, nk),$$

$$v_m(x, \cdot) = \text{линейная интерполяция по времени } v(x, nk)$$

для  $n = 0, 1, \dots, m$  п.в. в  $\Omega$ .

Аналогичным образом определяем  $w_{1m}(x, \cdot), w_{2m}(x, \cdot)$ . Рассмотрим задачу

$$\frac{u_m^n - 2u_m^{n-1} + u_m^{n-2}}{k^2} + \frac{u_m^n - u_m^{n-1}}{k} + \frac{w_{1m}^n - w_{1m}^{n-1}}{k} - \Delta u_m^n = f_{1m}^n \quad (15)$$

$$\frac{v_m^n - 2v_m^{n-1} + v_m^{n-2}}{k^2} + \frac{v_m^n - v_m^{n-1}}{k} + \frac{w_{2m}^n - w_{2m}^{n-1}}{k} - \Delta v_m^n = f_{2m}^n \quad (16)$$

в  $(H_0^1(\Omega))'$ ,  $n = 1, 2, \dots, m$ ,

$$u_m^0 = u^{(0)}, w_{1m}^0 = w_1^{(0)}, u_m^1 = u^{(0)} + ku^{(1)}, u_m^{-1} = u^{(0)} - ku^{(1)},$$

$$v_m^0 = v^{(0)}, w_{2m}^0 = w_2^{(0)}, v_m^1 = v^{(0)} + kv^{(1)}, v_m^{-1} = v^{(0)} - kv^{(1)}.$$

Действуя аналогичным образом, как это сделано в работе [6], доказывается, что эта задача может быть решена шаг за шагом.

Умножая обе части равенств (15) и (16) на  $u_m^n - u_m^{n-1}$  и  $v_m^n - v_m^{n-1}$ , соответственно, суммируя по  $n = 1, 2, \dots, \ell$  для любого  $\ell \in \{1, 2, \dots, m\}$  и интегрируя по  $\Omega$ , получим

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} \left( \frac{u_m^n - u_m^{n-1}}{k} - \frac{u_m^{n-1} - u_m^{n-2}}{k} \right) \frac{u_m^n - u_m^{n-1}}{k} dx + \\ & + k \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} \left( \frac{u_m^n - u_m^{n-1}}{k} \right)^2 dx + \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} (w_{1m}^n - w_{1m}^{n-1}) (u_m^n - u_m^{n-1}) dx + \\ & + \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} \nabla u_m^n (\nabla u_m^n - \nabla u_m^{n-1}) dx = \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} f_1 (u_m^n - u_m^{n-1}) dx +, \\ & \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} \left( \frac{v_m^n - v_m^{n-1}}{k} - \frac{v_m^{n-1} - v_m^{n-2}}{k} \right) \frac{v_m^n - v_m^{n-1}}{k} dx + \\ & + k \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} \left( \frac{v_m^n - v_m^{n-1}}{k} \right)^2 dx + \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} (w_{2m}^n - w_{2m}^{n-1}) (v_m^n - v_m^{n-1}) dx + \\ & + \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} \nabla v_m^n (\nabla v_m^n - \nabla v_m^{n-1}) dx = \sum_{n=1}^{\ell} \int_{\Omega} f_2 (v_m^n - v_m^{n-1}) dx. \end{aligned}$$

откуда используя (5)–(11) имеем оценку

$$k \sum_{n=1}^m \left\| \frac{u_m^n - u_m^{n-1}}{k} \right\|_{L^2(\Omega)}^2, k \sum_{n=1}^m \left\| \frac{v_m^n - v_m^{n-1}}{k} \right\|_{L^2(\Omega)}^2, \max_{n=1, \dots, m} \left\{ \|u_m^n\|_{H_0^1(\Omega)}, \|v_m^n\|_{H_0^1(\Omega)} \right\} \leq C,$$

(постоянная  $C$  не зависит от  $m$ ), с помощью которой, можно перейти к пределу в уравнениях

$$\frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} (u_m + w_{1m}) - \Delta \tilde{u}_m = \tilde{f}_{1m} \text{ и } \frac{\partial^2 v_m}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} (v_m + w_{2m}) - \Delta \tilde{v}_m = \tilde{f}_{2m},$$

которые получаются из (15), (16) с помощью обозначений:

$\tilde{u}_m(x, t) = u_m^n(x)$  и  $\tilde{v}_m(x, t) = v_m^n(x)$  п.в. в  $\Omega$ , если  $(n-1)k < t \leq nk$ ,  $n = 1, 2, \dots, m$ ;  
 ( $\tilde{w}_{1m}, \tilde{w}_{2m}, \tilde{f}_{1m}, \tilde{f}_{2m}$  определяются аналогичным образом); после чего получаются (12)-(14).

**Теорема 2.** Пусть выполняются условия теоремы 1, и условия

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{для любого } r > 0 \text{ существует такое } L_{2i}(r) > 0, \text{ что} \\ \text{для } \forall t \in (0, T] \text{ и } \forall u, v \in \left\{ \tilde{u} \in L^2(Q_t) : \|\tilde{u}\|_{L^2(Q_t)} \leq r \right\} \end{array} \right. \quad i = 1, 2 \quad (17)$$

$$\left\| F_i(u) - F_i(v) \right\|_{L^2(\Omega; C^0([0, t]))} \leq L_{2i}(r) \|u - v\|_{L^2(\Omega; L^2([0, t]))} \quad \text{п.в. в } \Omega,$$

Тогда решение задачи (1)-(4) единственно.

**Доказательство.** Пусть  $(u_1, v_1)$  и  $(u_2, v_2)$  два решения задачи (1)-(4). Тогда для пары разностей  $(\theta_1, \theta_2) = (u_1 - u_2, v_1 - v_2)$  имеем:

$$\theta_{1tt} + \theta_{1t} + [F_1(v_1) - F_1(v_2)]_t - \Delta \theta_1 = 0, \quad (18)$$

$$\theta_{2tt} + \theta_{2t} + [F_2(u_1) - F_2(u_2)]_t - \Delta \theta_2 = 0, \quad (19)$$

$$\theta_i|_{\Gamma} = 0, \quad i = 1, 2,$$

$$\theta_i|_{t=0} = 0, \theta_{it}|_{t=0} = 0, [F_1(v_1) - F_1(v_2)]_{t=0} = 0, [F_2(u_1) - F_2(u_2)]_{t=0} = 0,$$

$$\theta_i \in L^\infty(0, T; H_0^1(\Omega)), \theta_{it} \in L^\infty(0, T; L^2(\Omega)), \quad i = 1, 2.$$

Для доказательства того, что  $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$ , используем классическую процедуру, применяемую в теории линейных гиперболических уравнений (см. [7]).

Пусть  $s \in ]0, T[$ . Для  $i = 1, 2$  положим

$$\psi_i(t) = \begin{cases} -\int_t^s \theta_i(\sigma) d\sigma, & t \leq s; \\ 0, & t > s, \end{cases} \quad \tilde{\theta}_i(t) = \int_0^t \theta_i(\sigma) d\sigma.$$

Отсюда ясно, что  $\psi_i(t) = \tilde{\theta}_i(t) - \tilde{\theta}_i(s)$  при  $t \leq s$  ( $i = 1, 2$ ). Умножая скалярно (18) на  $\psi_1(t)$  и (19) на  $\psi_2(t)$  и учитывая, что  $\psi_{it} = \theta_i, \psi_i(0) = -\tilde{\theta}_i(s)$ ,  $i = 1, 2$ , имеем

$$\frac{1}{2} \|\theta_1(s)\|_{L^2(\Omega)}^2 + \int_0^s \|\theta_1\|_{L^2(\Omega)}^2 dt + \frac{1}{2} \|\tilde{\theta}_{1x}(s)\|_{L^2(\Omega)}^2 = -\int_0^s (F_1(v_1) - F_1(v_2), \psi_{1t}) dt,$$

$$\frac{1}{2} \|\theta_2(s)\|_{L^2(\Omega)}^2 + \int_0^s \|\theta_2\|_{L^2(\Omega)}^2 dt + \frac{1}{2} \|\tilde{\theta}_{2x}(s)\|_{L^2(\Omega)}^2 = -\int_0^s (F_2(u_1) - F_2(u_2), \psi_{2t}) dt,$$

где применяя неравенство Гельдера и условие (17), получим

$$\frac{1}{2} \|\theta_1(s)\|_{L^2(\Omega)}^2 + \frac{1}{2} \|\theta_2(s)\|_{L^2(\Omega)}^2 + \int_0^s \|\theta_1\|_{L^2(\Omega)}^2 dt + \int_0^s \|\theta_2\|_{L^2(\Omega)}^2 dt + \frac{1}{2} \|\tilde{\theta}_{1x}(s)\|_{L^2(\Omega)}^2 + \frac{1}{2} \|\tilde{\theta}_{2x}(s)\|_{L^2(\Omega)}^2 \leq$$

$$\leq \sqrt{s}L_{21}(r)\|\theta_2\|_{L^2(Q_s)}\|\theta_1\|_{L^2(Q_s)} + \sqrt{s}L_{22}(r)\|\theta_2\|_{L^2(Q_s)}\|\theta_1\|_{L^2(Q_s)}.$$

или

$$\left(1 - \frac{\sqrt{s}L_{21}(r)}{2} - \frac{\sqrt{s}L_{22}(r)}{2}\right) \left(\|\theta_1\|_{L^2(Q_s)}^2 + \|\theta_2\|_{L^2(Q_s)}^2\right) \leq 0. \quad (20)$$

Пусть

$$1 - \frac{\sqrt{s}L_{21}(r)}{2} - \frac{\sqrt{s}L_{22}(r)}{2} > 0 \text{ или } s < \min\left\{T; \frac{4}{(L_{21} + L_{22})^2}\right\}.$$

Тогда полагая  $\hat{T} = \min\left\{T; \frac{4}{(L_{21} + L_{22})^2}\right\}$ , из (20) получаем, что  $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$  п.в.

в  $Q_{\hat{T}}$ . Можно повторить эту процедуру на интервалах времени  $[\hat{T}, 2\hat{T}]$ ,  $[2\hat{T}, 3\hat{T}]$  и т.д.; отсюда получаем единственность решения в  $[0, T]$ .

**Теорема 2 доказана.**

### Список литературы

1. Visintin A. (1993) Hysteresis and semigroups, in "Models of Hysteresis"// A.Visintin, ed. Longman, Harlow. P.192-206.
2. M.Hilpert M. (1989) On uniqueness for evolution problems with hysteresis // In: Mathematical Models for Phase Change Problems. Birkhauser,Basel. P. 377-388.
3. Aliev A.B., Isayeva S.E. (2015) A global attractor for one semilinear hyperbolic equation with memory operator, Pleiades Publishing Ltd, Computational Mathematics and Mathematical Physics. vol 55. №11.
4. Krejci P. (1986) Hysterezis and periodic solutions of semilinear and quasilinear wave equations// Math.Z. 193. P. 247-264.
5. Krejci P. (1993) Asymptotic stability of periodic solutions to the wave equation with hysteresis// In: Models of hysteresis (A.Visintin, ed.). Longman, Harlow. P. 77-90.
6. Visintin A. (1993) Differential Models of Hysteresis. Springer. 411 p.
7. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972.

## THE INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR ONE SYSTEM OF SEMILINEAR HYPERBOLIC EQUATIONS WITH MEMORY OPERATOR

S.E. Isayeva

Baku State University

Cand. Sci. (Phys.-Math.), associate professor

isayevasevda@rambler.ru

Baku

**Summary.** In this work we consider the initial-boundary value problem for one system of semilinear hyperbolic equations with memory operators. We prove the existence and uniqueness of solutions for this problem.

**Keywords.** Semilinear hyperbolic equation, hysteresis, memory operator, time discretization method.

## References

1. Visintin A. (1993) Hysteresis and semigroups, in “Models of Hysteresis”// A.Visintin, ed. Longman, Harlow. P.192-206.
2. M.Hilpert M. (1989) On uniqueness for evolution problems with hysteresis // In: Mathematical Models for Phase Change Problems. Birkhauser,Basel. P. 377-388.
3. Aliev A.B., Isayeva S.E. (2015) A global attractor for one semilinear hyperbolic equation with memory operator, Pleiades Publishing Ltd, Computational Mathematics and Mathematical Physics. vol 55. №11.
4. Krejci P. (1986) Hysterezis and periodic solutions of semilinear and quasilinear wave equations// Math.Z. 193. P. 247-264.
5. Krejci P. (1993) Asymptotic stability of periodic solutions to the wave equation with hysteresis// In: Models of hysteresis (A.Visintin, ed.). Longman, Harlow. P. 77-90.
6. Visintin A. (1993) Differential Models of Hysteresis. Springer. 411 p.
7. Leeons Z.L. (1972) Nekotory`e metody` resheniia nelinei`ny`kh kraevy`kh zadach [Some methods for solving nonlinear boundary value problems] M.: Mir, 1972.

УДК  
004.9

**ИНТЕРАКТИВНЫЙ МОТИВАТОР  
ИЗУЧЕНИЯ ПРЕДМЕТА «ФЭМУЛАС»**

**Светлана Юрьевна Петрова** | Новгородский государственный  
к.т.н., доцент | университет им. Ярослава Мудрого  
svetlana.petrova@novsu.ru  
г. Великий Новгород

**Аннотация.** В статье рассматривается вопрос использования информационной технологии Фэмулас в образовании. Современная система образования сталкивается с проблемами совершенствования технологий самостоятельной работы студентов и организации инклюзивного образования инвалидов, особенно если студент слабо мотивирован в обучении. Выяснилось, что большинство студентов не в состоянии определить ценность публикации и самостоятельно найти нужные знания по проблемному предмету. Таким образом была поставлена задача разработки интерактивного мотиватора, позволяющего максимально упростить подборку актуальной, интересной и качественной информации по изучаемому предмету. Сбор данных для мотиватора осуществляет бот, основная функция которого направлена на обнаружение событий взаимодействия эксперта в изучаемой студенческой предметной области с цифровыми образовательными ресурсами портала НовГУ и Интернет. Полученные данные анализируются с помощью технологического решения Фэмулас, формирующего глобальную историю причинно-следственных связей взаимодействия эксперта с цифровыми образовательными ресурсами и определения важности страницы. Во время фазы спецификации причинно-следственных связей переход пользователя по цифровым ресурсам мы рассматриваем как конечный автомат и определяем действия, которые вызывают переходы от одного цифрового ресурса к другому. Причинно-следственная связь локальных событий может быть получена из истории процесса. Два события в глобальной истории могут быть связаны. Если это так, ни одно из них не является причиной другого, следовательно, можно сказать, что такие события – это параллельные события. Полученные истории проходят процедуру обработки больших данных на вычислительном кластере Nadoor в НовГУ. Результатом обработки будет список ссылок на http страницы с актуальными, интересными и качественными публикациями по изучаемому предмету.