

kernels) and their spaces are studied. Criteria for the Fredholm property, and invertibility of Romanovsky type operators with the types of kernels listed above are applied to the study of the solvability conditions for the corresponding equations. The compositions of operators are studied and a class of operators whose compositions are integral operators is singled out. Using the Riesz and Radon Theorems on the representation of linear functionals and operators in the space of continuous functions of two variables, we obtain criteria for the action of operators of Romanovsky type with partial integrals in this space. These criteria are applied to the study of the properties of spaces of Romanovsky type operators with partial integrals. Sufficient conditions for the action of such operators in the space of continuous functions and in Lebesgue spaces, criteria for regularity of operators, conditions for the existence of dual operators are obtained. The structure of dual operators in Lebesgue spaces is studied.

Keywords: operators with partial integrals, Fredholm property, linear functional, spectral theory, dual operators.

References

1. Yeletskikh I.A. (2005) Voprosy teorii operatorov i uravneniy tipa Romanovskogo s chastnymi integralami [Questions of the theory of operators and equations of Romanovskii type with partial integrals]: Diss. ... kand. fiz.-matem. nauk. Lipetsk. 112 p.
2. Kalitvin A.S. (2014) Integral'niye uravneniya tipa V.I. Romanovskogo s chastnymi integralami [Integral equations of Romanovskii type with partial integrals] Lipetsk. 195 p.
3. Frolova Ye.V. (2000) Linejnye operatory s chastnymi integralami v prostranstve nepreryvnykh funktsij [Linear operators with partial integrals in the space of continuous functions]: Diss. ... kand. fiz.-matem. nauk. Lipetsk. 123 p.
4. Appell J. (2004) A note on the Fredholm property of partial integral equations of Romanovskij type / J. Appell, I.A. Eletsikh, A.S. Kalitvin // J. Integral Equ. Applications. V. 16, № 1. P. 25-32.

УДК
519.6,
519.7

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СТАБИЛИЗАЦИИ УПРАВЛЯЕМОЙ МАЯТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Елена Викторовна Игонина
к.ф.-м.н., доцент
elenaigonina7@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный
университет им. И.А. Бунина

Аннотация. Сложность большого количества современных систем управления зачастую не позволяет получить заранее полное описание процессов, протекающих внутри системы, и ее взаимодействия со средой. Достаточно часто математическая модель управляемой системы учитывает лишь допустимые области изменения ее параметров и характеристик отдельных элементов без их конкретизации. В связи с этим возникает, с одной стороны, необходимость в развитии методов исследования систем с неполной информацией, предваряющих компьютерное моделирование, а с другой стороны – в разработке и использовании новых программных средств вычислительной техники. Математические модели управляемых маятниковых систем служат для описания широкого класса управляемых процессов и объектов, которые обладают нестабильным поведением. В режиме реального времени эксперименты с данными системами без надлежащего контроля могут представлять опасность. Построение алгоритмов стабилизации управляемых маятниковых систем в условиях

неполной информации и их компьютерная реализация являются важной прикладной задачей, связанной с анализом динамических режимов функционирования управляемых гироскопических и транспортных систем. В статье на основе метода функций Ляпунова и построения логического регулятора в условиях неполной информации разработан алгоритм стабилизации системы управления перевернутым маятником. С учетом полученных условий асимптотической устойчивости исследуемой системы редуцирована база правил логического регулятора, каждое правило которой сводится к нахождению значений управляющего воздействия. Приведены результаты компьютерной реализации процесса стабилизации рассматриваемой маятниковой системы в среде Visual Studio на языке C#, подтверждающие эффективность применения синтезированного логического регулятора.

Ключевые слова: управляемые системы с неполной информацией, логический регулятор, стабилизация, функция Ляпунова, система управления перевернутым маятником.

При изучении управляемых динамических систем актуальной является проблема моделирования систем с неполной информацией [1–2]. Указанные системы встречаются в случаях, когда управляемый объект (или процесс) достаточно сложен для получения его точного математического описания (математической модели), что обусловлено многообразием физических эффектов, нестационарностью объекта, наличием неконтролируемых постоянно изменяющихся внешних воздействий или дефицитом априорной информации о поведении системы. Наиболее наглядным примером систем с неполной информацией являются управляемые маятниковые системы с логическим регулятором [3].

В большинстве случаев изучение устойчивости и разработка алгоритмов стабилизации моделей управляемых маятниковых систем базируется на изучении модели перевернутого маятника. Возрастающий интерес к проблеме устойчивости модели перевернутого маятника объясняется значительным расширением класса реальных управляемых объектов и процессов, имеющих аналогичную математическую модель. В космической отрасли с позиции перевернутого маятника можно рассматривать модель ракеты на старте или солнечные батареи искусственных спутников. С помощью модели перевернутого маятника можно описать динамику составных частей сложных управляемых технических систем, например, подсистемы звеньев роботов-манипуляторов, шагающих роботов и других многосвязных управляемых систем.

Завершающим этапом разработки алгоритма стабилизации любой управляемой системы является его апробация. В случаях, когда реальные испытания процесса стабилизации затруднены из-за финансовых или физических препятствий или могут дать непредсказуемый результат, целесообразным является выполнение компьютерной реализации исследуемого алгоритма. Наиболее эффективным для выполнения компьютерной реализации алгоритмов стабилизации управляемых систем с логическими регуляторами является использование проблемно-ориентированных языков программирования, структуры данных которых отражают структуру некоторой предметной области. Как правило, такие языки являются достаточно простыми, поскольку они не предполагают использования вне данной области. В настоящей статье с помощью построения логического регулятора разработан алгоритм стабилизации системы управления перевернутым маятником и приведена его программная реализация в среде Visual Studio на языке C#.

Система управления перевернутым маятником представляется моделью вида:

$$\dot{x} = f(x) + b(x)u, \quad (1)$$

где $x = (x_1 \ x_2)^T$ – вектор состояния, $f(x) = (x_2 \ g \sin(x_1)/l)^T$, $b(x) = (0 \ -1/((m+M)l^2))^T$, x_1 – угол отклонения маятника от вертикали, x_2 – угловая скорость, u – управляющее воздействие, оказываемое на каретку и создаваемое регулятором, l – длина стержня, удерживающего маятник, m – масса маятника, M – масса каретки, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – гравитационная постоянная. Переменные x_1 и x_2 определены соотношениями $x_1 \in [-80, 80]$, $x_2 \in [-30, 30]$.

Процесс стабилизации маятника заключается в его удержании в верхнем вертикальном положении за счет горизонтального перемещения каретки. Для модели (1) определим функцию Ляпунова $V: R^n \rightarrow R$, $V(x) = x^T P x$, где $P \in R^{n \times n}$ – положительно определенная матрица. Производная функции Ляпунова примет вид $\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = G_1(x) + G_2(x)u(x)$, где $G_1(x) = f^T(x) P x + x^T P b(x)$, $G_2(x) = b^T(x) P x + x^T P b(x)$.

Теорема 1 [3]. Пусть задана система вида (1), для которой $x = 0 \in R_n$ является состоянием равновесия. Пусть существует положительно определенная неограниченная функция $V: R_n \rightarrow R$, $V(x) = x^T P x$, $P \in R_{n \times n}$, удовлетворяющая свойствам:

- 1) $G_1(x) \leq 0 \ \forall x \in G_2^0$,
- 2) $u_i(x) \leq -G_1(x) / G_2(x)$ для $x \in A_i \cap G_2^+$ и $u_i(x) \geq -G_1(x) / G_2(x)$ для $x \in A_i \cap G_2^-$, $i = 1, 2, \dots, r$,
- 3) множество $\{x \in E \mid \dot{V}(x) = 0\}$ не содержит решений, кроме тривиального, $x(t) = 0$ для $t > 0$.

Тогда система (1) асимптотически устойчива в целом в начале координат.

На основе вышеприведенной теоремы 1 выполним разработку процесса стабилизации системы управления перевернутым маятником. Задача управления, вырабатываемого логическим регулятором, состоит в стабилизации перевернутого маятника в вертикальном положении на возможно более продолжительное время за счет горизонтального перемещения каретки. Построение логического регулятора начинается с процедуры фаззификации [3]. Лингвистическим термы переменных x_1 и x_2 характеризуются значениями: положительный (П), нуль (Н) и отрицательный (О). В процедуре вывода логического регулятора используются операторы MIN и MAX [3], с помощью которых формируется база правил, представленных в табл. 1.

Табл. 1

База правил логического регулятора

Правило, Π_i	Антецедент		Консеквент, u_i
	x_1	x_2	
1	П	П	u_1
2	О	О	u_2
3	П	О	u_3
4	О	П	u_4
5	П	Н	u_5
6	О	Н	u_6
7	Н	П	u_7
8	Н	О	u_8
9	Н	Н	u_9

В первом столбце табл. 1 указаны номера правил, во втором и третьем столбцах даны значения переменных x_1 и x_2 в антеценденте каждого из девяти правил, в третьем столбце приведены значения управления u в консеквенте каждого правила. В структуре логического регулятора используется дефаззификация методом взвешенной суммы [3]. Суммированием вычисляются параметры–консеквенты u_i в девяти правилах управления.

Таким образом, процедура построения алгоритма стабилизации сводится к нахождению значений u_i , для которых систему (1) можно стабилизировать логическим регулятором. Процесс стабилизации перевернутого маятника представлен следующими этапами.

Этап 1. Рассмотреть возможную функцию Ляпунова и убедиться, что она является положительно определенной.

Для рассматриваемого случая функция вида $V(x)=x^T P x = x_1^2 + x_2^2$, где $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, определяет функцию Ляпунова и является положительно определенной.

Если $\|x\| \rightarrow \infty$, то $V(x) \rightarrow \infty$, выполняется условие $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$.

Этап 2. Найти производную функции Ляпунова и показать, что множество $\{x \in E: \dot{V}(x) = 0\}$ не содержит траекторий состояния кроме тривиального.

В рассматриваемом в настоящей работе случае имеем, что $\dot{V}(x) = 2x_2 \left(x_1 + \frac{g}{l} \sin(x_1) - \frac{1}{(m+M)l^2} u \right)$, причем $\dot{V}(0) = 0$. В предположении, что существует траектория, для которой $x_2(t) = 0$ и $x_1(t) \neq 0$, выполнено соотношение $\dot{x}_2(t) = \frac{g}{l} \sin(x_1(t)) - \frac{1}{(m+M)l^2} u(t) \neq 0$, которое означает, что $x_2(t)$ не является постоянной. Следовательно, траектория $x(t) = 0$ является положительной траекторией состояния, для которой $\dot{V}(x) = 0$. Таким образом, множество $\{x \in E: \dot{V}(x) = 0\}$ не содержит траекторий системы, кроме тривиальной траектории $x(t) = 0$ для $t \geq 0$.

Этап 3. Определить множества $G_1(x)$, $G_2(x)$, G_2^0 , G_2^- , G_2^+ следующим образом:

$$G_1(x) = 2x_2 \left(x_1 + \frac{g}{l} \sin(x_1) \right), \quad G_2(x) = -\frac{2x_2}{(m+M)l^2},$$

$$G_2^0 = \{(x_1, 0) \in X: x_1 \in [-1, 1]\}, \quad G_2^- = \{(x_1, x_2) \in X: x_2 > 0\},$$

$$G_2^+ = \{(x_1, x_2) \in X: x_2 < 0\}, \quad -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1 l + g \sin(x_1)).$$

Этап 4. Если $x \in G_2^0$, то $x_2 = 0$ и $G_1(x) = 0$.

Этап 5. Реализовать правила, составляющие базу правил логического регулятора, с учетом свойств, введенных для множеств в шаге 3.

Получим, что для системы (1) база правил логического регулятора будет представлена девятью правилами следующего вида:

Π_1 : x_1 есть П, x_2 есть П. Имеем $A_1 = (0, 80] \times (0, 30]$, $A_1 \cap G_2^+ = \emptyset$ и $A_1 \cap G_2^- = (0, 80] \times (0, 30]$. Таким образом, $u_1(x) \geq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1 l + g \sin(x_1))$. Выберем функцию $u_1(x) = l(m+M)(x_1 l + g)$, которая удовлетворяет условию 2) теоремы 1.

П₂: x_1 есть О, x_2 есть О. Имеем $A_2 = [-80, 0) \times [-30, 0)$, $A_2 \cap G_2^+ = [-0,0) \times [-30,0)$ и $A_2 \cap G_2^- = \emptyset$. Таким образом, $u_2(x) \leq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$.

Выберем функцию $u_2(x) = l(m+M)(x_1l - g)$, удовлетворяющую условию 2) теоремы 1.

П₃: x_1 есть П, x_2 есть О. Имеем $A_3 = (0, 80] \times (-30, 0]$, $A_3 \cap G_2^- = \emptyset$ и $A_3 \cap G_2^+ = (0,80] \times (-30,0]$. Таким образом, $u_3(x) \leq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$. Выберем

функцию $u_3(x) = -x_1$, которая удовлетворяет условию 2) теоремы 1.

П₄: x_1 есть О, x_2 есть П. Имеем $A_4 = [-80, 0) \times (0, 30]$, $A_4 \cap G_2^+ = \emptyset$ и $A_4 \cap G_2^- = [-80,0) \times (0,30]$. Таким образом, $u_4(x) \geq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$. Выберем

функцию $u_4(x) = -x_1$, удовлетворяющую условию 2) теоремы 1.

П₅: x_1 есть П, x_2 есть Н. Имеем $A_5 = (0, 80] \times (-5, 5)$. Тогда возможны следующие два случая:

а) для $x \in A_5 \cap G_2^- = (0,80] \times [0,5)$ имеем $u_5(x) \geq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$;

б) для $x \in A_5 \cap G_2^+ = (0,80] \times (-5, 0]$ имеем $u_5(x) \leq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$.

Для выполнения указанных условий а) и б) выберем функцию $u_5(x) = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$.

П₆: x_1 есть О, x_2 есть Н. Имеем $A_6 = [-80, 0) \times (-5, 5)$. Возможны следующие случаи:

а) для $x \in A_6 \cap G_2^- = [-80, 0) \times [0,5)$ имеем $u_6(x) \geq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$;

б) для $x \in A_6 \cap G_2^+ = [-80, 0) \times (-5, 0]$ имеем $u_6(x) \leq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$.

Для выполнения указанных условий а) и б) выберем функцию $u_6(x) = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$.

П₇: x_1 есть Н, x_2 есть П. Имеем $A_7 = (-10, 10) \times (0, 30]$, $A_7 \cap G_2^+ = \emptyset$ и $A_7 \cap G_2^- = (-10,10) \times (0,30]$. Таким образом, $u_7(x) \geq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$. Положим

$u_7(x) = l(m+M)(x_1l + g)$. Функция $u_7(x)$ удовлетворяет условию 2) теоремы 1.

П₈: x_1 есть Н, x_2 есть О. Имеем $A_8 = (-10, 10) \times [-30, 0]$, $A_8 \cap G_2^+ = (-10,10) \times (-30,0]$ и $A_8 \cap G_2^- = \emptyset$. Таким образом, $u_8(x) \leq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$.

Положим $u_8(x) = l(m+M)(x_1l - g)$. Функция $u_8(x)$ удовлетворяет условию 2) теоремы 1.

П₉: x_1 есть Н, x_2 есть Н. Имеем $A_9 = (-10, 10) \times (-5, 5)$. Возможны следующие случаи:

а) для $x \in A_9 \cap G_2^+ = (-10, 10) \times (-5, 0)$ имеем $u_9(x) \leq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$;

б) для $x \in A_9 \cap G_2^- = (-10, 10) \times (0, 5)$ имеем $u_9(x) \geq -\frac{G_1(x)}{G_2(x)} = l(m+M)(x_1l + g \sin(x_1))$.

Для выполнения указанных условий а) и б) положим $u_9(x) = l(m+M)(x_1 l + g \sin(x_1))$.

По теореме 1 маятниковая система (1), с построенным логическим регулятором, является асимптотически устойчивой в целом в начале координат.

Программа, реализующая процесс стабилизации управляемой маятниковой системы (1), на языке C# будет представлена следующими модулями: 1) объявление переменных (описание и обозначение входящих величин); 2) модуль инициализации (выполняется построение «окна», в котором будут отражены конкретные числовые значения входящих величин и результаты компьютерного моделирования в виде графиков); 3) вспомогательный модуль (описание команд для построения графика, изменения цвета и толщины линий, обозначения координатных осей и т.д.); 4) модуль, содержащий описание базы правил логического регулятора; 5) основной модуль, реализующий численное решение системы (4) с учетом начальных данных.

На рис. 1 приведен фрагмент листинга программы (модуль 4), в котором для описания правил использованы команды if (если), else (иначе), && (и). Оценка начальных условий проведена с учетом сопоставления лингвистических термов реальным значениям входящих величин.

```

Form1.cs  X
C# Pendulum  -  Pendulum.Pendulum

if ((x1 > 0 && x1 < 1.4) && (x2 > 0 && x2 < 0.52)) {
    bot1 = 0; top1 = 1.4;
    bot2 = 0; top2 = 0.52;
    u = 1 * (mP + mT) * (x1 * l + G);
} else if ((x1 >= -1.4 && x1 <= 0) && (x2 >= -0.52 && x2 <= 0)) {
    bot1 = -1.4; top1 = 0;
    bot2 = -0.52; top2 = 0;
    u = 1 * (mP + mT) * (x1 * l - G);
} else if ((x1 > 0 && x1 <= 1.4) && (x2 > -0.52 && x2 <= 0)) {
    bot1 = 0; top1 = 1.4;
    bot2 = -0.52; top2 = 0;
    u = -x1;
} else if ((x1 >= -1.4 && x1 < 0) && (x2 > 0 && x2 <= 0.52)) {
    bot1 = -1.4; top1 = 0;
    bot2 = 0; top2 = 0.52;
    u = -x1;
} else if ((x1 > 0 && x1 <= 1.4) && (x2 > -0.09 && x2 < 0.09)) {
    bot1 = 0; top1 = 1.4;
    bot2 = -0.09; top2 = 0.09;
}
    
```

Рис. 1. Фрагмент листинга программы в C#

При проведении компьютерного моделирования системы (1) использованы следующие значения параметров маятника $m = 2$ кг, $M = 8$ кг, $l = 1$ м. Для выполнения вычислительных расчетов значения входящих величин x_1 и x_2 записываются в радианах и радиан/сек соответственно. На рис. 2 представлены графики угла отклонения при условиях $x_1 = -8^0$ и $x_1 = 8^0$ соответственно.

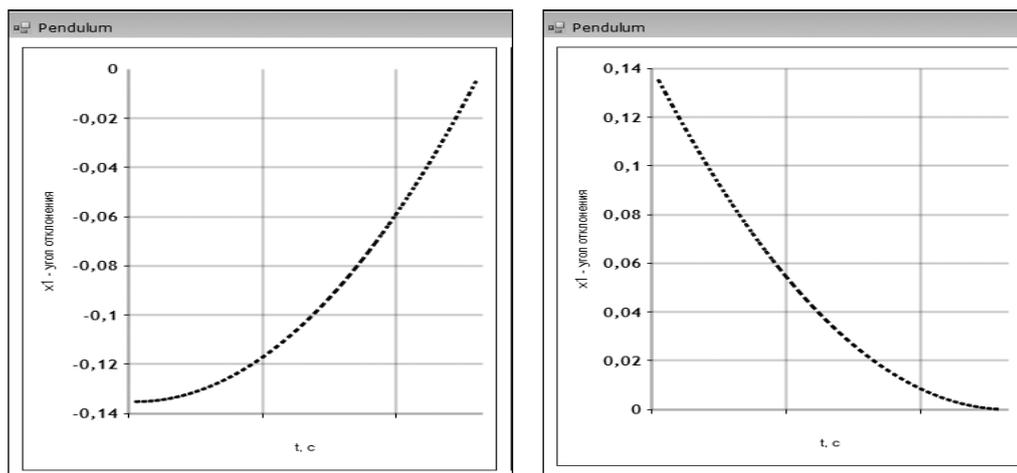


Рис. 2. Графики угла отклонения при $x_1 = -8^0$ и $x_1 = 8^0$

Результаты компьютерного моделирования системы (1), полученные и для других начальных условий, подтверждают эффективность применения синтезированного логического регулятора. Предложенная в настоящей статье процедура стабилизации управляемой маятниковой системы может быть использована для синтеза логических регуляторов в транспортных, гироскопических системах, а также в многосвязных системах управления сложными динамическими объектами.

Список литературы

1. Дорф Р., Бишоп Р. (2004) Современные системы управления. М.: Лаборатория базовых.
2. Афанасьев В.Н. (2007) Динамические системы управления с неполной информацией: алгоритмическое конструирование. М.: УРСС.
3. Масина О.Н., Дружинина О.В. (2011) Моделирование и анализ устойчивости некоторых классов систем управления. М.: ВЦ РАН.

COMPUTER SIMULATION OF THE PROCESS STABILIZATION OF CONTROLLED PENDULAR SYSTEMS UNDER CONDITIONS OF INCOMPLETE INFORMATION

E.V. Igonina
Can.Sci. (Phys.-Math.), associate professor
elenaigonina7@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The complexity of a large number of modern control systems often does not allow us to obtain in advance a complete description of the processes occurring within the system and its interaction with the environment. Quite often, the mathematical model of a controlled system takes into account only allowable areas for changing its parameters and the characteristics of individual elements without specifying them. In this connection, on the one hand, there is a need to develop methods for studying systems with incomplete information that precedes computer modeling, and on the other hand the development and use of new computer software. Mathematical models of controlled pendulum systems serve to describe a wide range of controlled processes and objects that have unstable behavior. In real time, experiments with these systems without proper monitoring can be dangerous.

The construction of algorithms for the stabilization of controlled pendulum systems under incomplete information and their computer implementation are an important applied problem related to the analysis of dynamic regimes for the operation of controlled gyroscopic and transport systems. In the article, based on the method of Lyapunov functions and the construction of a logic controller under incomplete information, an algorithm for stabilizing the control system of an inverted pendulum has been developed. Taking into account the obtained conditions of asymptotic stability of the investigated system, the basis of the rules of the logical controller is reduced, each rule of which reduces to finding the values of the control action. The results of the computer implementation of the stabilization process of the pendulum system under consideration in a Visual Studio environment in C # language, confirming the effectiveness of using the synthesized logic controller are presented.

Keywords: controlled systems with incomplete information, logic controller, stabilization, Lyapunov function, control system of an overturned pendulum.

References

1. Dorf R., Bishop R. (2004) *Sovremennyye sistemy upravleniya* [Modern management systems]. M.: Laboratoriya bazovykh.
2. Afanas'ev V.N. (2007) *Dinamicheskie sistemy upravleniya s nepolnoj informaciej: algoritmicheskoe konstruirovaniye* [Dynamic control systems with incomplete information: algorithmic design]. M.: URSS.
3. Masina O.N., Druzhinina O.V. (2011) *Modelirovaniye i analiz ustojchivosti nekotorykh klassov sistem upravleniya* [Modeling and analysis of the stability of some classes of control systems]. M.: VCz RAN.

УДК 004.4 | **ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СПИСКОВ ПРИ РАБОТЕ С УПРАВЛЯЕМЫМИ ФОРМАМИ**

Дмитрий Васильевич Корниенко
к.ф.-м.н., доцент
dmkornienko@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный
университет им. И.А. Бунина

Аннотация. Статья посвящена описанию применения динамического списка в управляемых формах. Динамические списки служат для отображения данных на формах. Сами данные берутся из таблиц базы данных.

Ключевые слова: управляемые формы, динамический список, табличная часть, обработчик события, обработка.

В данной статье рассматривается вопрос применения динамического списка на форме обработки. Обработка будет представлять собой механизм подбора необходимой номенклатуры в документ реализации товара. Подбор будет реализован в виде «корзины», которая накапливает необходимый товар, после чего перемещает его в табличную часть документа. В самой форме обработки номенклатура будет выводиться с показателем цены и остатка данного товара на соответствующем складе.

Динамические списки - это определенный тип данных, служащий для отображения данных на управляемых формах в системе 1С:Предприятие 8 [2, стр. 634]. Сами данные берутся из таблиц базы данных, которые указывает разработчик прикладного решения.