1. Drobyshev Yu.A. (2010) Istoriko-matematicheskaya podgotovka uchitelya matematiki. Monografiya [Historical and mathematical training of teachers of mathematics. Monograph.] M.: Izd-vo Drofa.
2. Drobyshev Yu.A. (2011) Mnogourovnevaya istoriko-matematicheskaya podgotovka budushchego uchitelya matematiki: diss. doktora ped. Nauk [Multi-level historical-mathematical training of future teachers of mathematics]. Dr. PED. sciences'] M.

УДК 372.851

ДИДАКТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ЭФФЕКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ДОКАЗАТЕЛЬСТВАМ: СОЦИОКУЛЬТУРНЫЙ ПОДХОД

Наталия Георгиевна Подаева
д.п.н., профессор
podaeva@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина

Аннотация. В статье теоретически обосновывается экспериментально подтвержденная закономерность: овладение школьниками обобщенным способом выполнения геометрических доказательств в ситуации учения-обучения обеспечивает эффективность процесса освоения ими геометрических понятий. Центральной основой выступает предложенная авторами дифференциация видов обучения математике – инструментально-ориентированного, предметно-ориентированного и ценностно-ориентированного, каждый из которых представляет определенную область математического знания (содержательную, процессуальную или контекстную), а также определенный тип научных знаний (декларативный, процедурный или ценностный). В русле разработанной концепции социокультурного подхода на первый план выступает ценностно-ориентированное обучение, представляющее контекстную область математического знания. Речь идет о математических знаниях, умениях, культурных способностях как формах освоения культурных ценностей, а также о формировании ценностного отношения обучающихся к математическим категориям, объектам и методам как носителям культурных ценностей. В качестве содержательного материала практического курса для 8-9 классов была выбрана геометрия на плоскости Лобачевского в схеме Гильберта. В основу экспериментальной методики была положена авторская концепция, ориентированная на трехэтапную подачу учебного материала: этапы понимания, усвоения и применения, соответствующие трем уровням обученности. Приводятся результаты проведенного авторами сравнительного анализа дедуктивно-аксиоматического построения геометрии в учебниках, рекомендованных к использованию в общеобразовательных учреждениях. Раскрываются содержательно выявленные авторами дидактические условия эффективной организации усвоения геометрического доказательства школьниками.

Ключевые слова: социокультурный подход; понимание, усвоение, применение; формирование умений доказывать.

Новая концепция школьного математического образования предполагает коренные изменения, которые касаются, прежде всего, целевой ориентации (от знаний, умений, навыков – к социально и личностно ориентированной деятельности), методологии и инструментария (интерактивные учебники, обучающие игры, творческие задания), стиля образовательного взаимодействия, степени активности обучаемых, социально-экономических условий и др. Причем на первый план выдвигается *необходимость менять отношение к интеллектуальному труду*, придать ему ценность. Одна из ключевых проблем, из которых складывается кризис современного образования во всем мире, – падение престижа интеллектуального труда в целом. Красота и яркость ума, способность нетривиально мыслить и высказывать парадоксальные суждения сегодня не являются ценностью и вызывают лишь снисходительный вопрос «И что?» Необходимо сделать все возможное, чтобы именно ярко и остро мыслящий человек стал основной фигурой и ценностью будущего. Именно поэтому на первый план выдвигается развивающая функция обучения математике в школе: развитие способности к многомерности восприятия; умения ориентироваться в иных плоскостях и пространствах; способности к анализу и обобщению, к восприятию формулы как концентрированного знания; развитие алгоритмического, функционального, вероятностного стилей мышления, поисковой, исследовательской активности учащихся и т. д. При этом экспериментальные психологи (В.В. Аршавский, В.С. Роттенберг [20]) утверждают, что условием эффективного развития указанных качеств является многозначность, образность, целостность восприятия проблемной ситуации, в то время как *математика, как известно, предполагает сугубо однозначный контекст мышления*, в отличие от усвоения применяемых на практике знаний.

Решение проблемы поиска многозначных контекстов обучения математике в школе обеспечивается, на наш взгляд, выделением компонентов обучения, направленных на овладение учебными умениями, которые влияют на формирование *понятийного мышления*, поскольку именно благодаря понятиям подросток начинает понимать связи, отношения, скрытые за поверхностью видимых явлений [5]. Сегодня общая проблема образовательных и научных сфер – нарастающий информационный хаос: растет количество информации и количество связей между различными областями знаний; *необходимая информация (сигналы) тонет в хаосе информации пустой (шумы)*. Количество нужной информации сегодня таково, что просто заучить ее или усвоить невозможно. Это значит, что передавать надо не знания, а методы получения знаний, способы создания новых знаний, умения мыслить понятиями. *Понятия – это средство упорядочивания воспринимаемого мира с помощью категориальных и логических отношений, то есть это интеллектуальный инструмент, который помогает справиться с хаосом эмпирических впечатлений и организовать их на уровне разумной картины мира* (М.А. Холодная [28]). Происходит перестройка («интеллектуализация») элементарный познавательных функций на основе их синтеза с функцией образования понятий: восприятие фактически превращается в наглядное мышление, запоминание начинает опираться на смысловые связи, внимание приобретает произвольный характер и т.д. Как отмечает М.А. Холодная [28, с. 148], понятийное мышление, которое в структурном аспекте выступает как накопленный понятийный опыт и в функциональном аспекте – как процесс понятийного познания, понимается как интегральное образование, включающее разные способы кодирования информации, когнитивные схемы разной степени обобщенности, иерархическую организацию признаков изучаемых понятий.

В силу этого в настоящем исследовании предлагается новый контекст рассмотрения проблемы обучения математике – *социокультурный*. В традиционных исследованиях по методике математики ведущим является *формально-дедуктивный подход* – преимущественно речь идет о трансляции знаний: учащимся без особых оснований, без специальной мотивации предъявляется некоторый список понятий и положений, формулируются и доказываются свойства объектов изучения, связи между ними. Таким образом, изучаемая математическая теория представляется как «некий свод определений, постулатов и правил, теорем и других сопутствующих предложений» [13], [14], [15]. В то же время социокультурный подход предполагает самореализацию личности в этом знании, социализацию. Способствовать формированию «кристаллизованной структуры личности» школьника (М. Мамардашвили), способности к личному самостоятельному диалогу с культурой человечества – в этом миссия математического образования эпохи знаниевого общества и знаниевой экономики.

В рамках решения поставленных проблем обучения математике в школе мы исходили из основной целевой ориентации – *формирование понятийных психических структур* на двух уровнях:

– формирование семантических структур, обеспечение *понимания, усвоения и применения* школьником учебного материала – рефлективного отношения;

– освоение *ценностного отношения* к предметному материалу, обеспечение *переживания* ценностных позиций – эмоционально-оценочного отношения.

Причем второй аспект – формирование ценностного отношения – также обеспечивает возможность *рефлексии* – анализа, осмысления и обобщения обретенного знания, ибо подлинное *понимание* предполагает наличие знания о знании.

Проведенный анализ позволил выявить закономерность: овладение школьниками обобщенным способом выполнения геометрических доказательств в ситуации учения-обучения обеспечивает эффективность процесса освоения им геометрических понятий.

Центральной основой выступала дифференциация видов обучения математике – *инструментально-ориентированного*, *предментно-ориентированного* и *ценностно-ориентированного*, каждый из которых представляет определенную область математического знания (*содержательную*, *процессуальную* или *контекстную*), а также определенный тип научных знаний (*декларативный*, *процедурный* или *ценностный*) (таблица 2).

Таблица 2.

Формирование понятийных психических структур: уровни, закономерности, этапы

Предметно-ориентированное обучение	Инструментально-ориентированное	Ценностно-ориентированное обучение
Области математического знания		
Содержательная	Процессуальная	Контекстная
Типы научных знаний		
Декларативный (знания о том, *«что»*)	Процедурный (знания о том, «*как*»)	Ценностный (знания о том, «*какой и зачем»*)

Формирование понятийных психических структур				
Этапы	1. Формирование семантических структур			2. Формирование понятийных структур
Уровни	1. Понимание	2. Усвоение	3. Применение	4. Переживание ценностных позиций
Закономерности	*Осознание*; *осмысление*; *обобщение*	*Запоминание*; *систематизация; профилактика забывания*	*Формирование умений*; *стандартное применение*;	Формирование эмоционально-оценочного отношения

			творческое применение	

В русле социокультурного подхода на первый план выступает ценностно-ориентированное обучение, представляющее так называемую контекстную область математического знания. Речь идет о математических знаниях, умениях, культурных способностях как формах освоения культурных ценностей, а также о формировании ценностного отношения обучающихся к математическим категориям, объектам и методам как носителям культурных ценностей. Причем здесь необходимо избегать все более утверждающегося сегодня негативного явления, которое можно назвать «Sciencetaiment», связанного с возникновением «постнауки» и характеризующегося применением принципов журналистики и художественных романов в научных исследованиях. Задачей такой «поп-науки» становится развлечение скучающего потребителя.

В качестве содержательного материала практического курса для 8-9 классов была выбрана геометрия на плоскости Лобачевского в схеме Гильберта. В основу экспериментальной методики была положена авторская концепция, ориентированная на трехэтапную подачу учебного материала: этапы *понимания, усвоения* и *применения*, соответствующие трем уровням обученности.

Первый этап, соответствующий уровню *понимания* материала, включает три психодидактические задачи:

1 — *осознание*;
2 — *осмысление*;
3 — *обобщение*.

Второй этап, соответствующий уровню *усвоения* материала, включает задачи:

1 — *запоминание*;
2 — *систематизация;*
3 — *профилактика забывания*.

Третий этап, соответствующий уровню *применения* материала, включает три задачи:

1 — *формирование умений*;
2 — *стандартное применение*;
3 — *творческое применение*.

Одна из основных целевых ориентаций курса геометрии в школе – освоение методологии дедуктивно-аксиоматического метода.

Результаты сравнительного анализа дедуктивно-аксиоматического построения геометрии в учебниках, рекомендованных к использованию в общеобразовательных учреждениях в 2017-2018 г. [17], приведены ниже (таблица №1):

Таблица № 2

Авторы учебников	Аксиомы	Теоремы	Доказательства
1.	2.	3.	4.
Козлов В.В., Никитин А.А., Белоносов В.С. и др. [1]	Не идентифицируются как предложения, принимаемые без доказательств	Не идентифицируются как предложения, выводимые из аксиом как	Затянуты, не выделены, являются частью текста

1.	2.	3.	4.
		логические следствия	
Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. и др. [7]	Выделены как предложения, принимаемые без доказательств, наравне с постулатами	Не всегда сформулированы точно, однозначно, логически перемешаны	Обширны, подкреплены большим количеством текстовых примеров, примеров из жизни
Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев СБ. и др. [9]	Ярко выделены в тексе, введены, подробно описаны и разъяснены в приложении	Не всегда выделены и обозначены как теоремы	Не идентифицируются как доказательства на фоне общих рассуждений
Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Прасолов В.В. [8]	Не выделены как самостоятельные, базовые, необходимые структуры	Четко обозначены и структурированы	Выделены, понятны и наглядны, иллюстрируют применимость теорем в жизни
Глейзер Г.Д. [6]	Вводятся в контексте исторического дискурса	Преподносятся предварительно подготовленному ученику	Подкреплены практическими заданиями
Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. [10]	Выделены в отдельную главу, но даются в текстовом массиве	Предложены в сдержанной форме	В большей части подкреплены задачами для самостоятельного решения, чем описательными примерами
Погорелов А.В. [11]	Предопределены и являются единственными доказательными единицами	Выделены, жестко и лаконично структурированы	Практически полностью основаны на аксиомах, не подкрепляются наглядностью чертежа и привычками жизненных представлений
Шарыгин И.Ф. [12]	Даны на фоне исторической справки и примеров в сжатом объеме	Лаконично сформулированы, имеют прикладной характер	Объяснения и примеры, подкрепленные наглядностью чертежа, привычками жизненных представлений и рядом практических

1.	2.	3.	4.
			задач

Представленный в таблице 1 сравнительный анализ учебников геометрии позволяет сделать вывод, что на современном этапе развития методики обучения геометрии в школе многими авторами учебников допускается введение аксиом скорее в ознакомительных целях, чем в целях их дальнейшего использования как полноценной части геометрического знания. Большее внимание уделено частным положениям теорем и оттачиванию навыков их практического применения обучаемыми в повседневной деятельности. При этом совершенно недостаточно внимания уделено формированию наиболее важного для геометрии *умения доказывать.*

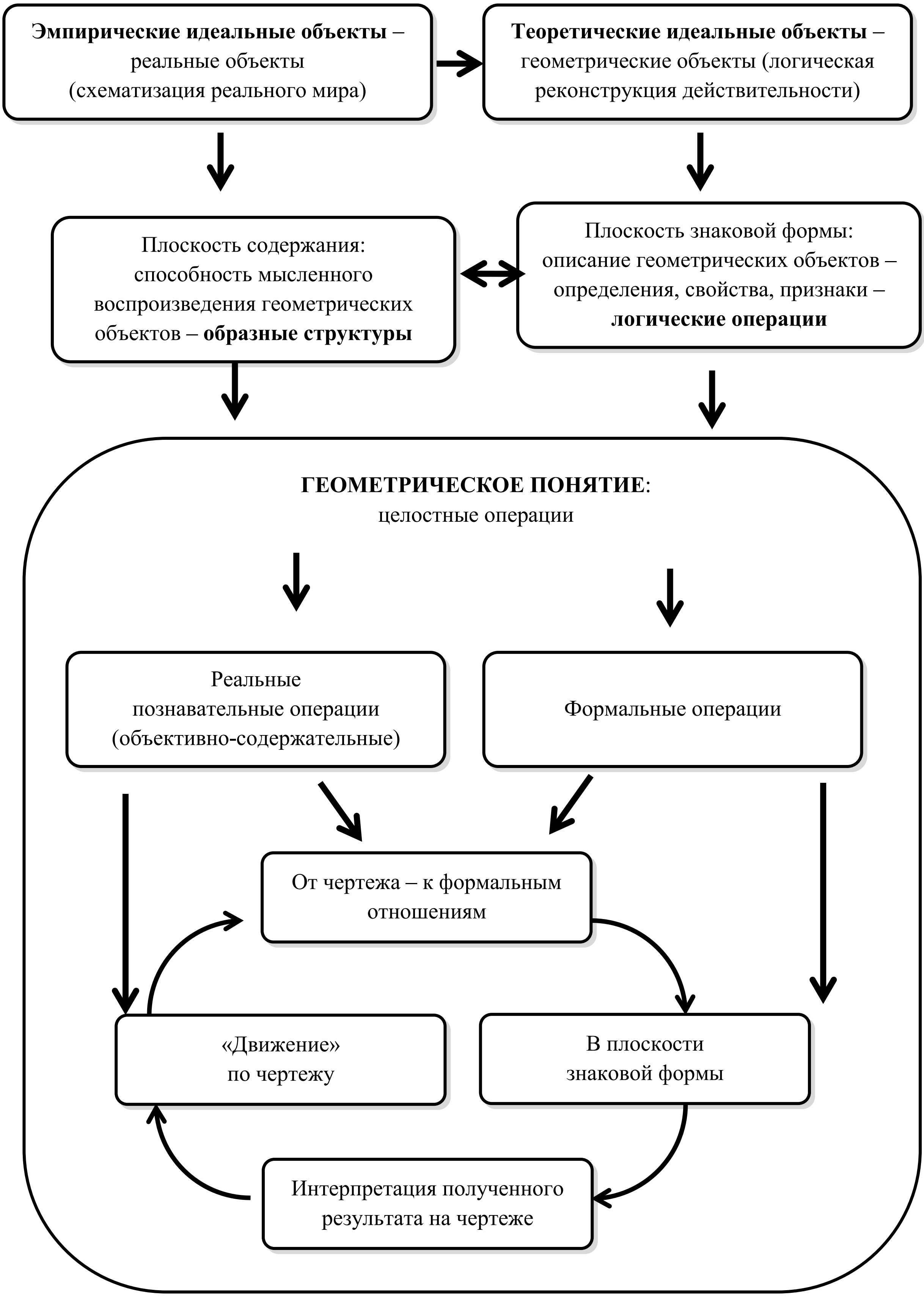
Обучение учащихся проведению доказательства – сложная и многогранная проблема, которая в психологии и методике обучения математике занимала и занимает одно из ведущих мест. Доказательства утверждений – это неотъемлемая и, пожалуй, самая сложная составляющая геометрии, да и математики вообще, радикально отличающая ее от других наук, изучаемых в школе. По словам И.Ф. Шарыгина, « <…> научной и нравственной основой курса геометрии является принцип доказательности всех утверждений. И это единственный школьный предмет, включая даже предметы математического цикла, полностью основанный на последовательном выводе всех утверждений» [29].

Вопросам понимания сущности доказательства, поиска доказательства, обучения проведению доказательства посвящено огромное количество исследований.

В исследованиях Ж.Д. Ахмедова [2], Г.Р. Бреслера [3] и др. сквозным понятием является понятие о дедуктивном умозаключении. В.Н. Медведская [16] рекомендует на подготовительном этапе обучения учащихся проведению доказательства активнее использовать средства наглядности. С.И. Смирнова [23] предлагает на уроках математики в 5 - 6 классах осуществлять систематическое и целенаправленное обучение доказательствам посредством построения локальных теорий и последующим их применением при решении математических задач.

По мнению З.И. Слепкань [22], готовые доказательства занимают в процессе обучения математике значительное место, и надлежащая постановка обучения готовым доказательствам способствует формированию у школьников необходимых компонентов самостоятельного поиска доказательств. Для усвоения содержания теоремы Г.И. Саранцев [21] предлагает использовать цепочки взаимосвязанных упражнений на выделение условия и заключения теоремы, на вычленение на чертежах и моделях таких фигур, которые удовлетворяли бы условию теоремы, на выполнение чертежа, моделирующего условие и заключение теоремы. Ю.И. Ревуцкас [19] предлагает систему упражнений как средство обучения доказательству теорем в курсе геометрии 6 класса. Д. Пойа [18] разработал общую методику решения математических задач, в частности задач на доказательство, методику использования методов научного познания в решении задач. Н.С. Тюина [26] выявила состав приёма мыслительной деятельности анализ через синтез. Он состоит из пяти взаимосвязанных, взаимозависимых блоков действий и операций. Г.Х. Воистинова [4] исследовала возможности использования задач на построение в качестве средства формирования приемов мышления учащихся. Ею выделены основные пути и методы обучения приемам мыслительной деятельности при решении задач на построение.

Схема 1. Структура процесса освоения геометрических понятий на основе взаимосвязи образных структур и логических операций



Результаты названных исследований имеют большое значение для совершенствования методики обучения учащихся проведению доказательств. Объективно, что для методических исследований, опубликованных за последние годы в России и за рубежом и, так или иначе, касающихся методики обучения геометрическим доказательствам, характерна некоторая фрагментарность. В работах отечественных и зарубежных исследователей затрагиваются в основном отдельные аспекты организации учебной деятельности школьников по освоению геометрических доказательств. В данных работах не обнаруживается целостного представления об опыте организации деятельности обучающихся по освоению умения доказывать геометрические утверждения: не представлен анализ умения доказывать, не раскрыты содержание и структура данного умения, не выделены условия эффективной организации его усвоения в электронной образовательной среде школы. Результатом является общеизвестный факт – сегодняшние выпускники школ плохо понимают, что такое доказательство. Они не только не умеют самостоятельно доказывать теоремы и решать задачи на доказательство, но часто оказываются не в состоянии на репродуктивном уровне воспроизвести уже известное доказательство, если изменены условия: другие буквенные обозначения на чертеже или чертеж расположен иначе.

Итак, эффективная организация усвоения геометрического доказательства школьниками возможна лишь при соблюдении определенных условий.

1. Главное условие – никакие рассуждения и доказательства не должны сообщаться в готовом виде. Главное, чтобы ученик, во-первых, всегда осознавал необходимость того или иного рассуждения или доказательства, а во-вторых, сам пытался бы что-то предложить и проверить. Данное условие обеспечивается *созданием проблемных ситуаций, нацеленных на формирование способности целеполагания у учащихся*. Используются приёмы: создание проблемной ситуации, связанной с неполнотой знаний учащихся; введение в урок проблемного диалога, необходимого для определения учащимися границ знания — незнания; прием «Индуктор» используется при проведении урока в форме мастерской (индуктор — странный (парадоксальный) вопрос, побуждающий к активной мыслительной деятельности).

2. Необходимо постоянно подкреплять мотивацию учащихся к проведению доказательств. Главная проблема – формирование у школьников *ценностного отношения* как принятия достаточно «скучных» положений аксиоматики в качестве культурной ценности. Здесь акцентируется такой этап динамики освоения ценности, как *ценностная ориентация* (или рефлексия ценности), складывающаяся из разных форм аналитико-синтетической, поисковой, оценочной и другой познавательной деятельности: поиск смысла идей, заложенных в таких фундаментальных категориях, как, например, *доказательство*.

3. Формирование умения школьников убедительно доказывать истинность своих суждений и опровергать ложные умозаключения *необходимо предварять подробным рассмотрением сущности общих методов доказательства утверждений*. Первоочередной задачей учителя является организация учебной деятельности, ориентированной на развитие таких мыслительных процессов как анализ и синтез.

4. К наиболее эффективным средствам обучения школьников самостоятельным синтетическим и аналитическим рассуждениям специалисты по формальной логике относят *диалог учителя и учеников синтетического (подводящего) и аналитического (побуждающего) характера*, который будет подталкивать учащихся к отысканию различных способов решения задачи или доказательства теоремы.

5. Очень велика роль чертежа, причем чертежи должны быть наглядными и сопровождать весь ход доказательства в динамике.

6. Все основные этапы доказательства нумеруются, при этом, во-первых, их удобно видеть, а во-вторых, на них удобно ссылаться.

7. В конце каждого пункта доказательства в скобках даны основания сделанных выводов — это либо определения, либо доказанные ранее теоремы, либо ссылки на предыдущие этапы доказательства.

8. *Необходимо формировать метапредметное умение обучающегося регулировать мыслительную деятельности в процессе доказательства*. Предлагается вооружить учащихся методом рассуждения в процессе решения задач на доказательство. Чтобы обеспечить формирование указанного метода, рекомендуется учащимся пользоваться специальным правилом, раскрывающим содержание и последовательность деятельности: анализ условия задачи – посмотреть, что дано и что требуется доказать; сделать выводы из того, что дано; вспомнить все известные признаки понятий и сопоставить их с тем, что дано, а также с чертежом; и т.д.

В каждом пункте указанного правила учащимся рекомендуется некоторым образом выполнять действия, представляющие собой довольно сложные умения, составляющие содержание умения доказывать: содержательный анализ того, что дано и что требуется доказать; дедуктивное выведение следствий из того, что дано в условии; умение подводить заданные в условии явления под системы признаков искомых понятий (составляющие содержание умения доказывать синтетически); умение рассуждать методом восходящего анализа; умение выполнять косвенный анализ (метод от противного) и т.д. Формирование таких умений требует специальной методики и специальной системы заданий.

Произведем анализ умения доказывать – раскроем его содержание (схема 1), выделим составляющие его компоненты и условия эффективной организации их усвоения на примере теоремы геометрии Лобачевского на плоскости в схеме Гильберта. Мы выбрали аксиоматику Гильберта, поскольку она имеет евклидово-лежандровский тип построения и наиболее приближена к аксиоматике современного школьного курса геометрии

Теорема: *Если 3 угла ΔABC соответственно равны 3-ём углам $\Delta A'B'C'$, то эти треугольники равны.*

1. *Содержательный анализ того, что дано и что требуется доказать.*

Даны два треугольника ΔABC и $\Delta A'B'C'$, причем $\angle A = \angle A'; \angle B = \angle B'; \angle C = \angle C'$. Требуется доказать, что эти треугольники равны.

Понятие *равенства треугольников* в абсолютной геометрии имеет конъюнктивную связь признаков: два треугольник равны *или* по определению, если равны соответственно три стороны $AB = A'B',\ AC = A'C',\ BC = B'C'$ и три угла $\angle A = \angle A',\ \angle B = \angle B',\ \angle C = \angle C'$; *или* по двум сторонам и углу между ними*, или* по стороне и двум прилежащим углам, *или* по трем сторонам.

2. Умение рассуждать методом восходящего анализа.

Чтобы доказать, что треугольники ABC и $A'B'C'$ равны, достаточно доказать равенство сторон AB и $A'B'$, тогда по второму признаку треугольники равны.

3. Умение выполнять косвенный анализ (метод от противного).

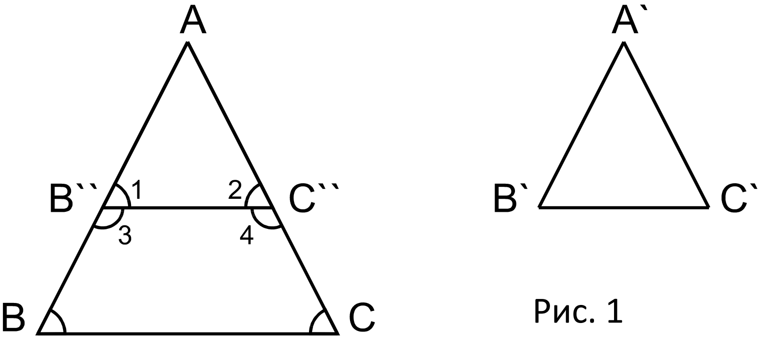


Рис. 1

Предположим, что $AB \neq A'B'$ $(AB > A'B')$ (рис.1). Тогда существует точка B'', принадлежащая отрезку *AB*, такая, что $AB'' = A'B'$. На луче *AC* возьмём точку C'' такую, что $AC'' = A'C'$. Имеем: $\Delta A'B'C' = \Delta AB''C''$ (по 1-ому признаку). Следовательно,

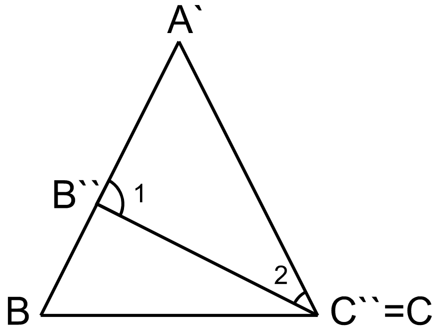
$$\angle 1 = \angle B; \angle 2 = \angle C . \qquad (1)$$

Докажем, что $BC \cap B''C'' = \varnothing$.

Предположим противное: $BC \cap B''C''$=M. Возможны два случая:

1) *M = C*; ***2)*** *μ(BMC)* – точка *M* лежит между точками *B* и *C*.

1) Если *M = C* (рис.2), то $C'' = C \Rightarrow \angle 2 < \angle C$, что противоречит (1).



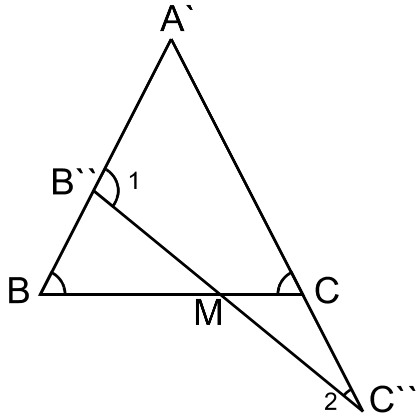


Рис. 2

Рис. 3

2) Если *μ(BMC),* то $\angle C = \angle 2$, что противоречит теореме о внешнем угле треугольника ($\Delta MCC''$).

Следовательно, $BC \cap B''C'' = \varnothing$, следовательно, $\mu(AC''C)$ – точка C'' лежит между точками *A* и *C* (по аксиоме Паша).

Имеем (рис. 1): $\angle 1 + \angle 3 = 2d; \angle 2 + \angle 4 = 2d \Rightarrow \angle 3 + \angle B = 2d$

$$+\ \underline{\angle C + \angle 4 = 2d}$$

$$\angle C + \angle B + \angle 3 + \angle 4 = 4d$$

- что противоречит следствию из теоремы 1**.** Следовательно, предположение $AB \neq A'B'$ неверно. Остается принять, что $AB = A'B'$.

4. Действие подведения заданных в условии явлений под систему признаков понятия равенства треугольников (синтетическое рассуждение).

Следовательно, $AB = A'B'$; $\angle A = \angle A'; \angle B = \angle B'$. Следовательно, $\Delta\, ABC = \Delta$ $A'B'C'$ (по 2-му признаку равенства треугольников).

Для диагностики усвоения сложных умений доказывать, трудно усваиваемых учащимися, мы разделили его на составляющие простые умения. Текст диагностической самостоятельной работы состоял из тренировочных упражнений по выполнению простых умений. Выполнение работы оценивалось поэлементно. Сравнивая результаты выполнения простых умений, мы определили, какое из них не доведено до автоматизма и представляет собой причины общего «сбоя».

Таким образом, была подтверждена гипотеза исследования: организация усвоения геометрического доказательства школьниками в ситуации учения-обучения будет эффективна, а именно, будет обеспечено *формирование понятийных психических структур* на двух уровнях:

– формирование семантических структур, обеспечение *понимания, усвоения и применения* школьником учебного материала – рефлективного отношения;

– освоение *ценностного отношения* к предметному материалу, обеспечение *переживания* ценностных позиций – эмоционально-оценочного отношения,

если будут соблюдены определенные дидактические условия овладение школьниками обобщенным способом выполнения геометрических доказательств.

Список литературы

1. Математика: Алгебра и геометрия. (2016) 9 класс: учебное пособие для общеобразоват. учреждений / В.В. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов и др. М.: ООО «Русское слово – учебник».
2. Ахмедов Ж.Д. (1988) Формирование у учащихся 4-8 классов умений доказывать геометрические утверждения: Дис. ... канд. пед. наук. М.
3. Бреслер Г.Д. (1974) Методика обучения элементам доказательства в курсе математики IV и V классов: Дис. ... канд. пед. наук. Л.
4. Воистинова Г.Х. (2000) Задачи на построение как средство формирования приёмов мыслительной деятельности учащихся основной школы: Дис. .. .канд. пед. наук. М.
5. Выготский Л.С. (1984) Собрание сочинений: В 6 т. Т. 4: Детская психология. М.: Педагогика.
6. Геометрия. (2013) 7 клас: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.Д. Глейзер. М.: Бином.
7. Геометрия. (2013) 7 класс: учеб. для общебразоват. учреждений / А.Д.Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик, Т.Г. Ходот; Рос. акад. наук, Рос акад. образования, изд-во «Просвещение». М.: Просвещение.
8. Геометрия. (2010) 7 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, В.В. Прасолов; под ред. В.А. Садовничего. М.: Просвещение.
9. Геометрия. (2010) 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л.С.Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. 20-е изд. М.: Просвещение.
10. Геометрия. (2015) 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф.
11. Геометрия. (2016) 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / А.В.Погорелов. 2-е изд. М.: Просвещение.
12. Геометрия. (2012) 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / И.Ф.Шарыгин. М.: Дрофа.
13. Зайцев В. (2007) Осознание материала // Учительская газета, № 31.
14. Зайцев В. (2007) Помогают образы и ассоциации // Учительская газета, № 43.
15. Зайцев В. (2008) Сложные умения расщепляются на простые // Учительская газета, № 13.

16. Медведская В.И. (1988) Обучение младших школьников доказательству математических предложений: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. Минск.
17. Об утверждении федерального перечня учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования: приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 31 марта 2014 года № 253 [Электронный ресурс] Режим доступа: https://toipkro.ru/content/files/documents/ podrazdeleniya/cuar/bic/Prikaz_N_253_ot_31.03.2014_g..pdf (дата обращения: 10.11.2017);
18. Пойа Д. (1975) Математика и правдоподобные рассуждения / Д. Пойа. М.: Наука.
19. Ревуцкас Ю.И. (1978) Система упражнений как средство обучения доказательству теорем в курсе планиметрии 6 класса: Дис. ... канд. пед. наук. М.
20. Роттенберг В.С., Аршавский В.В. (1984) Поисковая активность и адаптация. М.: Прогресс.
21. Саранцев Г.И. (1999) Цели обучения математике в средней школе в современных условиях // Математика в школе. №6. С. 36-41.
22. Слепкань З.И. (1983) Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. пособие. К.: Рад. школа.
23. Смирнова С. И. (1999) Развитие у учащихся умений рассуждать при обучении математике в 5-6 классах: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. Петрозаводск.
24. Столяр А. А. (1969) Логические проблемы преподавания математики: Автореферат диссертации д-ра пед. наук. М.
25. Тоцки Е. (1993) Методические основы локально-дедуктивного обучения геометрии в средних школах (с учетом специфики Польши). М.: Автореферат диссертации д-ра пед. наук.
26. Тюина Н.С. (2003) Формирование анализа через синтез как приёма творческой деятельности младших школьников в обучении математике: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. Саранск.
27. Фройденталь Г. (1983) Математика как педагогии, задача: Кн. для учителя / Под ред. Н.Я. Виленкина. М.: Просвещение, Ч. 2.
28. Холодная, М.А. (2002) Психология интеллекта. Парадоксы исследования. СПб.: Питер.
29. Шарыгин И.Ф. (2004) Нужна ли школе XXI века геометрия? // Математика в школе. №4. С. 72-78.
30. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. (1996) Обучение математике в школе. М.: Просвещение.

DIDACTIC CONDITIONS OF EFFECTIVE TEACHING OF SCHOOLCHILDREN TO GEOMETRIC PROOF: A SOCIOCULTURAL APPROACH

N.G. Podaeva
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
podaeva@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The article theoretically substantiates an experimentally confirmed pattern: schoolchildren’s mastery of a generalized way of performing geometric evidence in a teaching-learning situation ensures the effectiveness of the process of mastering geometric concepts by them. The central basis is the differentiation of types of learning in mathematics – instrumental, premental, and value-oriented, proposed by the authors, each of which represents a specific area of mathematical knowledge (substantive, procedural, or contextual), as well as a certain type of scientific knowledge (declarative, procedural or value). In line with the developed concept of a sociocultural approach, value-oriented learning, representing the contextual area of mathematical knowledge, comes to the fore. We are talking about mathematical knowledge, skills, cultural abilities as forms of learning cultural values, as well as the formation of a valuable attitude of students to mathematical categories, objects and methods as carriers of cultural values. Geometry on the Lobachevsky plane in the Hilbert scheme was chosen as the substantive material of the practical course for grades 8-9. The experimental methodology was based on the author's concept, focused on a three-stage presentation of educational material: the stages of understanding, mastering and applying, corresponding to three levels of learning. The results of the comparative analysis of the deductive-axiomatic construction of geometry in textbooks recommended for use in educational institutions are given by the authors. Disclosed substantively identified by the authors didactic conditions for the effective organization of the assimilation of geometric proof by schoolchildren.

Keywords: sociocultural approach; understanding, assimilation, application; the formation of skills to prove.

References

1. Matematika: Algebra i geometriia. (2016) 9 class: uchebnoe posobie dlia obshcheobrazovat. uchrezhdenii` / V.V. Kozlov, A.A. Nikitin, V.S. Belonosov i dr. M.: OOO «Russkoe slovo – uchebnik».
2. Akhmedov ZH.D. (1988) Formirovanie u uchashchikhsia 4-8 classov umenii` dokazy`vat` geometricheskie utverzhdeniia [Formation in students of 4-8 classes of skills to prove geometric statements]: Dis. ... kand. ped. nauk. M.
3. Bresler G.D. (1974) Metodika obucheniia e`lementam dokazatel`stva v kurse matematiki IV i V classov [Methods of teaching elements of evidence in the course of mathematics classes IV and V]: Dis. ... kand. ped. nauk. L.
4. Voistinova G.KH. (2000) Zadachi na postroenie kak sredstvo formirovaniia priyomov my`slitel`noi` deiatel`nosti uchashchikhsia osnovnoi` shkoly` [Tasks on the construction as a means of forming the techniques of mental activity of students of primary school]: Dis. .. .kand. ped. nauk. M.
5. Vy`gotskii` L.S. (1984) Sobranie sochinenii`: V 6 t. T. 4: Detskaia psihologiia [Collected Works: 6 T. T. 4: Child Psychology]. M.: Pedagogika.
6. Geometriia. (2013) 7 clas: ucheb. dlia obshcheobrazovat. uchrezhdenii` [Grade 7: studies. for general education. institutions] / G.D. Glei`zer. M.: Binom.
7. Geometriia. (2013) 7 class: ucheb. dlia obshchebrazovat. uchrezhdenii` [Grade 7: studies. for obshchebrazovat. institutions] / A.D. Alexanderov, A.L. Verner, V.I. Ry`zhik, T.G. Hodot; Ros. akad. nauk, Ros akad. obrazovaniia, izd-vo «Prosveshchenie». M.: Prosveshchenie.
8. Geometriia. (2010) 7 class: ucheb. dlia obshcheobrazovat. uchrezhdenii` [Grade 7: studies. for obshchebrazovat. institutions] / V.F. Butuzov, S.B. Kadomtcev, V.V. Prasolov; pod red. V.A. Sadovnichego. M.: Prosveshchenie.
9. Geometriia. (2010) 7-9 classy`: ucheb. dlia obshcheobrazovat. uchrezhdenii` [7-9 classes: studies. for general education. institutions] / L.S. Atanasian, V.F. Butuzov, S.B. Kadomtcev i dr. 20-e izd. M.: Prosveshchenie.
10. Geometriia. (2015) 7 class: uchebnik dlia uchashchikhsia obshcheobrazovatel`ny`kh organizatcii` [Grade 7: textbook for students of general education organizations] / A.G. Merzliak, V.B. Polonskii`, M.S. Iakir. M.: Ventana-Graf.
11. Geometriia. (2016) 7-9 classy`: ucheb. dlia obshcheobrazovat. organizatcii` [7-9 classes: studies. for general education. of organizations] / A.V. Pogorelov. 2-e izd. M.: Prosveshchenie.
12. Geometriia. (2012) 7-9 classy`: ucheb. dlia obshcheobrazovat. organizatcii` [7-9 classes:

studies. for general education. of organizations] / I.F. Shary`gin. M.: Drofa.
13. Zai`tcev V. (2007) Osoznanie materiala [Material awareness] // Uchitel`skaia gazeta, № 31.
14. Zai`tcev V. (2007) Pomogaiut obrazy` i assotciatcii [Images and associations help] // Uchitel`skaia gazeta, № 43.
15. Zai`tcev V. (2008) Slozhny`e umeniia rasshchepliaiutsia na prosty`e [Difficult skills are split into simple] // Uchitel`skaia gazeta, № 13.
16. Medvedskaia V.I. (1988) Obuchenie mladshikh shkol`nikov dokazatel`stvu matematicheskikh predlozhenii` [Teaching younger students to prove math sentences]: Avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. Minsk.
17. Ob utverzhdenii federal`nogo perechnia uchebnikov, rekomenduemy`kh k ispol`zovaniiu pri realizatcii imeiushchikh gosudarstvennuiu akkreditatciiu obrazovatel`ny`kh programm nachal`nogo obshchego, osnovnogo obshchego, srednego obshchego obrazovaniia: prikaz Ministerstva obrazovaniia i nauki Rossii`skoi` Federatcii ot 31 marta 2014 goda № 253 [On approval of the federal list of textbooks recommended for use in the implementation of state-accredited educational programs of primary general, basic general and secondary education: Order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation of March 31, 2014 No. 253] [Электронный ресурс] Accessed: https://toipkro.ru/content/files/documents/podrazdeleniya/cuar/bic/Prikaz_N_253_ot_31.03.2014_g.pdf (date of the application: 10.11.2017);
18. Poi`a D. (1975) Matematika i pravdopodobny`e rassuzhdeniia [Mathematics and believable reasoning]. M.: Nauka.
19. Revutckas Iu.I. (1978) Sistema uprazhnenii` kak sredstvo obucheniia dokazatel`stvu teorem v kurse planimetrii 6 classa [The system of exercises as a means of teaching theorem proofs in the 6th grade planimetry course]: Dis. ... kand. ped. nauk. M.
20. Rottenberg V.S., Arshavskii` V.V. (1984) Poiskovaia aktivnost` i adaptatciia [Search activity and adaptation]. M.: Progress.
21. Sarahntcev G.I. (1999) TCeli obucheniia matematike v srednei` shkole v sovremenny`kh usloviiakh // Matematika v shkole. №6. Pp. 36-41.
22. Slepkan` Z.I. (1983) Psihologo-pedagogicheskie osnovy` obucheniia matematike: Metod. Posobie [Psychological and pedagogical foundations of teaching mathematics: Method. allowance]. K.: Rad. shkola.
23. Smirnova S. I. (1999) Razvitie u uchashchikhsia umenii` rassuzhdat` pri obuchenii matematike v 5-6 classakh [The development of students' ability to argue when learning mathematics in grades 5-6]: Avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. Petrozavodsk.
24. Stoliar A.A. (1969) Logicheskie problemy` prepodavaniia matematiki [Logical problems of teaching mathematics]: Avtoreferat dissertatcii d-ra ped. nauk. M.
25. Totcki E. (1993) Metodicheskie osnovy` lokal`no-deduktivnogo obucheniia geometrii v srednikh shkolakh (s uchetom spetcifiki Paulshi) [Methodical foundations of locally deductive geometry training in secondary schools (taking into account the specifics of Poland)]. M.: Avtoreferat dissertatcii d-ra ped. nauk.
26. Tiuina N.S. (2003) Formirovanie analiza cherez sintez kak priyoma tvorcheskoi` deiatel`nosti mladshikh shkol`nikov v obuchenii matematike [Formation of analysis through the synthesis as a reception of creative activity of younger students in teaching mathematics]: Avtoref. dis. ... kand. ped. nauk. Sarahnsk.
27. Froi`dental` G. (1983) Matematika kak pedagogii, zadacha: Kn. dlia uchitelia [Mathematics as a pedagogy, task: KN. for teacher] / Pod red. N.Ia. Vilenkina. M.: Prosveshchenie, Ch. 2.
28. Holodnaia M.A. (2002) Psihologiia intellekta. Paradoksy` issledovaniia [The psychology of intelligence. Research paradoxes]. SPb.: Peter.
29. Shary`gin I.F. (2004) Nuzhna li shkole XXI veka geometriia? [Does a 21st century school need geometry?] // Matematika v shkole. №4. S. 72-78.
30. E`rdniev P.M., E`rdniev B.P. (1996) Obuchenie matematike v shkole [Learning math in school]. M.: Prosveshchenie.