УДК 372.851

О ФОРМИРОВАНИИ У УЧАЩИХСЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Эшим Муратович Марданов
к.п.н., доцент
г. Самарканд
Самаркандского государственного университета, г. Самарканд (Узбекистан)

Курбон Останов
к.п.н., доцент
ostonovk@mail.ru
г. Самарканд
Самаркандского государственного университета, г. Самарканд (Узбекистан)

Данияр Ганиев
ассистент
г. Самарканд
Самаркандского государственного университета, г. Самарканд (Узбекистан)

Аннотация. Данная статья посвящена проблеме формирования у учащихся исследовательских умений при обучении решению геометрических задач**.** В процессе развития данных умений большие возможности дает решение поисковых геометрических задач. Использование этих задач рассмотрено в данной статье на примере некоторых тем курса геометрии, при этом используется технология обучения умениям обобщать. Как известно, решение нестандартных задач является эвристическим процессом, при этом приходится отходить от логических средств. Иногда задачу можно решить методом перебора, поэтому стремление ученика решить задачу является основой его творческой активности. С помощью таких задач у учащихся формируются умения сравнивать, находить закономерности, наблюдать, выдвигать гипотезы, обосновывать и доказывать их. На этой основе у них развиваются коммуникативных способности, они овладевают навыками применения знания в новых ситуациях.

Ключевые слова: геометрия, развитие, мышление, задачи, случаи, треугольник, параллелограмм, многоугольник, вершина, диагональ, прямые, пересечения, комбинаторные задачи.

В процессе развития мышления учащихся большие возможности дают следующие два способа: решение поисковых геометрических задач; выполнение задач и упражнений, направленных на одну цель обучения. Использование этих способов рассмотрим на примере некоторых тем курса геометрии, при этом будем применять технологию обучения умениям обобщать [1], [2].

1**) Задачи на рассмотрение различных случаев**

1.Высота делит треугольник на две равные равнобедренные треугольника. Можно ли найти углы данного треугольника?

2.Медиана делит треугольник на два равных равнобедренных треугольника. Можно ли найти углы данного треугольника?

3. Биссектриса делит треугольник на два равных равнобедренных треугольника. Найти углы данного треугольника?

2) Взаимно подобные задачи на доказательство

4. Докажите: а) пересечение под прямым углом биссектрис соседних углов параллелограмма; б) биссектрисы противоположных углов параллелограмма лежат на одной прямой.

8. Докажите: а) угол между высотами, проведенными из вершин тупых углов параллелограмма, равен острому углу параллелограмма;

b) угол между высотами, проведенными из вершин острых углов параллелограмма, равен тупому углу параллелограмма.

3) Взаимно обратные задачи на построение нестандартных конструкций

1. Проведены отрезки, соединяющие середины противоположных сторон параллелограмма.

а) если периметр исходного параллелограмма равен 110 см, то найдите суммы периметров всех полученных параллелограммов. (Ответ: 600 см. Указание. Получится 9 параллелограммов (вместе с исходным).

б) Обратная задача. Если сумма периметров всех полученных параллелограммов равна 240 см, то найдите периметр исходного параллелограмма.

4) Устные упражнения на исследование.

1.Почему все точки окружности расположены от центра на одинаковом расстоянии?

2.Могут ли оба соседних угла быть тупыми?

3.Почему все углы в равностороннем треугольнике равны?

4.Дана две параллельные прямые. Сколько плоскостей можно провести через эти две прямые?

Как известно, решение нестандартных задач является эвристическим процессом, при этом придется отойти от логических средств. Иногда задачу можно решить методом перебора, поэтому стремление ученика решить задачу является основой ее творческой активности. С помощью таких задач у учащиеся формируются умения сравнивать, найти закономерности, наблюдать, выдвигать гипотезы, обосновывать и доказывать их. На этой основе у них появляются возможности дискутиировать, развития коммуникативных способностей, они овладевают навыками применять знания в новых ситуациях.

5) Комбинаторные задачи

1. Сколько имеет диагоналей четырехугольник? Непосредственной проверкой убеждаются: количество диагоналей равно 2.

2. Сколько имеет диагоналей пятиугольник? Решение аналогично предыдущей задаче. Количество диагоналей равно 5.

3. Сколько имеет диагоналей шестиугольник? Решение аналогично предыдущей задаче. Количество диагоналей равно 9.

4 Сколько имеет диагоналей n-угольник?

Решение. Выберем одну из вершин n-угольника. Учитывая, что диагональ является отрезком двух не соседних вершин многоугольника, найдем, что можно провести $n-3$ диагоналей из данной вершины. Так как число вершин многоугольника равно n, то учитывая, что из каждой вершины можно провести $n-3$диагоналей и в этом определении количества диагоналей каждая диагональ считается дважды, найдем общее количество диагоналей n-угольника: $\frac{n(n-3)}{2}$.

5. Может ли многоугольник иметь: а) 10 диагоналей; б) 20 диагоналей; с) 30 диагоналей?

Решение. По результатам решений вышеприведенных задач шестиугольник имеет 9 диагоналей, семиугольник – 14; восьмиугольник – 20; девятиугольник – 27;

десятиугольник – 35 диагоналей. Очевидно, многоугольник, имеющий большее количество сторон, имеет больше диагоналей. Поэтому многоугольник может иметь 20 диагоналей, но не может иметь 10 и 30 диагоналей.

6. Существует ли многоугольник, у которого количество диагоналей равно количеству сторон?

Решение. Такой многоугольник рассмотрен во второй задаче. Это пятиугольник. Покажем, что он единственный. Действительно, если у n-угольника количество диагоналей равно количеству сторон, то верно равенство $\frac{n(n-3)}{2}=n$ Решая его, найдем, что $n=5$.

Следующие задачи связаны с количеством попарных пересечений прямых на плоскости. Известно, что из аксиом планиметрии вытекает, что две прямые не имеют более одной общей точки. Предлагаются следующие вопросы.

1. Каково наибольшее количество попарных пересечений трех прямых? Ответ: 3.

2. Каково наибольшее количество попарных пересечений четырех прямых? Ответ: 6.

3. Каково наибольшее количество попарных пересечений пяти прямых? Ответ: 10.

4. Каково наибольшее количество попарных пересечений n прямых?

Решение. Наибольшее количество попарных пересечений возникает, если каждая прямая пересекается с каждой прямой и при этом никакие три прямые не пересекается в одной точке.

В этом случае каждая прямая имеет с другими прямыми n – 1 точек пересечений и мы придем к ситуацию, которая возникла в задаче 4. Так как количество всех прямых равно n и на каждой прямой имеется n – 1 точек пересечения, то общее количество из них будет равно $n(n$ – 1). При этом каждая точка считается дважды, поэтому количество пересечений прямых будет равно $\frac{n(n-1)}{2}$.

Есть еще одна аксиома о взаимном расположение прямых на плоскости: прямая делит плоскость на две части. При этом если две точки принадлежат разным частям, то отрезок, соединяющий эти точки, пересечет эту прямую; если точки принадлежат одной части, то отрезок, соединяющий их, не пересекает эту прямую.

При этом можно предлагать следующие комбинаторные задачи.

1. На сколько частей делят плоскость две пересекающиеся прямые? Ответ: 4.

2. На сколько частей делят плоскость три пересекающиеся прямые? Ответ: 6.

3. На сколько частей делят плоскость три прямые, не пересекающиеся в одной точке? Ответ: 7.

4. На сколько частей делят плоскость четыре прямые, если никакие три из них не пересекаются в одной точке? Ответ: 11.

5. На сколько частей делят плоскость n прямых, не пересекающихся в одной точке? Ответ: $2n$.

6. На сколько частей делит плоскость попарно пересекающиеся n прямых, причем никакие три из них не пересекаются в одной точке?

Решение. При добавлении к данным прямым новой прямой определим, насколько изменится количество частей плоскостей. Это добавление связано с разделением на какие-то части плоскости новой прямой. Например, если имеются две пересекающиеся прямые, то при добавлении третьей три части из существующих четырех частей делятся на две части и общее количество полученных частей будет равно: $7 = 4 + 3$. Таким образом, общее количество частей плоскости, на которые ее делят n прямых, равно $4 + 3 + \ldots + n$. Из формулы

$$1+2+\ldots+n=\frac{(n+1)^2-(n+1)}{2}=\frac{(n+1)n}{2}.$$

найдем искомое количество частей

$$4 + 3 + \ldots + n = \frac{(n+1)n}{2}+1.$$

При изучении темы «Признаки параллельности прямых» в 7-классе на основе решения следующих поисковых задач излагаются теоретические понятия данной темы, и они будут обобщать полученные знания. При этом обсуждаются следующие вопросы на обобщение.

1. Угол АВС равен 80^0 , а угол ВСД равен 120^0 . Могут ли быть параллельными прямые АВ и CD?Ответ обоснуйте.
2. Всегда ли будут параллельными прямые АВ и CD? Какие случаи нужно рассматривать?
3. Угол АВС равен 80^0, а угол ВСД равен 100^0. Могут ли быть параллельными прямые АВ и CD?

Отсюда видно, что при рассмотрении каждого случая выводится общее заключение, то есть последовательность теоретических вопросов предполагает обобщение изучаемого понятия.

Использование на уроках геометрии задач целенаправленного характера позволяет формировать умения учащихся обобщать полученные знания и делать самостоятельные выводы.

При изучении темы «Параллелограмм» учащимся предлагаются следующие задачи, направленные на развитие умений обобщать свойства изучаемой геометрической фигуры[3],[4]. Докажите, следующие свойства:

1.Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.

2.Диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам

3.В параллелограмме противоположные углы и противоположные стороны равны.

4.Углы, прилежащие к любой стороне, в сумме равны 180^0.

5.Биссектриса всякого угла параллелограмма выделяет в нем два равнобедренных треугольника.

Кроме этого, можно рассматривать с помощью целенаправленных задач и вопросов следующие свойства параллелограмма: сумма расстояний от внутренней точки до прямых, на которых лежат его стороны, – это постоянная величина; прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей, делит его на два равных треугольника; биссектрисы противоположных углов параллелограмма параллельны; биссектрисы углов, прилежащих к одной стороне, перпендикулярны; против большего угла лежит большая диагональ; угол между высотами, проведенными из тупых углов, равен острому углу параллелограмма [5].

При рассмотрении признаков параллелограмма также можно обсуждать задачи и вопросы на обобщение свойств параллелограмма.

1.Если противоположные стороны четырехугольника попарно параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.

2.Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.

3.Если в четырехугольнике две противоположные стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.

4.Если в четырехугольнике диагонали, пересекаясь, точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник — параллелограмм.

5.Середины сторон произвольного четырехугольника являются вершинами *параллелограмма Вариньона*.

6.Стороны этого параллелограмма параллельны соответствующим диагоналям четырехугольника ABCD.

7. Периметр параллелограмма Вариньона равен сумме длин диагоналей исходного четырехугольника, а площадь параллелограмма Вариньона равна половине площади исходного четырехугольника [5].

Список литературы

1. Бутузов В.Ф., Кадомцев С.В. и др. Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики. М.: Физматлит, 2005. 488с.
2. Готман Э.Г. Задачи по планиметрии и методы их решения: Пособие для учащихся. - М., Просвещение, АО "Учеб. лит.", 1996. 240 с
3. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии: Учебное пособие. 5-е изд., испр.и доп. М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2006. 640 с.:
4. Еременко С. В., Сохет А. М, Ушаков В. Г. Элементы геометрии в задачах. М.. МЦНМО, 2003. 168 с.
5. Юзбашев А.В. Свойства геометрических фигур – ключ к решению любых задач по планиметрии. М., МАТИ, 2005. 210 с

ON THE FORMATION OF STUDENTS AT STUDENTS IN THE SOLUTION OF GEOMETRIC PROBLEMS

E.M. Mardonov
Ph.D., Associate Professor
Samarkand
Samarkand State University

K. Ostanov
Ph.D., Associate Professor
ostonovk@mail.ru
Samarkand
Samarkand State University

D. Ganiev
assistant
Samarkand
Samarkand State University

Annotation: This article is devoted to the use of problems in the process of teaching geometry, given specific instructions and recommendations for the development of students 'thinking on the application of research tasks in order to form students' research skills in solving geometric problems. In the process of developing students' thinking, the following two methods offer great opportunities: solving search geometric problems, performing tasks and exercises directed toward the same goal of learning. The use of these methods is considered on the example of some topics of the geometry course, while the technology of teaching students to generalize skills is used. As you know, the solution of non-standard tasks is a heuristic process, while it will have to depart from the logical means. Sometimes the problem can be solved by a search method, so the student's desire to solve the problem is the basis of her creative activity. With the help of such tasks, students develop skills to compare, find patterns, observe, put forward hypotheses, substantiate and prove them. On this basis, they have the opportunity to argue, the development of communication skills, they master the skills to apply knowledge in new situations. You can also consider the properties of a parallelogram with the help of purposeful tasks and questions: the sum of the distances from the interior point to the straight lines in which its sides lie is a constant value, the straight line passing through the point of intersection of the diagonals divides it into two equal triangles, the bisectors of the opposite corners of the parallelogram are parallel, bisectors of angles adjacent to one side are perpendicular, a large diagonal lies against a large angle, the angle between the heights drawn from obtuse angles is equal to the sharp angle of the parallelogram. When examining the characteristics of a parallelogram, one can also discuss with students the problems and questions for generalizing the properties of a parallelogram.

Keywords: geometry, development, thinking, problems, cases, triangle, parallelogram, polygon, vertex, diagonal, direct, intersections, combinatorial problems.

References

1. Butuzov V.F., Kadomtcev S.V. (2005) Planimetriia. Posobie dlia uglublennogo izucheniia matematiki [Planimetry. Handbook for in-depth study of mathematics]. M.: Fizmatlit. 488 p.
2. Gotman E`.G. (1996) Zadachi po planimetrii i metody` ikh resheniia: Posobie dlia uchashchikhsia [Tasks on planimetry and methods for their solution: A manual for students]. M., Prosveshchenie, AO "Ucheb. lit.". 240 p.
3. Prasolov V.V. (2006) Zadachi po planimetrii: Uchebnoe posobie. 5-e izdanie [Tasks on planimetry: Tutorial. 5th edition]. M.: MTCNMO: OAO «Moskovskie uchebniki». 640 p.
4. Eremenko S.V., Sokhet A.M, Ushakov V.G. (2003) E`lementy` geometrii v zadachakh [Elements of geometry in problems]. M. MTCNMO. 168 p.
5. Iuzbashev A.V. (2005) Svoi`stva geometricheskikh figur - cliuch k resheniiu liuby`kh zadach po planimetrii [Properties of geometric shapes - the key to solving any problems on planimetry]. M., MATI. 210 p.