

УДК
378.02

**РЕАЛИЗАЦИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО
АНАЛИЗА РАВНОБЕДРЕННЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ИНФОРМАЦИОННО-
КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Виталий Викторович Богун
к.п.н., доцент
vvvital@mail.ru
г. Ярославль

Ярославский государственный
педагогический университет
им. К.Д. Ушинского

Аннотация. В настоящее время при организации процесса обучения математике в вузах применяются различные виды информационно-коммуникационных технологий для автоматизации процессов выполнения расчетных алгоритмов различной степени сложности с наглядным представлением зависимостей между варьируемыми значениями параметров исходных данных, промежуточных и итоговых результатов вычислений. В данной статье показана реализация тригонометрического анализа равнобедренных треугольников на плоскости с применением разработанного автором программного обеспечения для графического калькулятора и персонального компьютера на локальном и сетевом уровнях для наглядного представления необходимой входной и выходной информации. Основной целью применения представленных программ является автоматизация процесса поиска пропорциональных зависимостей между линейными элементами и визуализации совпадающих компонентов для одного или двух взаимосвязанных равнобедренных треугольников на плоскости на основе реализации тригонометрического анализа угловых параметров треугольников. В данном случае применение информационно-коммуникационных технологий позволяет автоматизировать процесс многократного перебора большого количества вариантов зависимостей между отношениями линейных элементов в численном виде для отбора только пропорциональных соотношений, достоверность которых в свою очередь можно доказать аналитическим путем. Таким образом, благодаря компьютерной реализации соответствующих расчетных алгоритмов можно прийти к получению новых закономерностей и формулировке теорем, которые уже в минимальном количестве подвергаются доказательству привычным математическим аппаратом. Реализация студентами вузов тригонометрического анализа равнобедренных треугольников с применением разработанного автором программного обеспечения позволяет учащимся наглядно продемонстрировать интеграцию между математикой и информатикой и способствует формированию у обучаемых необходимых образовательных компетенций в черз призму нахождения зависимостей между значениями линейных и угловых параметров объектов на основе варьирования значений исходных данных.

Ключевые слова: тригонометрический анализ, равнобедренные треугольники, информационно-коммуникационные технологии, образовательные компетенции, интеграция математики и информатики.

Для развития у студентов вузов необходимого уровня теоретических знаний, практических умений, навыков и способностей, формирующих в совокупности у обучаемых определенные образовательные компетенции, необходимо помимо изучения стандартных объектов, рассматриваемых в рамках учебных дисциплин

естественнонаучного цикла, целесообразно широко применять фрагменты научно-исследовательской деятельности, направленной, во-первых, на расширение образовательной базы учащихся, а, во-вторых, на адаптацию обучаемых к комплексному применению полученной студентами предметной базы для решения сложных задач, направленных на исследование реальных процессов и явлений.

Тригонометрический анализ равнобедренных треугольников на плоскости подразумевает применение различных видов информационных технологий (графического калькулятора, персонального компьютера на локальном и сетевом уровнях) для реализации численных расчетов, суть которых заключается в нахождении и визуализации необходимых параметров рассматриваемых геометрических фигур на основе применения тригонометрических отношений для характерных углов. При реализации тригонометрического анализа исследуемых фигур необходимо соблюдать сформулированные Е.И. Смирновым [1-2] принципы наглядного моделирования математических объектов и фундирования математических и информационных знаний [3-4].

Принцип наглядного моделирования в данном случае подразумевает применение интеграционных взаимосвязей между информационными знаниями (разработанное программное обеспечение для графического калькулятора и персонального компьютера на локальном и сетевом уровнях) и математическими знаниями, которые являются гибридом из элементарной геометрии и тригонометрии, для нахождения необходимых отношений между линейными элементами рассматриваемых геометрических фигур, особенно при реализации оптимизационных поисков пропорциональных зависимостей между данными элементами, с последующей наглядной визуализацией геометрических фигур. Необходимо отметить, что при рассмотрении двух равнобедренных треугольников пропорциональные зависимости между линейными элементами треугольников позволяют определять совпадающие характерные точки для данных геометрических фигур.

Принцип фундирования математических и информационных знаний состоит в поэтапном развертывания теоретических, процедурных и компетентностных структур. В данном случае принцип фундирования заключается в реализации иерархических логических математических структур с последовательным переходом от рассмотрения элементарных математических понятий и объектов к более сложным алгоритмическим структурам, являющихся интеграционными компонентами элементарной геометрии и тригонометрии.

Спираль фундирования математических знаний в данном случае представляет собой последовательное усложнение реализации и визуализации определенных математических расчетов от одного равнобедренного треугольника (используются тригонометрические функции угла при основании одного равнобедренного треугольника) к двум равнобедренным треугольникам, для которых угол при основании одного треугольника равен углу между боковыми сторонами второго (применяются тригонометрические функции углов при основаниях двух рассматриваемых равнобедренных треугольников). Каждый уровень спирали фундирования для рассматриваемых фигур, представленный на рис. 2 ниже, включает следующие этапы при реализации и визуализации необходимых расчетов на основе получаемых значений исходных данных (определение значений тригонометрических функций основных углов фигур; нахождение отношений между линейными элементами фигур; выявление целочисленных отношений между линейными элементами фигур; нахождение пропорциональных зависимостей между линейными элементами фигур; определение значений линейных элементов фигур; нахождение значений координат характерных точек фигур; выявление совпадающих характерных точек фигур и определение значений координат данных точек; визуальное отображение геометрических фигур).

Необходимо отметить, что каждый новый виток спирали фундирования подразумевает реализацию указанных в спирали этапов на новом уровне математических структур, базирующихся на знаниях предыдущих структур, определяя глобальную спираль фундирования, что полностью соответствует логике последовательного рассмотрения в монографии геометрических фигур [5, 6].

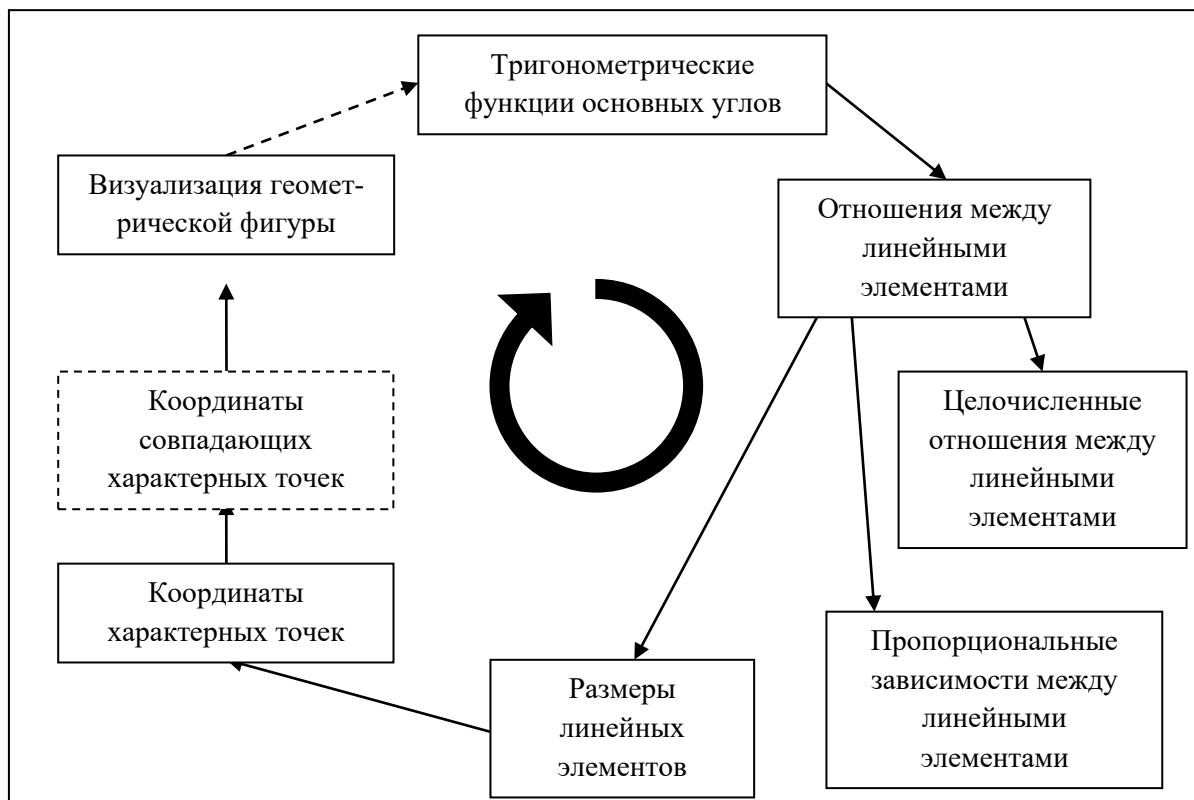


Рис. 1. Спираль фундирования при реализации тригонометрического анализа одного или двух взаимосвязанных равнобедренных треугольников на плоскости.

Рассмотрим результаты реализации тригонометрического анализа одного равнобедренного треугольника на плоскости с применением разработанного автором программного обеспечения для различных видов средств информационно-коммуникационных технологий [7-8]. Для представленного на рис. 2 произвольного равнобедренного треугольника $\triangle ABC$, в котором $\angle BAC = \angle BCA = \alpha$ – углы при основании треугольника, существуют следующие пропорциональные зависимости между его линейными элементами:

Отношение основной высоты к половине основания равно отношению половины основания к разности между диаметром описанной окружности и основной высотой (квадрат половины основания равен произведению основной высоты и разности между диаметром описанной окружности и основной высотой):

$$\frac{h}{a} = \frac{a}{D-h} \quad (a^2 = h \cdot (D-h));$$

Отношение основной высоты к боковой стороне равно отношению боковой стороны к диаметру описанной окружности (квадрат боковой стороны равен произведению основной высоты и диаметра описанной окружности):

$$\frac{h}{b} = \frac{b}{D} \quad (b^2 = h \cdot D);$$

Отношение половины основания к боковой стороне равно отношению радиуса вписанной окружности к разности между основной высотой и радиусом вписанной окружности:

$$\frac{a}{b} = \frac{r}{h-r};$$

Отношение радиуса вписанной окружности к разности между основной высотой и диаметром вписанной окружности равно отношению разности между диаметром описанной окружности и основной высотой к радиусу вписанной окружности (квадрат радиуса вписанной окружности равен произведению разности между основной высотой и диаметром вписанной окружности и разности между диаметром описанной окружности и основной высотой):

$$\frac{r}{h-d} = \frac{D-h}{r} \quad (r^2 = (h-d) \cdot (D-h));$$

Отношение разности между основной высотой и радиусом вписанной окружности к разности между основной высотой и диаметром вписанной окружности равно отношению диаметра описанной окружности к разности между основной высотой и радиусом вписанной окружности (квадрат разности между основной высотой и радиусом вписанной окружности равно произведению разности между основной высотой и диаметром вписанной окружности и диаметра описанной окружности):

$$\frac{h-r}{h-d} = \frac{D}{h-r} \quad ((h-r)^2 = (h-d) \cdot D).$$

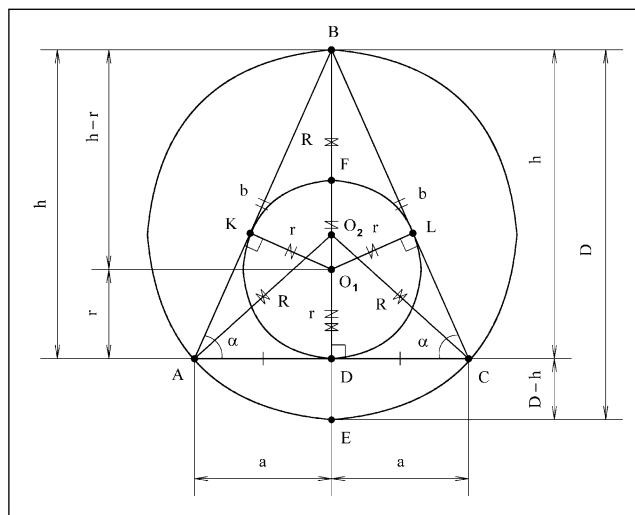


Рис. 2. Произвольный равнобедренный треугольник на плоскости с обозначениями линейных и угловых элементов

Взаимосвязь между вписанной и описанной окружностями равнобедренного треугольника отражается в виде утверждения о том, что отношение разности между диаметром описанной вокруг равнобедренного треугольника окружности и основной высотой к диаметру описанной окружности равно квадрату отношения радиуса вписанной в треугольник окружности к разности между основной высотой и радиусом вписанной окружности и равно квадрату косинуса угла при основании равнобедренного треугольника:

$$\frac{D-h}{D} = \left(\frac{r}{h-r} \right)^2 = \cos^2 \alpha .$$

С точки зрения реализации тригонометрического анализа одного равнобедренного треугольника на плоскости применительно к различным видам информационно-коммуникационных технологий можно представить наглядную форму для указания значений параметров исходных данных и функциональных опций в рамках динамической Интернет-страницы (рис. 3).

Указание значений исходных данных	
Параметры углового элемента	
Выбор системы мер	Deg - Градусы
Выбор угла	Alpha - Угол при основании
Значение угла	65
Параметры линейного элемента	
Выбор элемента	b - Боковая сторона
Значение элемента	89
Параметры характерной точки	
Выбор характерной точки	C - Вершина правая при основании
Значение абсциссы X	78
Значение ординаты Y	56
Параметры вывода результатов расчетов	
Отображаемые компоненты	<input checked="" type="checkbox"/> Исходные данные <input checked="" type="checkbox"/> Тригонометрические функции углов <input checked="" type="checkbox"/> Отношения между линейными элементами <input checked="" type="checkbox"/> Целочисленные отношения между линейными элементами <input checked="" type="checkbox"/> Пропорциональные зависимости между линейными элементами <input checked="" type="checkbox"/> Размеры линейных элементов <input checked="" type="checkbox"/> Координаты характерных точек <input checked="" type="checkbox"/> Формирование изображения треугольника Визуальные компоненты изображения Коэффициент масштабирования: 1 <input checked="" type="checkbox"/> Вписанная окружность <input checked="" type="checkbox"/> Описанная окружность <input checked="" type="checkbox"/> Обозначения характерных точек <input checked="" type="checkbox"/> Обозначения углов <input checked="" type="checkbox"/> Размерные стрелки <input checked="" type="checkbox"/> Обозначения линейных элементов <input checked="" type="checkbox"/> Вывод исходного кода изображения
<input type="button" value="Реализовать расчеты"/> <input type="button" value="Отказ от расчетов"/>	

Рис. 3. Форма указания параметров значений исходных данных и визуализации для программы в рамках динамической Интернет-страницы

На рис. 4 представлены сформулированные в виде таблицы получаемые в результате обработки поискового алгоритма пропорциональные зависимости между линейными параметрами исследуемого равнобедренного треугольника на плоскости, наглядно представленного на рис. 5.

Пропорциональные зависимости между линейными элементами равнобедренного треугольника с углом при основании Alpha = 65°		
№	Выражение	Числовые эквиваленты
1	$h/a = a/(D-h)$	2.1445 = 2.1445
2	$h/b = b/D$	0.9063 = 0.9063
3	$a/b = r/(h-r)$	0.4226 = 0.4226
4	$r/(h-d) = (D-h)/r$	0.7320 = 0.7320
5	$(h-r)/(h-d) = D/(h-r)$	1.7320 = 1.7320

Рис. 4. Вывод пропорциональных зависимостей между линейными элементами равнобедренного треугольника на плоскости

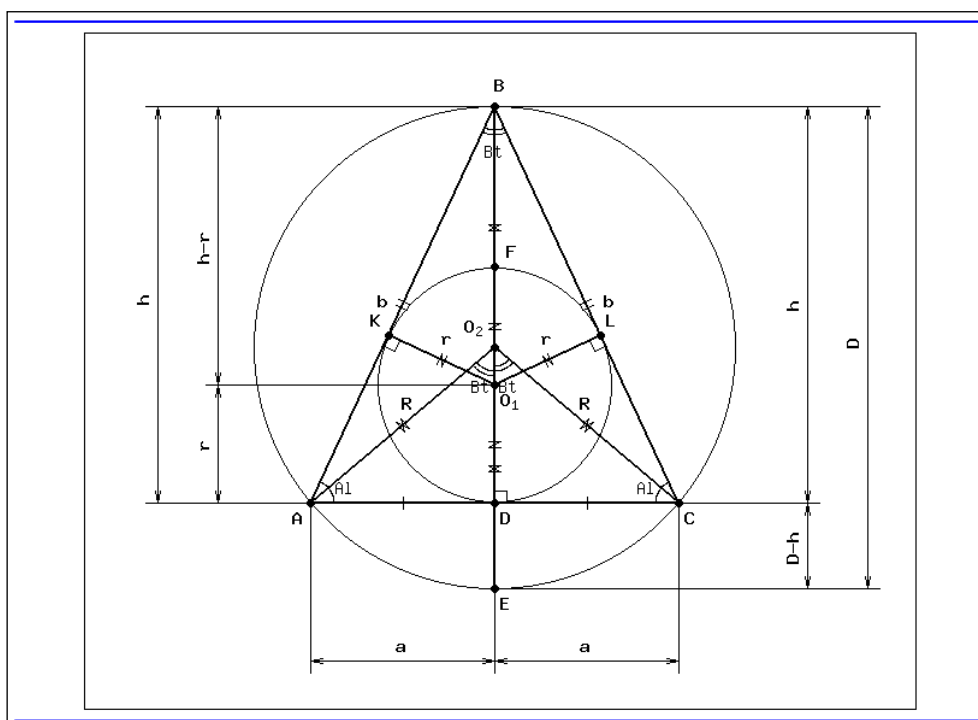


Рис. 5. Визуальный вывод исследуемого равнобедренного треугольника на плоскости

Представим результаты реализации тригонометрического анализа двух равнобедренных треугольников на плоскости при наличии условия, что угол при основании одного треугольника равен углу между боковыми сторонами второго, то есть $\beta_2 = \alpha_1$ или $\alpha_2 = \frac{\pi - \alpha_1}{2}$, с применением разработанного автором программного обеспечения для различных видов средств информационно-коммуникационных технологий.

Для представленных на рис. 6 равнобедренных треугольников $\Delta A_1 B_1 C_1$ и $\Delta A_2 B_2 C_2$ ($\angle B_1 A_1 C_1 = \angle B_1 C_1 A_1 = \alpha_1 = \angle A_2 B_2 C_2 = \beta_2$ ($\angle B_2 A_2 C_2 = \angle B_2 C_2 A_2 = \alpha_2$)) – углы при основании треугольника $\Delta A_1 B_1 C_1$ ($\Delta A_2 B_2 C_2$), существуют следующие пропорциональные зависимости между их взаимными линейными элементами:

– Отношение основной высоты второго треугольника к основной высоте первого треугольника равно отношению радиуса описанной вокруг второго треугольника окружности к разности между основной высотой первого треугольника и радиусом вписанной в него окружности и равно отношению разности между основной высотой второго треугольника и радиусом описанной вокруг него окружности к радиусу вписанной в первый треугольник окружности, а также равно отношению разности между диаметром описанной вокруг второго треугольника окружности и его основной высотой к разности между основной высотой первого треугольника и диаметром вписанной в него окружности:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{R_2}{(h-r)_1} = \frac{(h-R)_2}{r_1} = \frac{(D-h)_2}{(h-d)_1};$$

– Отношение основной высоты второго треугольника к половине основания первого треугольника равно отношению половины основания второго треугольника к радиусу вписанной в первый треугольник окружности:

$$\frac{h_2}{a_1} = \frac{a_2}{r_1};$$

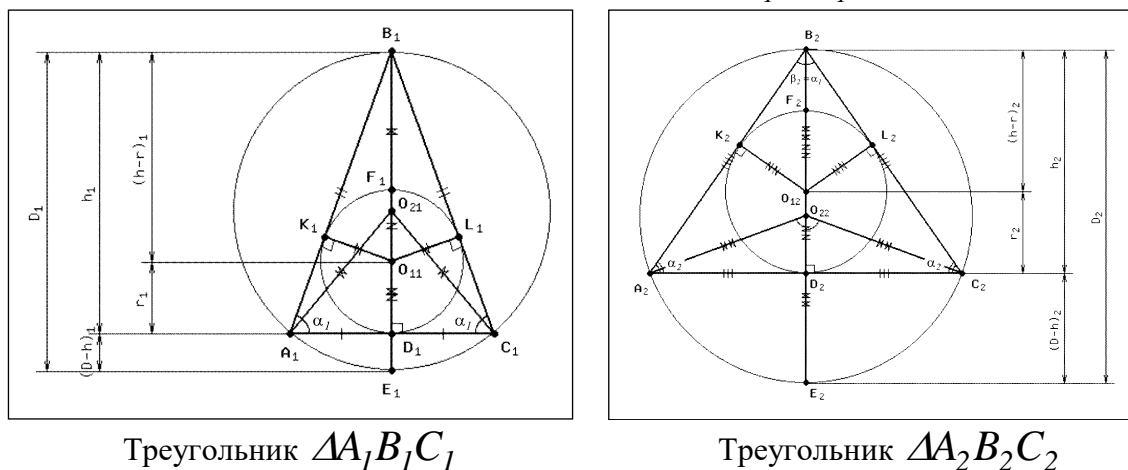


Рис. 6. Равнобедренные треугольники $\Delta A_1 B_1 C_1$ и $\Delta A_2 B_2 C_2$ с обозначениями линейных и угловых элементов

– Отношение основной высоты второго треугольника к боковой стороне первого треугольника равно отношению половины основания второго треугольника к разности между основной высотой первого треугольника и радиусом вписанной в него окружности:

$$\frac{h_2}{b_1} = \frac{a_2}{(h-r)_1};$$

– Отношение половины основания второго треугольника к основной высоте первого треугольника равно отношению радиуса описанной вокруг второго треугольника окружности к боковой стороне первого треугольника и равно отношению разности между основной высотой второго треугольника и радиусом описанной вокруг него окружности к половине основания первого треугольника:

$$\frac{a_2}{h_1} = \frac{R_2}{b_1} = \frac{(h-R)_2}{a_1};$$

– Отношение половины основания второго треугольника к половине основания первого треугольника равно отношению разности между основной высотой второго треугольника и радиусом описанной вокруг него окружности к разности между диа-

метром описанной вокруг первого треугольника окружности и его основной высотой и равно отношению разности между диаметром описанной вокруг второго треугольника окружности и его основной высотой к радиусу вписанной в первый треугольник окружности:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{(h - R)_2}{(D - h)_1} = \frac{(D - h)_2}{r_1};$$

– Отношение половины основания второго треугольника к боковой стороне первого треугольника равно отношению радиуса описанной вокруг второго треугольника окружности к диаметру описанной вокруг первого треугольника окружности и равно отношению разности между диаметром описанной вокруг второго треугольника окружности и его основной высотой к разности между основной высотой первого треугольника и радиусом вписанной в него окружности:

$$\frac{a_2}{b_1} = \frac{R_2}{D_1} = \frac{(D - h)_2}{(h - r)_1}.$$

На основании полученных пропорциональных зависимостей между линейными элементами исследуемых равнобедренных треугольников можно получить следующие теоремы, суть которых состоит в раскрытии интересных фактов о геометрических особенностях визуального построения данных треугольников при условии совпадения определенных линейных элементов треугольников, в том числе с точки зрения взаимосвязи между вписанными и описанными окружностями исходных равнобедренных треугольников.

Теорема 1 («О двух равнобедренных треугольниках, построенных на общей основной высоте»): Если для двух равнобедренных треугольников угол при основании одного треугольника равен углу между боковыми сторонами второго треугольника и они построены на общей основной высоте, то центр вписанной в первый треугольник окружности совпадает с центром описанной вокруг второго треугольника окружности (рис. 7).

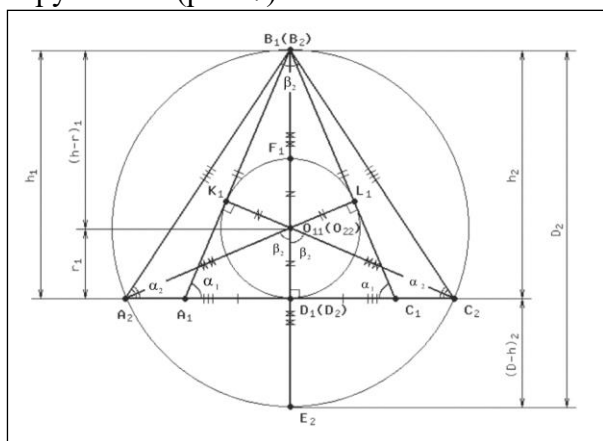


Рис. 7. Геометрическая интерпретация теоремы 1

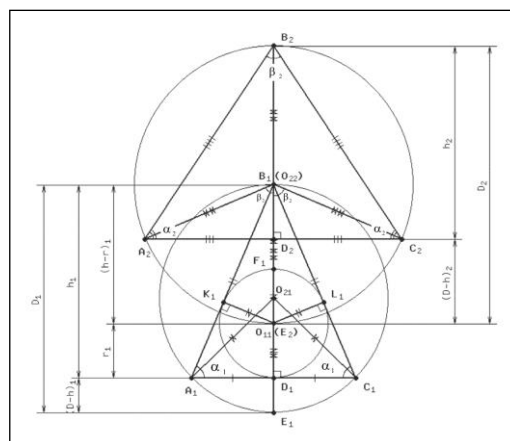


Рис. 8. Геометрическая интерпретация теоремы 2

Теорема 2: Если для двух равнобедренных треугольников угол при основании одного треугольника равен углу между боковыми сторонами второго треугольника и отрезок, отражающий разность между основной высотой и радиусом вписанной окружности для первого треугольника, совпадает с радиусом описанной вокруг второго треугольника окружности, то описанная вокруг первого треугольника окружность проходит через центр описанной второго треугольника окружности, равно как опи-

санная вокруг второго треугольника окружность проходит через центр вписанной в первый треугольник окружности (рис. 8).

Теорема 3: Если для двух равнобедренных треугольников угол при основании одного треугольника равен углу между боковыми сторонами второго треугольника и основная высота первого треугольника совпадает с половиной основания второго треугольника, то вершина при основании и боковая сторона первого треугольника совпадают соответственно с центром и радиусом описанной вокруг второго треугольника окружности, половина основания первого треугольника совпадает с отрезком, отражающим разность между основной высотой и радиусом описанной окружности второго треугольника, при этом описанная вокруг первого треугольника окружность проходит через центр описанной окружности и вершину при основании второго треугольника (рис. 9).

Теорема 4 («О двух равнобедренных треугольниках, построенных на общем основании»): Если для двух равнобедренных треугольников угол при основании одного треугольника равен углу между боковыми сторонами второго треугольника и они построены на общем основании, то описанная вокруг первого треугольника окружность проходит через центр описанной вокруг второго треугольника окружности, которая, в свою очередь, проходит через центр вписанной в первый треугольник окружности (рис. 10).

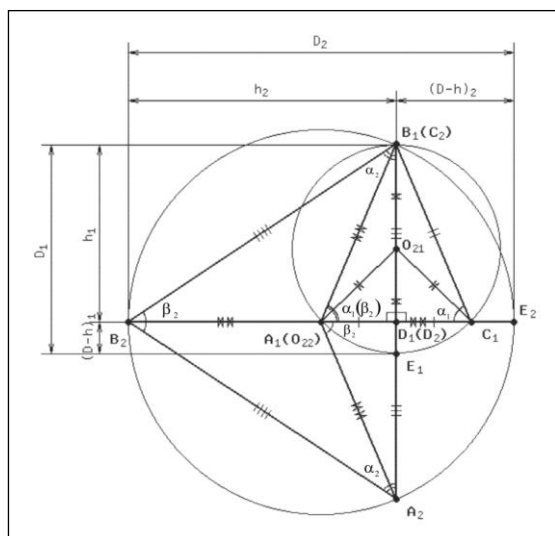


Рис. 9. Геометрическая интерпретация теоремы 3

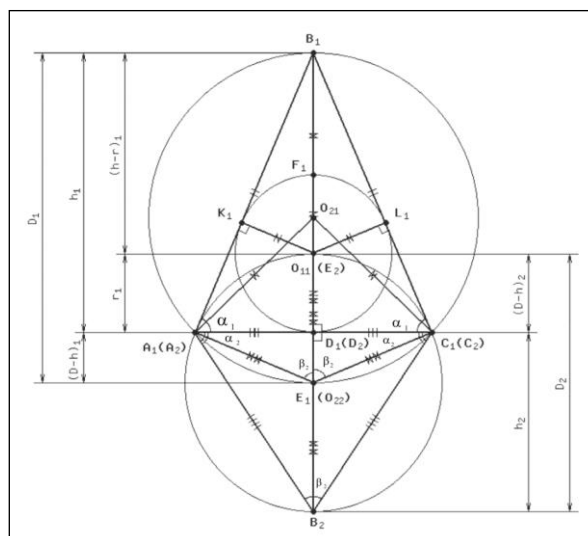


Рис. 10. Геометрическая интерпретация теоремы 4

С точки зрения реализации тригонометрического анализа двух равнобедренных треугольников на плоскости, угол при основании одного из которых равен углу между боковыми сторонами второго применительно к различным видам информационно-коммуникационных технологий можно представить наглядную форму для указания значений параметров исходных данных и функциональных опций в рамках динамической Интернет-страницы (рис. 11).

Указание значений исходных данных	
Параметры углового элемента	
Выбор системы мер	Deg - Градусы
Выбор угла	Alpha 1 = Beta 2 - Угол при основании треугольника 1 = Угол между боковыми сторонами треугольника 2
Значение угла	70
Параметры линейных элементов	
Выбор совпадающих элементов	Элемент треугольника 1 h1 - Основная высота тр-ка 1
	Элемент треугольника 2 a2 - Половина основания тр-ка 2
Выбор элемента	b1 - Боковая сторона тр-ка 1
Значение элемента	89
Параметры характерной точки	
Выбор характерной точки	D1 - Середина основания тр-ка 1
Значение абсциссы X	26
Значение ординаты Y	86
Параметры вывода результатов расчетов	
Отображаемые компоненты	<input checked="" type="checkbox"/> Исходные данные <input checked="" type="checkbox"/> Тригонометрические функции углов <input checked="" type="checkbox"/> Отношения между линейными элементами <input checked="" type="checkbox"/> Целочисленные отношения между линейными элементами <input checked="" type="checkbox"/> Пропорциональные зависимости между линейными элементами <input checked="" type="checkbox"/> Размеры линейных элементов <input checked="" type="checkbox"/> Координаты характерных точек <input checked="" type="checkbox"/> Координаты совпадающих характерных точек <input checked="" type="checkbox"/> Формирование изображения треугольников
	Визуальные компоненты изображения Коэффициент масштабирования: 1 <input checked="" type="checkbox"/> Вписанная окружность треугольника 1 <input checked="" type="checkbox"/> Описанная окружность треугольника 1 <input checked="" type="checkbox"/> Вписанная окружность треугольника 2 <input checked="" type="checkbox"/> Описанная окружность треугольника 2 <input checked="" type="checkbox"/> Обозначения характерных точек <input checked="" type="checkbox"/> Обозначения углов <input checked="" type="checkbox"/> Размерные стрелки <input checked="" type="checkbox"/> Обозначения линейных элементов <input checked="" type="checkbox"/> Вывод исходного кода изображения
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> Реализовать расчеты Отказ от расчетов </div>	

Рис. 11. Форма указания параметров значений исходных данных и визуализации для программы в рамках динамической Интернет-страницы

На рис. 12 представлены сформулированные в виде таблицы получаемые в результате обработки поискового алгоритма пропорциональные зависимости между линейными параметрами исследуемых равнобедренных треугольников на плоскости, наглядно представленных на рис. 6.

Организация тригонометрического анализа равнобедренных треугольников на плоскости в рамках учебного процесса подразумевает исследование студентами вузов одного или двух взаимосвязанных равнобедренных треугольников в рамках проведения аудиторных практических и лабораторных занятий по математике с точки зрения нахождения пропорциональных зависимостей между линейными элементами одного или двух взаимосвязанных указанным условием равнобедренных треугольников, при этом решение необходимых геометрических задач должно реализовываться с применением тригонометрических выражений в рамках интеграционных взаимосвязей между тригонометрией и элементарной геометрией на плоскости [5-8].

Пропорциональные зависимости между линейными элементами двух равнобедренных треугольников с равными углами $\alpha_1 = \beta_2 = 70^\circ$

№	Выражение	Числовые эквиваленты
1	$h_2/h_1 = R_2/(h-r)_1$	1.4281 = 1.4281
2	$h_2/h_1 = (h-R)_2/r_1$	1.4281 = 1.4281
3	$h_2/h_1 = (D-h)_2/(h-d)_1$	1.4281 = 1.4281
4	$h_2/a_1 = a_2/r_1$	3.9238 = 3.9238
5	$h_2/b_1 = a_2/(h-r)_1$	1.3420 = 1.3420
6	$a_2/h_1 = R_2/b_1$	1.0000 = 1.0000
7	$a_2/h_1 = (h-R)_2/a_1$	1.0000 = 1.0000
8	$a_2/a_1 = (h-R)_2/(D-h)_1$	2.7475 = 2.7475
9	$a_2/a_1 = (D-h)_2/r_1$	2.7475 = 2.7475
10	$a_2/b_1 = R_2/D_1$	0.9397 = 0.9397
11	$a_2/b_1 = (D-h)_2/(h-r)_1$	0.9397 = 0.9397
12	$R_2/b_1 = (h-R)_2/a_1$	1.0000 = 1.0000
13	$R_2/(h-r)_1 = (h-R)_2/r_1$	1.4281 = 1.4281
14	$R_2/(h-r)_1 = (D-h)_2/(h-d)_1$	1.4281 = 1.4281
15	$R_2/R_1 = 2(D-h)_2/(h-r)_1$	1.8794 = 2*0.9397
16	$(h-R)_2/r_1 = (D-h)_2/(h-d)_1$	1.4281 = 1.4281
17	$(h-R)_2/(D-h)_1 = (D-h)_2/r_1$	2.7475 = 2.7475

Рис. 12. Вывод пропорциональных зависимостей между линейными элементами равнобедренных треугольников на плоскости

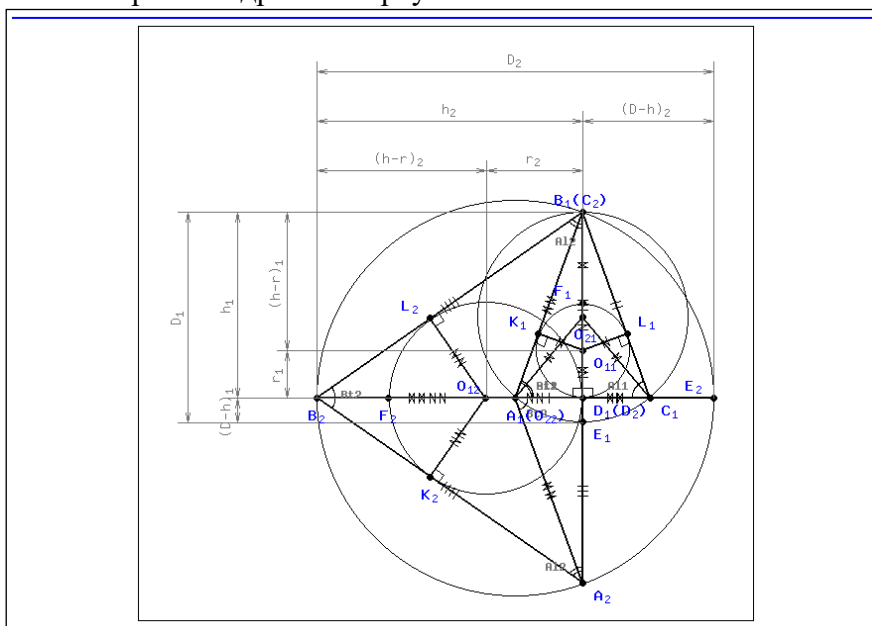


Рис. 13. Визуальный вывод исследуемых равнобедренных треугольников на плоскости

Исследование равнобедренных треугольников на плоскости осуществляется студентами в рамках малых групп учащихся и включает в себя, во-первых, сбор информации из различных источников о равнобедренных треугольниках как геометрических фигурах с описанием их свойств в рамках реализации объектно-ориентированного подхода, во-вторых, построение различных функциональных зависимостей и закономерностей с точки зрения вариативности значений параметров

исходных данных и условий реализации функций через призму диалога математической, информационной и гуманитарной культур, и, в-третьих, многократный мониторинг результатов выполненной ранее инновационной деятельности с целью выявления положительной и отрицательной динамики параметров и показателей когнитивной деятельности, изменений в опыте и личностных качествах учащегося через призму диалога математической, информационной и гуманитарной культур.

Таким образом, организация процесса обучения математике студентов вузов при реализации тригонометрического анализа равнобедренных треугольников на плоскости с применением различных информационно-коммуникационных технологий позволяет организовать полноценную научно-исследовательскую деятельность учащихся, направленную на глубокий математический и прикладной анализ математических объектов.

Список литературы

1. Синергия математического образования: Введение в анализ (2016): монография / Е.И. Смирнов, В.В. Богун, А.Д. Уваров. Ярославль, изд-во «Канцлер».
2. Этапы технологического сопровождения процесса самоорганизации в математическом образовании будущего педагога (2017) / Е.И. Смирнов, Н.Е. Смирнов, А.Д. Уваров // Ярославский педагогический вестник, № 3.
3. Синергия гуманитарного и математического знания как педагогическое условие решения междисциплинарных проблем (2017) / С.Н. Дворяткина, А.А. Дякина, С.А. Розанова // Интеграция образования, № 1 (86).
4. Разработка интегративных курсов на основе синергетического подхода при решении профессиональных и прикладных задач (2016) / С.Н. Дворяткина, С.А. Розанова // Ярославский педагогический вестник. Сер. «Психолого-педагогические науки», № 6.
5. Богун В.В. (2013) Тригонометрический анализ равнобедренных треугольников с применением информационных технологий: монография. Ярославль: Изд-во «Канцлер».
6. Богун В.В. (2003) Геометрия древнего Египта: монография. М.: Компания Спутник +.
7. Использование графического калькулятора в обучении математике (2008): учебное пособие / Е.И. Смирнов, В.В. Богун. Ярославль, изд-во ЯГПУ.
8. Богун В.В. (2012) Организация учебного процесса по математике с применением графического калькулятора. LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Germany.

IMPLEMENTATION OF THE TRIGONOMETRICAL ANALYSIS OF ISOSCELES TRIANGLES WITH APPLICATION OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES

V.V. Bogun
Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor
vovital@mail.ru
Yaroslavl

Yaroslavl State Pedagogical University
after K.D. Ushinsky

Abstract. Now at the organization of process of training in mathematics in higher education institutions different types of information and communication technologies are applied to process automation of performance of settlement algorithms of various degree of complexity with evident representation of dependences between the varied values of parameters of basic

data, the intermediate and final results of calculations. Implementation of the trigonometrical analysis of isosceles triangles on the plane with application of the software developed by the author for the graphic calculator and the personal computer at the local and network levels for evident submission of necessary input and output information is shown in this article. A main objective of application of the presented programs is automation of process of search of proportional dependences between linear elements and visualization of coinciding components for one or two interconnected isosceles triangles on the plane on the basis of implementation of the trigonometrical analysis of angular parameters of triangles. In this case application of information and communication technologies allows to automate process of repeated search of a large number of options of dependences between the relations of linear elements in a numerical look for selection only of proportional ratios which reliability in turn can be proved in the analytical way. Thus, thanks to computer realization of the corresponding settlement algorithms it is possible to come to obtaining new regularities and the wording of theorems which already in the minimum quantity are exposed to the proof a habitual mathematical apparatus. Realization by students of higher education institutions of the trigonometrical analysis of isosceles triangles with application of the software developed by the author allows pupils to show visually integration between mathematics and informatics and promotes formation at the trained necessary educational competences in through a prism of finding of dependences between values of linear and angular parameters of objects on the basis of variation of values of basic data.

Keywords: trigonometrical analysis, isosceles triangles, information and communication technologies, educational competences, integration of mathematics and informatics.

References

1. Synergy of mathematical education: Introduction to the analysis (2016): monograph / E.I. Smirnov, V.V. Bogun, A.D. Uvarov. Yaroslavl, Kantsler publishing house.
2. Stages of technological maintenance of process of self-organization in mathematical education of future teacher (2017) / E.I. Smirnov, N.E. Smirnov, A.D. Uvarov//Yaroslavl pedagogical bulletin, No. 3.
3. Synergy of humanitarian and mathematical knowledge as pedagogical condition of the solution of cross-disciplinary problems (2017) / S.N. Dvoryatkina, A.A. Dyakina, S.A. Rozanova//Integration of education, No. 1 (86).
4. Development of integrative courses on the basis of synergetic approach at the solution of professional and applied tasks (2016) / S.N. Dvoryatkina, S.A. Rozanova // The Yaroslavl pedagogical bulletin. It is gray. Psychology and pedagogical sciences, No. 6.
5. Bogun V.V. (2013) The Trigonometrical analysis of isosceles triangles with use of information technologies: monograph. Yaroslavl: Kantsler publishing house.
6. Bogun V.V. (2003) Geometry of ancient Egypt: monograph. M.: Satellite company.
7. Use of the graphic calculator in training in mathematics (2008): manual / E.I. Smirnov, V.V. Bogun. Yaroslavl, YaGPU publishing house.
8. Bogun V.V. (2012) the Organization of educational process for mathematics with use of the graphic calculator. LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, Germany.