

УДК  
372.851

**О ПРОБЛЕМАХ ВНЕДРЕНИЯ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО СТИЛЯ МЫШЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ГЛОБАЛЬНОЙ ИНФОРМАТИЗАЦИИ**

**Ксения Геннадьевна Лыкова**  
специалист по УМР  
ksli1024@mail.ru  
г. Елец

ЕГУ им. И. А. Бунина

**Аннотация.** Статья посвящена актуальной проблеме качественной подготовки школьников к Единому государственному экзамену по математике профильного уровня в результате формирования вероятностного стиля мышления средствами информационных технологий. Дана характеристика компонентов, определяющих развитие вероятностного стиля мышления. Предложена содержательная составляющая элективного курса по математике в системе общего образования. Представлена группа заданий, способствующих совершенствованию каждого из типов мышления.

**Ключевые слова:** Единый государственный экзамен (ЕГЭ), элективный курс, информационные технологии, вероятностный стиль мышления, логическое мышление, интуитивное мышление, пространственное мышление, функциональное мышление, творческое и критическое мышление.

Стремительность социально-экономических перемен жизни современного общества оказывает сильное воздействие на модернизацию и реформирование российского образования. Информатизация общества определяет доминирующий характер активного использования разнообразных средств информационных технологий во всех сферах человеческой деятельности. Изменение образовательной парадигмы обуславливает переход от адаптирующего образования к деятельностному и личностно-ориентированному. Приоритетным направлением является развитие и саморазвитие личности обучающегося, повышение конкурентоспособности выпускников школ, формирование навыков применения информационной среды для обеспечения качества, результативности и эффективности образовательного процесса.

Математическому образованию в системе основного общего образования отводится одно из ведущих мест, что определяется ярко выраженной практичностью математических знаний, умений и навыков, возможностями формирования особого стиля мышления учеников, вкладом в развитие научных представлений об универсальной природе многих случайных явлений и процессов действительности.

Несмотря на постоянно увеличивающийся уровень развития образовательных методик с применением всевозможных средств информационных технологий, выпускники средней школы по-прежнему сталкиваются с трудностями подготовки и написания ЕГЭ по математике профильного уровня. Невысокий балл по ЕГЭ сильно ограничивает выбор как учебного заведения для поступления, так и направления подготовки, что негативно сказывается на дальнейшем будущем подростка.

С 2019 года в содержание экзамена будут внедрены интегрированные задачи, призванные оценить многогранное владение предметом. Новый интегрированный вариант позволит оценить умение оперировать базой собственных знаний в области разных разделов алгебры и геометрии в формате одного задания. В сложившихся

обстоятельствах наиболее выгодным вариантом решения проблемы является развитие новой культуры мышления, т.е. формирования у школьников особого стиля мышления – вероятностного.

Стиль мышления старшеклассников должен соответствовать требованиям, предъявляемым к ним со стороны общества и государства, а также отображать закономерности современной научной картины мира. Особенностью такого стиля мышления является системность, фундаментальность знаний, умения их применения в ситуациях неопределенности, оценка случайных факторов, высокая адаптивность в информационной среде, творческая активность.

Под вероятностным стилем мышления (ВСМ) следует понимать «практически реализуемую открытую систему интеллектуальных приёмов и операций для глубокого познания объектов и явлений окружающего мира, их закономерностей с учетом случайного разнообразия и сущности составляющих элементов в их единстве и взаимосвязи». [1, с. 175].

Стиль мышления есть определённая модель, полученная путем комбинирования типов мышления, сформированных в ходе учебной деятельности, жизненного опыта. Соответственно и вероятностный стиль мышления определяется как интеграция отдельных типов мышления, опирающихся на природу гуманитарных и естественнонаучных познаний.

Формирование стиля мышления учащихся в процессе обучения выполняется за счет владения, использования и совершенствования ими мыслительных действий и операций в проблемных учебных ситуациях, основу которых составляют мыслительный процесс (анализ, синтез, обобщение, сравнение и т.д.) и формы мышления (понятия, суждение, умозаключение),

Развитие вероятностного стиля мышления в процессе обучения математике впервые было исследовано в докторской диссертации С. Н. Дворяткиной [1, с. 175; с. 184].

Разберем следующую структуру доминантных типов мышления ВСМ, обуславливающих стремление личности к саморазвитию и повышение успешности учебной деятельности:

1. Логический тип мышления базируется на применении логических конструкций, отвечающих за тщательное проектирование и реализацию решений проблемы. Как отмечал Л. Е. Балашов «Логическое мышление – мышление по правилам» [2].
2. Интуитивный тип мышления определяется возможностью генерации новых идей, установления множества решений задач, в течении короткого промежутка времени вынесение заключений на основе неопределенных данных без логических рассуждений.
3. Пространственное (наглядно-образное) мышление – умения оперировать пространственными образами, комбинировать их, трансформируя и вычлняя важные элементы, без выполнения реальных практических действий с ними. Усиление таких показателей пространственного мышления как точность, широта и полнота оперирования и создания образов, в значительное число раз увеличивают продуктивность математической деятельности.
4. Функциональный тип мышления отвечает за установление как общих, так и единичных связей, отношений между математическими объектами, их глубинными свойствами.
5. Творческий и критический типы мышления. Важно отметить, что творческий подход к решению задачи будет весьма неэффективным без критического

анализа проблемы. Важно не только уметь находить новые или качественно иные пути решения математической задачи, но и выполнять оптимизированную проверку полученных решений с целью их последующего прикладного применения. К тому же выявление таких сторон и свойств объектов, которые изначально не были заметны в ходе решения, упрощает задачу.

В результате решения задач определённой группы, каждая из которых способствует становлению отдельного типа мышления, мы сможем развить ВСМ у школьников.

Одним из наиболее актуальных инструментов для подготовки обучающихся к ЕГЭ является использование элективных курсов, направленных не только на расширение образовательных возможностей изучаемых предметных курсов, но и на углубление отдельных тем, представленных в ЕГЭ по математике.

Цель курса - создание условий для формирования и развития у обучающихся основ логического, интуитивного, пространственного, функционального, творческого и критического мышлений в процессе подготовки к итоговой аттестации в форме ЕГЭ, путем коррекции и расширения математических знаний.

Задачи курса:

- раскрытие интеллектуального потенциала обучающихся;
- повышение культуры мышления;
- формирование опыта творческой деятельности учащихся через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач;
- получение опыта создания математических моделей исследуемых объектов;
- формирование умений свободно ориентироваться в информационном пространстве;
- развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.

Содержание элективного курса по математике в системе общего образования состоит из пяти групп заданий, каждая из которых нацелена на улучшение определенного типа мышления:

1. Первая группа заданий есть решение тригонометрических, показательных, логарифмических и комбинированных уравнений и неравенств, представленных во второй части № 13 и № 15. Прикладные задачи данной подгруппы способствуют развитию логического типа мышления, основными мыслительными действиями которого являются: анализ, синтез, обобщение, систематизация, конкретизация.
2. Вторая группа заданий – вероятностные задачи (№ 4), расположенные в первой части, позволяют усиливать интуитивный тип мышления. Развитие интуитивного мышления происходит не только при решении простых задач, но и за счет подробного изучения элементов теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики, представленных в школьном курсе математики. В задачах подобного характера целесообразно использовать механизм комбинирования, так как в большинстве случаев число получаемых комбинации слишком велико, именно интуиция позволяет выбрать верный вариант решения.
3. Третья группа заданий - стереометрические задачи (№ 14), направленные на совершенствование пространственного (наглядно-образного) мышление в результате зрительного представления образов, их видоизменений и нахождения отличий исследуемых признаков. Мыслительной операцией, определяющей развитие пространственного мышления в процессе организованного обучения,

является механизм транспонирования – применение ранее полученных методов, правил решения в новой похожей задаче.

4. Четвертая группа заданий – финансовые задачи (№ 17), отвечающие за становление функционального типа мышления, характеризующегося умениями оперировать причинно-следственными связями, применением операционно-действенного подхода, а главное актуализации прикладного аспекта математики.
5. Пятая группа заданий – задачи на сообразительность (задачи повышенной сложности № 19), для их решений необходимо наличие типов творческого и креативного мышлений с применением механизма оценки.

Курс представлен в виде практикума, направленного на восполнение пробелов и систематизацию знаний старшеклассников при решении задач по основным разделам математики, осуществление целенаправленной качественной подготовки к ЕГЭ. Программа курса предусматривает возможность изучения тем курса с различной степенью полноты, обеспечивает прочное и сознательное овладение учащимися системой математических знаний и умений, достаточных для изучения сложных дисциплин, и продолжения образования в высших учебных заведениях.

Изучение данного курса позволяет учащимся: использовать на практике нестандартные методы решения задач; повысить общий уровень математической культуры; формировать функциональную грамотность и вероятностный стиль мышления, позволяющий расценивать и рассчитывать процессы, явления случайной природы, оценивать вероятностный характер действительных зависимостей.

Особенностью элективного курса является интеграция разных тем программы «Алгебра и начала математического анализа» 10-11 классов профильного уровня с ярко выраженной практической значимостью выполняемых заданий.

Подбор заданий, включенных в курс, осуществлялся при работе с открытыми банками (базами) задач ЕГЭ по математике [5], [6], [7], демонстрационными вариантами ЕГЭ 2018 - 2019 года.

Рассмотрим следующие примеры, направленные на развитие каждого из указанных типов мышления.

**Задача 1.** Решите уравнение:  $\sin 8\pi x + 1 = \cos 4\pi + 2 \cdot \cos\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right)$  [7].

*Решение. Анализ через синтез.*

Решение уравнения целесообразно начать с анализа. Составляется алгоритм, подбираются подходящие тригонометрические формулы, позволяющие не усложнять решение и экономить время. Выполняется последовательность действий. Осуществляется разбиение задачи на составные части.

1. Воспользуемся формулой двойного угла для функции  $\sin 8\pi x$ ;
2. формула вычитания аргумента для функции  $\cos\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right)$ ;
3. подставим результаты, при вынесении общего множителя за скобку получим распадающееся уравнение:  $(\sin 4\pi x + 1)(2 \cdot \cos 4\pi x - 1) = 0$ .
4. решим получившееся уравнение (применяя формулы тригонометрических уравнений и частные случаи).

В процессе решения мы двигались от известных величин, то есть использовали обобщенный алгоритм нахождения решения. Проведенный анализ есть логическое, методичное и тщательное решение задачи. При помощи определения плана решения, сбора нужной информации, упорядочивания и рационального поиска формул, мы наиболее быстро получили результат. Проведенная работа является непосредственным отображением механизма анализа мыслительной деятельности.

**Задача 2.** На листах бумаги записаны числа от 1 до 24. Эти листы были помещены в ящик и перемешаны. При чем из этого ящика был вынут один лист бумаги. Какова вероятность того, что число, указанное на этом листе, будет либо простым, либо чётным [7]?

*Решение. Механизм комбинирования.*

В данной задаче комбинирование отдельных её элементов поможет прийти к решению. Осуществим комбинацию таких элементов базовых знаний, как простые числа, четность чисел, вероятностные знания – совместные события и теорема сложения вероятностей.

Пусть событие А – {на изъятом листе простые числа: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23}; В – {на изъятом листе чётные числа: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24}. Событие АВ – {на изъятом листе простое чётное число: 2}.

Решение задачи сводится к нахождению числа комбинация для события А, события В и события АВ, применению.

Исходя из того, что исходы эксперимента равновозможные, то  $P(A) = \frac{9}{24} = 0,375$ ;  $P(B) = \frac{12}{24} = 0,5$ ;  $P(AB) = \frac{1}{24} = 0,042$ .

По теореме сложения вероятностей совместных событий - искомая вероятность составляет 83,3 %.

В процессе решения опирались на метод, отвечающий за использование имеющихся знаний учеников к условиям задачи. Применяемый подход позволяет говорить о качественном изменении умственных способностей школьников.

**Задача 3.** В кубе ребро, которого равно а, центр верхнего основания соединен с вершинами нижнего основания. Найдите полную поверхность полученной пирамиды.

*Решение. Механизм транспонирования.*

1 шаг. Выполняется построение и демонстрация преобразований исследуемых объектов, изменений положений в пространстве, исследуются комбинации их трансформаций, то есть формируется целостное представление об исследуемых фигурах, с вычленением отдельных существенных признаков. Для наглядности и визуализации чертежа воспользуемся бесплатной кроссплатформенной динамической математической программой Geogebra [8]. Построение модели осуществляется последовательно вместе с обучающимися, актуализируются их знания о свойствах объектов, ни в коем случае не предлагается готовый чертеж. В результате получается пирамида, вписанная в куб (рис.1, рис.2).

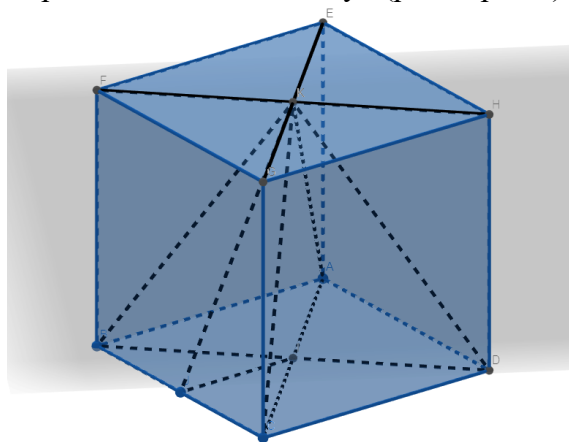


Рис. 1

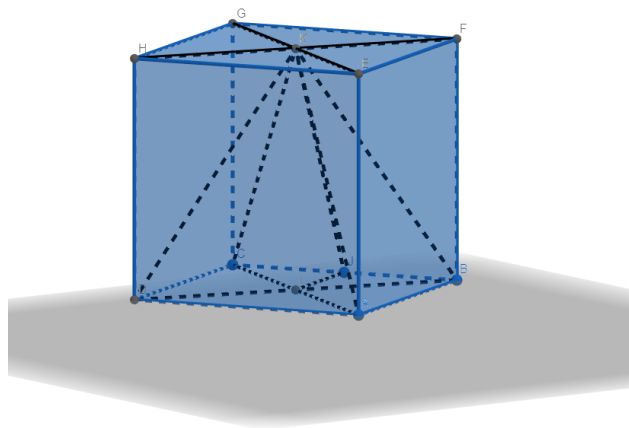


Рис. 2.

2 шаг. Постановка проблемной ситуации, поиск и подбор оптимального варианта решения, осуществляется за счет перенесения ранее полученных и применяемых знаний обучающихся в условия выдвигаемой задачи. Используется формула нахождения площади полной поверхности пирамиды, предварительно отыскав составляющие ей элементы.

**Задача 4.** Мебельная фабрика производит книжные шкафы и серванты. На изготовление одного книжного шкафа расходуется  $\frac{4}{3}$  м. кв. древесно-стружечной плиты,  $\frac{4}{3}$  м. кв. сосновой доски и  $\frac{2}{3}$  м. кв. человеко-часа рабочего времени. На изготовление одного серванта расходуется 2 м. кв. древесно-стружечной плиты, 1,5 м. кв. сосновой доски и 2 человеко-часа рабочего времени. Прибыль от реализации одного книжного шкафа составляет 500 руб., а серванта – 1200 руб. В течение одного месяца в распоряжении фабрики имеются: 180 м. кв. древесно-стружечной плиты, 165 м. кв. сосновых досок и 160 человеко-часов рабочего времени. Какова максимально ожидаемая месячная прибыль [5]?

*Решение.*

Постараемся выявить отношения между причиной и следствием, установив зависимости между рассматриваемыми величинами.

Проведем исследование:  $x$  шт. – число книжных шкафов;  $y$  шт. – число сервантов;  $z$  руб. – ожидаемая месячная прибыль;  $z$  – функция двух переменных:  $z = 500 \cdot x + 1200 \cdot y$ . Определив наибольшее значение функции  $z$  в ограниченной области, получим искомый результат.

Предварительно рассмотрев систему неравенств:

$$\begin{cases} x \geq 0; \\ y \geq 0; \\ \frac{4}{3}x + 2y \leq 180; \\ \frac{4}{3}x + \frac{3}{2}y \leq 165 \\ \frac{2}{3}x + 2y \leq 160; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0; \\ y \geq 0; \\ y \leq 90 - \frac{2}{3}x; \\ y \leq 110 - \frac{8}{9}x; \\ y \leq 80 - \frac{1}{3}x. \end{cases}$$

Функция  $z(x, y)$  принимает наибольшее значение в точке В (30,70), рис. 3 [9].

Следовательно, определив точку пересечения функции и прямой, функция  $z(x, y)$  имеет вид  $z=(30;70)=99000$ .

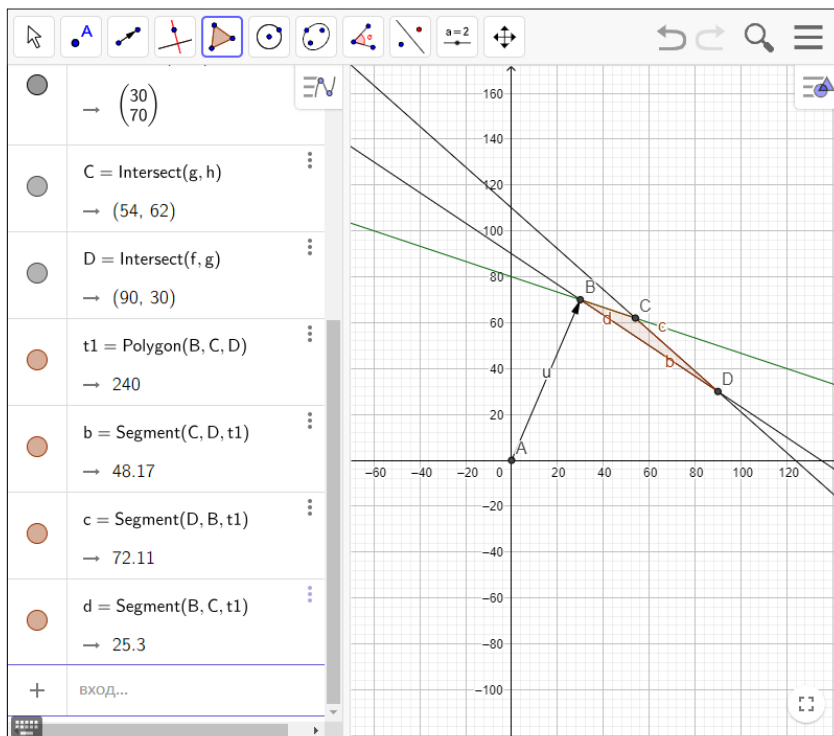


Рис. 3

**Задача 5.** а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 99?

б) Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9. Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.

в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно 6,5. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии [7]?

*Решение. Механизм оценки.*

В задаче производится подбор наиболее эффективного и оптимального варианта решения проблемы, опирающегося на простоту и логичность рассуждений. Посредством критического мышления выполняется анализ и сравнение возможных вариаций получения результата. Оценив предложенную прогрессию, без ограничения общности как возрастающую, условимся:  $a$  — первый член прогрессии,  $n$  — количество членов, а  $d$  — её разность. Числа  $a$ ,  $n$ , и  $d$  — натуральные.

Проведя оценку, приходим к следующим заключениям:

а) Сумма первого и пятого членов этой прогрессии имеет вид  $2 \cdot a + 4 \cdot d$ , то есть число четное. Так как число 99 нечётное, то, следовательно, и сумма наибольшего и наименьшего членов конечной арифметической прогрессии из 5 натуральных чисел не может быть равной 99.

б) Сумма первого и шестого членов этой прогрессии —  $2 \cdot a + 5 \cdot d = 9$ . Установив, что  $d$  — натуральное число и  $d = 1$ , тогда  $a = 2$ , а прогрессия выглядит так: 2, 3, 4, 5, 6, 7.

в) Применяя формулу среднего арифметического, получим:  $2 \cdot a + (n - 1) \cdot d = 13$ , очевидно  $(n - 1) \cdot d \leq 11$ ;  $n - 1 \leq 11$ ;  $n \leq 12$ . Так как натуральные числа от 1 до 12 составляют прогрессию, среднее арифметическое членов которой равно 6,5, а количество членов равно 12. Поэтому наибольшее возможное количество чисел — 12.

Таким образом, использование предложенных механизмов мыслительных действий и операций в решении математических задач является условием совершенствования каждого из определенных типов мышления.

В аспекте изучаемой проблемы добиться развития вероятностного стиля мышления можно за счет уравнивания указанных ранее типов мышления при переводе их на более высокий качественный уровень, а именно, добившись взаимного функционирования каждого из типов мышлений при изучении школьного курса математики профильного уровня на основе активного овладения формами мышления и их совершенствованием [1, с. 216].

Многообразие предлагаемых автоматизированных тестовых вариантов ЕГЭ по математике разного уровня сложности [6] непременно положительно сказывается на подготовке к экзамену. Ведь для лучшего закрепления знаний и навыков необходимо как можно больше практиковаться в решениях задач, изучать алгоритмы их функционирования. Но в то же время действия по образцу и шаблону никогда не смогут гарантировать отличный результат, так как репродуктивная (воспроизводящая) деятельность не сравнится с творческой деятельностью. Неумение выходить за рамки, использовать критический подход к решению, не пытаться даже отыскать альтернативные пути, все это свидетельствует о несостоятельности обучения. Ни для кого не секрет, что часто реальные задания ЕГЭ могут в значительной степени отличаться от тренировочных вариантов, и тогда наработанные алгоритмы выполнения заданий будут весьма малоэффективными. Как следствие, именно формирование у школьников разносторонних аспектов развития личности, разнообразных типов мышления, составляющих структура одного более обобщенного стиля мышления (вероятного) – вот факторы успешности образовательного процесса.

### Список литературы

1. Дворяткина С. Н. Развитие вероятностного стиля мышления студентов в обучении математике на основе диалога культур : диссертация ... доктора педагогических наук : 13.00.02 / Дворяткина Светлана Николаевна; [Место защиты: Елецкий государственный университет]. - Елец, 2012. - 527 с. : ил. Теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования).
2. Балашов Л. Е. Как мы думаем? Введение в философию мышления [Текст] / Л. Е. Балашов. – М., 2006. -172.
3. Балашов Л. Е.. Философия: Учебник.. — М., 2003. — С. 502.
4. Гуленко В.В. Формы мышления. Соционика, ментология и психология личности, № 4, 2002.
5. ЕГЭ по математике. URL: <http://spadilo.ru/ege-po-matematike> (дата обращения: 16.02.2019).
6. Задания ЕГЭ профильная математика. URL: <https://bingoschool.ru/ege/math-profile/tasks/> (дата обращения: 15.02.2019).
7. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Математика профильный уровень. URL: <https://math-ege.sdangia.ru/?redir=1> (дата обращения: 10.02.2019).
8. Geogebra. 3Д График. URL: <https://www.geogebra.org/3d> (дата обращения: 13.02.2019).
9. Открытый математический турнир URL:<http://mathtourn.elsu.ru/#pagelogo> (дата обращения: 16.02.2019).



**ON THE PROBLEMS OF IMPLEMENTATION OF ELECTIVE COURSE IN MATHEMATICS IN THE SYSTEM GENERAL EDUCATION FOR THE DEVELOPMENT OF A PROBABILISTIC STYLE OF THINKING IN THE TERMS OF GLOBAL INFORMATIZATION**

**K. G. Lycova**  
spezialist in educational and methodical  
work  
ksli1024@mail.ru  
Yelets

Bunin Yelets State University

**Abstract.** The article is devoted to the actual problem qualitative training students for the Unified state exam in mathematics of the profile level as a result of the formation of probabilistic style of thinking by means of information technologies. In the article is the characteristic of the components determining the development of probabilistic style of thinking. The content of the components is proposed of the elective course in mathematics in the system of General education. Presented to the Group of tasks is contribute to the improvement of each type of thinking.

**Keywords:** The unified State exam, elective course, information technology, the probabilistic style of thinking, logical thinking, intuitive thinking, spatial thinking, functional thinking, creative and critical thinking.

**References**

1. Dvoryadkina S.N. (2012) Development of probabilistic thinking style of the students in learning mathematics on the basis of the dialogue of cultures [Development of probabilistic thinking style of the students in learning mathematics on the basis of the dialogue of cultures]: Dis. ... d-ra ped. nauk. Yelets.
2. Balashov I. E. (2006) How do we think? Introduction to philosophy of thinking / L. E. Balashov. - M.
3. Balashov L. E. (2003) Philosophy: Textbook. M.
4. Gulenko V. V. (2002) Forms of thinking. Socionics, mentology and personality psychology, no. 4.
5. EGE in mathematics. [Электронный ресурс] Accessed: <http://spadilo.ru/ege-po-matematike> (date of the application: 16.02.2019).
6. The job of EGE of profile mathematics. [Электронный ресурс] Accessed: <https://bingoschool.ru/ege/maths-profile/tasks/> (date of the application: 15.02.2019).
7. Educational portal for EGE preparation. Mathematics profile level. [Электронный ресурс] Accessed: <https://math-ege.sdangia.ru/?redir=1> (date of the application: 10.02.2019).
8. Geogebra. 3D Graph. [Электронный ресурс] Accessed: <https://www.geogebra.org/3d> (date of the application: 13.02.2019).
9. Outdoor math tournament [Электронный ресурс] Accessed: <http://mathtourn.elsu.EN/#pageologo> (date of the application: 16.02.2019).