

Keywords: stereotypes, length of a section, value of a corner, signs of including, scalar and vector products of vectors, ellipse, hyperbola, parabola, complex number.

References

1. Budak, A.B. (2011). About some traditions (stereotypes) of material presentation in elementary and higher mathematics courses and the need to overcome them [*O nekotorykh traditsiyax (stereotipah) izlozheniya materiala v kursah elementarnoy i vysshey matematiki i neobhodimosty ih preodoleniya*]. *Mathematics in Education*. V. 7. Pp. 45-58.
2. Budak, A.B. (2014). On the necessary preliminary knowledge for the study of mathematical analysis and other elementary courses in higher mathematics and overcoming stereotypes in the study of elementary and higher mathematics [*O neobhodimyykh predvaritel'nykh znaniyakh dlya izucheniya matematicheskogo analiza i drugih nachal'nykh kursov vysshey matematiki i preodolenii stereotipov v izuchenii elementarnoy i vysshey matematiki*]. *Mejvuzovskiy sbornik nauchno-issledovatel'skih rabot studentov i prepodavateley «Na perekrestkah nauk»*. Yelets: Bunin Yelets State University. Pp. 10-23.
3. Il'in, V.A., Kim, G.D. (2012). Linear algebra and analytical geometry [*Lineynaja algebra i analiticheskaya geometriia*]. Moscow: Prospekt.
4. Kim, G.D., Kritskov, L.V. (2007). Algebra and analytic geometry. Theorems and problems [*Algebra i analiticheskaya geometriia. Teoremy i zadachi*]. Vol. 1. Moscow: Planet of knowledge.
5. Nesterenko, Ju.V., Olehnik, S.N., Potapov, M.K. (1983). Math exam tasks [*Zadachi vstupitel'nykh ekzamenov po matematike*]. Moscow: Science.

УДК
378.095

БАЙЕСОВСКИЙ ПОДХОД К ПРОБЛЕМАМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИОРИТЕТНОСТИ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ПРОЕКТОВ

Татьяна Юрьевна Дорохова
к.п.н., доцент
tandor81@mail.ru
г. Тамбов

Николай Петрович Пучков
д.п.н., профессор
puchkov_matematika@mail.ru
г. Тамбов

Тамбовский государственный технический университет

Аннотация. Работа посвящена оценке значимости результатов многофакторных процессов, параметры которых невозможно оценить методами точных наук. Показана целесообразность комплексного использования метода экспертных оценок и байесовского подхода для обоснования приоритетности выбранного педагогического проекта. В качестве рабочего предложен итерационный алгоритм, снижающий вероятности ошибок принятия решений. Предлагается учитывать мнения экспертов на вероятностном уровне. Показано, что расчёт средних апостериорных вероятностей даёт возможность принимать обоснованные решения относительно группы вариантов, когда мнения экспертов относительно всего множества вариантов считаются несогласованными. Рассмотрен пример использования предлагаемой методики для выбора наиболее оптимальной технологии обучения при целевой подготовке специалистов. Работа открывает дополнительные возможности применению математических методов в педагогических исследованиях.

Ключевые слова: педагогические проекты, экспертные оценки, байесовский подход, технология концентрированного обучения.

В системе образования осуществляются процессы, результаты которых зависят от большого количества разнородных факторов, причем параметры этих процессов зачастую невозможно непосредственно измерить, или применить для их исследования точные науки. При достаточно частом возникновении проблемы определения среди них приоритетных вариантов, выбор проводится специалистами на основе экспертной оценки. Неопределенность многофакторных исходов предопределяет использование в таких ситуациях стохастических (вероятностных) подходов. Одним из таких может быть байесовский подход – метод переоценки априорных данных (гипотез) с учетом апостериорных данных (результатов опытов, высказываний экспертов и т.п.).

В ряде случаев выбор приоритетного варианта требует оперативного решения. Например, по инициативе предприятий оборонно-промышленного комплекса (ОПК) вузу необходимо организовать для них целевую подготовку специалистов, которая в силу присущих ей целей, отличается от существующих. Возникает проблема выбора технологий обучения, результаты которого, к сожалению, можно как-то оценить только после выпуска специалистов (через несколько лет). За основу выбора, естественно, можно взять не абсолютно новые непроверенные технологии, а те, которые, в определенной степени, уже освоены специалистами. Подобные проблемы возникают также при конкурсном отборе проектов. Например, при рассмотрении заявок на получение грантов, студенческих научных работ и т.п.

Под технологией обучения мы понимаем описание процесса достижений планируемых результатов: это модель педагогической деятельности по проектированию, организации и проведению учебного процесса с безусловным обеспечением необходимых условий для обучаемого и обучающего.

Технология обучения концептуально содержит цель, содержание, средства и методы обучения, алгоритмы деятельности субъектов и объектов этого процесса. Критерии технологичности включают в себя такие понятия, как концептуальность, системность, управляемость, эффективность, воспроизводимость результатов и т.п.

Анализ ситуации с выбором технологии обучения позволяет говорить о многофакторной зависимости результатов обучения. Дать количественную оценку значимости каждого фактора, провести факторный анализ архисложно, поэтому имеет смысл использовать сравнительную экспертную комплексную оценку с целью выбора наиболее реального пути в обучении (приоритетной технологии обучения).

Возвращаясь к проблеме целевой подготовки, необходимо максимально точно и прозрачно обозначить критерии ее эффективности. На наш взгляд, это следующие:

- кадровое обеспечение предприятий (выполнение плана заказов);
- профессиональная компетентность специалистов;
- трудоустройство выпускников;
- приверженность работе на предприятии-заказчике и др.

В конкурсе по приоритетности могут выступить следующие формы обучения (пример носит демонстрационный характер):

- классическое лекционное обучение в общих потоках;
- концентрированное обучение [2];
- дистанционное обучение.

Каждая из рассматриваемых форм обладает сравнительными достоинствами: первый вид обучения наиболее экономичен, второй – в большей степени практико-ориентирован и комфортен, третий – удобен для студентов-заочников, для удаленных от вуза предприятий. В каждом из них, естественно, могут использоваться разнородные частнометодические и

локальные (блочные) технологии, повышающие эффективность обучения, в том числе и различные подходы (компетентностный, личностно-ориентированный и т.п.).

Методы экспертной оценки зависят от поставленных целей, условий их осуществления, поэтому весьма разнообразны и, вообще говоря, носят случайный характер. Среди них можно выделить такие, которые проводятся индивидуально и одновременно всеми экспертами, а результаты затем проходят статистическую обработку и те, когда эксперты привлекаются последовательно и, в принципе, могут знать мнения друг друга. На наш взгляд, второй вариант более приемлемый в работе с педагогическими проектами по той причине, что результаты работы экспертной группы в ряде случаев показывают, что их мнения заметно расходятся (низкий коэффициент конкордации), и выбирать приоритет очень сложно. Кроме того, для снижения вероятности ошибок при оперативном решении ответственных проблем целесообразно использовать именно итерационный алгоритм с последовательным привлечением экспертов.

При этом мы учитываем и то обстоятельство, что каждый эксперт в своем заключении не бывает абсолютно уверенным в принятом решении, поэтому можно говорить только о вероятности принятия им определенного решения, которую он может самостоятельно оценить.

При таких предположениях оказывается возможным использование байесовского подхода в процессе последовательных итераций по оценке приоритетности рассматриваемых педагогических проектов. Рассмотрим сущность такого предложения на конкретном примере поиска приоритетного среди выделенных трех проектов (технологий обучения) и продемонстрируем процесс построения алгоритма принятия решений на основе экспертизы и байесовского подхода.

Первоначально исследователем («нулевым» экспертом) интуитивно или на основе обработки соответствующих статистических данных (например, результатов анкетирования всех участников образовательного процесса по вопросам комфортности предлагаемых форм обучения) проводится оценка приоритетности среди выбранных проектов (вариантов обучения), т.е. задаются вероятности гипотез $H_i, i = 1, 2, 3$, утверждающих приоритетность i -ой гипотезы.

Идея алгоритма заключается в последовательном привлечении дополнительных экспертов и подсчете для каждого проекта средней апостериорной вероятности его приоритетности. Результаты работы каждого дополнительно привлекаемого эксперта рассматриваются как исход проведенного опыта, а расчет апостериорной вероятности проводится по формуле Байеса:

$$P(H_i / A_j) = \frac{P(A_j / H_i) \cdot P(H_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_j / H_i) \cdot P(H_i)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где H_i – гипотеза о том, что i -ый вариант является приоритетным; A_j – событие (результат экспертизы) о приоритетности j -го варианта; n – число рассматриваемых вариантов; $P(H_i)$ – априорная вероятность гипотезы H_i ; $P(H_i / A_j)$ апостериорная вероятность гипотезы H_i (после того, как A_j произошло: j -ый вариант поставлен на первое место); $P(A_j / H_i)$ – вероятность события A_j , если имеет место гипотеза $H_i, i = \overline{1, n}$. Формула (1) применима и в том случае, когда событие A_j не произошло, (произошло \bar{A}_j).

Каждый эксперт определяет ранг варианта, т.е. расставляет «по местам», поэтому получается n переоценок события H_i ; в дальнейшем рассматривается их усредненное значение апостериорных вероятностей

$$\bar{P}_k(H_i / A) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n P(H_i^k / \tilde{A}_j) \quad i, j = \overline{1, n}$$

где k – номер экспертизы (последовательный номер эксперта), событие \tilde{A}_j – событие, связанное с проверкой гипотезы H_j^k , т.е. того что k – ый эксперт поставит j - ый вариант на первое место, поэтому для части слагаемых имеет место A_j , для остальных \bar{A}_j и $A = \{ \tilde{A}_j, j = \overline{1, n} \}$. Полученные усредненные значения k – ой итерации используются для нахождения апостериорных оценок на $k+1$ – ой итерации.

Выполненный расчет средних апостериорных вероятностей дает возможность принимать обоснованные решения относительно предпочтительного варианта, когда мнения экспертов относительно множества вариантов являются несогласованными. Расчет апостериорной вероятностей на каждой итерации позволяет исключить из рассмотрения заведомо неприоритетные варианты.

Таблица 1.

Результаты экспертной оценки

Варианты технологий	Традиционное обучение	Концентрированное обучение	Дистанционное обучение
Априорные ранги (нулевой эксперт)	2	1	3
Априорные вероятности	0,25	0,5	0,25
Ранги первого эксперта	1	2	3
Усредненные апостериорные вероятности	0,309	0,455	0,236
Ранги второго эксперта	2	1	3
Усредненные апостериорные вероятности	0,267	0,527	0,206
Ранги третьего эксперта	2	3	1
Усредненные апостериорные вероятности	0,276	0,45	0,279

Продолжим рассматривать пример с выбором формы обучения для студентов, обучающихся на договорной основе. Для того, чтобы воспользоваться формулой Байеса (1) необходимо знать $P(A_j / H_i)$ — вероятность события A_j , при наступлении события H_i (вероятности признания экспертом приоритетности события H_i).

При оценке этих вероятностей, по-видимому, необходимо руководствоваться теми соображениями, что эксперт в определенной мере сомневается в принимаемом решении, и первое место определенному проекту он отдает с большей уверенностью, чем другим, например, $P(A_2 / H_2) = 0,8$, $P(A_{i2} / H_i, i \neq 2) = 0,6$, если второй вариант поставлен на первое место.

Работа продолжается до тех пор, пока средняя апостериорная вероятность одного из проектов станет явно наибольшей.

Опуская промежуточные расчеты, приведем результаты некоторых итераций переоценки приоритетности технологий обучения в обозначенной нами выше проблеме.

Итак, пусть априорные оценки приоритетности таковы:

$$P(H_1) = P(H_3) = 0,25; \quad P(H_2) = 0,5;$$

Каждый эксперт определяет первое место среди проектов с вероятностью $P(A_j / H_j) = 0,8$, и остальные места с вероятностью $P(A_j / H_i) = 0,6, j \neq i$

Соответственно $P(\bar{A}_j / H_j) = 0,2$, и $P(\bar{A}_j / H_i) = 0,4, j \neq i$ (эти данные характеризуют степень уверенности эксперта в своих заключениях). Получаем таблицу 1.

Анализируя полученные результаты, можно заметить, что второй проект (концентрированное обучение), несмотря на противоречивые мнения экспертов, постоянно и в итоге оценивается максимальной вероятностью. Следовательно, наша гипотеза подтверждена.

Может возникнуть естественный вопрос о необходимом количестве итераций и, соответственно, числе задействованных экспертов. Некоторые авторы [1], использовавшие байесовский подход в своих исследованиях, предполагают дополнительно привлекать математический аппарат, основанный на комбинации моделей Бернулли для повторных испытаний, но, все же единственно надежным следует считать оценку качества подготовки специалистов на момент ее окончания.

В качестве заключения можно утверждать, что при оперативном решении ответственных проблем выбора приоритетов среди проектов, зависящих от многочисленных факторов и не поддающихся количественной оценке, целесообразно использовать методы экспертных оценок, опирающиеся на математические методы. Таким методом может явиться итерационный метод экспертных оценок, построенный на основе формул Байеса и позволяющий снизить вероятность ошибок выбора, обусловленных низким уровнем коэффициента конкордации среди высказываний экспертов. Алгоритм метода достаточно прозрачен и доступен для пользователей, не имеющих специальной математической подготовки.

Список литературы

1. Муромцев Д.Ю., Орлова Л.П., Козлов А.И. Принятие решений с использованием байесовского подхода и экспертных оценок // Вестник ТГТУ. 2003. № 1 (9). С. 15 - 24.
2. Пучков Н.П., Дорохова Т.Ю. Проектирование системы концентрированной практико-ориентированной подготовки специалистов для высокотехнологичных производств // Alma mater. 2018. № 2. С. 52-57.

BAYES APPROACH TO THE PROBLEMS OF DETERMINING THE PRIORITY OF PEDAGOGICAL PROJECTS

T.Yu. Dorokhova

Dr. Sci. (Pedagogy), ass. professor
tandor81@mail.ru

N.P. Puchkov

Dr. Sci. (Pedagogy), professor
puchkov_matematika@mail.ru

Tambov

Tambov State Technical University

Abstract. The work is devoted to assessing the significance of the results of multifactor processes, the parameters of which cannot be estimated by the methods of exact sciences. The

expediency of the complex use of the expert assessment method and the Bayesian approach to justify the priority of the selected pedagogical project is shown. An iterative algorithm is proposed as a worker, reducing the probability of decision-making errors. It is proposed to consider the opinions of experts at a probabilistic level. It is shown that the calculation of the average a posteriori probabilities makes it possible to make informed decisions regarding a group of options, when expert opinions on the entire set of options are considered inconsistent. An example of the use of the proposed methodology to select the most optimal training technology for targeted training of specialists is considered. The work opens up additional possibilities for the application of mathematical methods in pedagogical research.

Keywords: pedagogical projects, expert assessments, Bayesian approach, concentrated learning technology.

References

1. Muromcev D.Yu. (2003). Making decisions using the Bayesian approach and expert assessments [*Priniatie reshchenii` s ispol'zovaniem ba i`esovskogo podhoda i` ikspertny`h ozenok*]. *Bulletin of Tver State Technical University*. V. 1 (9). Pp. 15 - 24.
2. Puchkov N.P. (2018). Designing a system of concentrated practice-oriented training of specialists for high-tech industries [*Proektirovanie sistemy kontsentrirrovannoj praktiko-orientirovannoj podgotovki spetsialistov dlya vysokotekhnologichnykh proizvodstv*]. *Alma mater* (High school bulletin). 2018. V. 2. Pp. 52-57.

УДК
378.016

О ПРЕПОДАВАНИИ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В МАГИСТРАТУРЕ ОРЕНБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Инна Каримовна Зубова

к.ф.-м.н., доцент

zubova-inna@yandex.ru

Лариса Михайловна Анциферова

к.п.н.

antsiferova_68@mail.ru

Ольга Викторовна Острая

ostraya_05@mail.ru

г. Оренбург

Оренбургский государственный
университет

Аннотация. Авторы предлагают концепцию курса истории и методологии прикладной математики, читаемого ими в Оренбургском государственном университете для магистрантов направления подготовки «Прикладная математика и информатика». Этот курс рассматривается как часть введения в специальность для обучающихся в магистратуре. При его чтении лектор знакомит слушателя, например, с историей формирования некоторых разделов механики, одновременно напоминая основы важнейших теорий, на которых базируются эти разделы. Здесь применяется так называемый историко-генетический метод преподавания, когда в процессе изучения основ дисциплины обучающийся прослеживает историю ее зарождения, формирования и развития.

Ключевые слова: историко-генетический метод преподавания математики, история математики, история механики.