ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 378.02

ОБУЧЕНИЕ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИКОВ НАУЧНЫМ МЕТОДАМ ИССЛЕДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ КОМПЛЕКСА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Валентин Константинович Жаров
д.п.н., профессор
valcon@mail.ru
г. Москва
Российский государственный гуманитарный университет

Минаввар Мукимжанович Эсонов
старший преподаватель
esonovm@mail.ru
г. Коканд
Кокандский государственный педагогический институт им. Мукимий (Узбекистан)

Аннотация. Статья посвящена проблеме визуализации абстрактного знания. В советской средней общеобразовательной школе всегда была установка на развитие мышления, причем его формы были различными. Геометрия, как основная носительница идей логики и образного представления об абстрактных математических объектах, в системе математического образования имела свое достойное место. Теперь же в силу преобразований конца прошлого века в СССР и поиска путей оптимального развития в бывших союзных республиках произошел естественный эксперимент, и стали очевидны пагубность поспешных решений, принятых некоторыми министерствами образования. В статье явно декларируется необходимость восстановления в своих «правах» геометрии как в школьном курсе, так и в педагогических институтах.
Статья подготовлена по материалам доклада, представленного 10 октября 2019 года на заседании Всероссийского научно-методического семинара «Передовые идеи в преподавании математики в России и за рубежом» в Московском государственном областном университете.

Ключевые слова: начертательная геометрия, проекционное мышление, стереографическое мышление, логико-семантические построения, компьютерная геометрия, информационные среды.

1. Введение. Вопросы истории и некоторые аспекты математического образования в Республике Узбекистан.

Современный период развития нашей цивилизации характеризуется непрерывным ростом обмена и увеличением плотности, а также скорости информационных потоков. Это становится объективной причиной увеличения объёма коммуникаций при условии не изменяющегося знания, а порой все возрастающего в единицу времени, а также необходимости его фиксации (учителем), обработки (восприятия учеником) и сохранения в учебном процессе средней школы, обогащения личностной среды.

С глобализацией связано множество изменений в структуре образования Узбекистана, что естественным образом заставило заняться изучением опыта развития образования в других странах – Китае, России, Индии, Японии, Сингапуре, а его использование позволяет корректировать пути и направления развития в системах образования.

Математическое образование всегда, как показывает история, находится в авангарде развития образовательных систем. В Республике Узбекистан математическое образование также претерпевает изменение, прежде всего, по запросу государства, поскольку освоение богатых недр, промышленность, энергетика требуют высококвалифицированных специалистов, владеющих современными методами изучения явлений природы и общества.

Постановлением Кабинета Министров Республики Узбекистан от 13.05.1998 года №203 обучение в школе стало девятилетним образованием и трёхлетним профильным образованием, то есть 9+3. В соответствии с национальной программой образования с этого года узбекские школьники после девяти лет учёбы в средней школе продолжали обучение ещё в течение трёх лет в академических лицеях и профессиональных колледжах. Такой подход позволял, как считали в то время, обучать молодое поколение на уровне мировых стандартов, готовить специалистов с учётом экономико-демографических условий каждого местного рынка труда.

20 лет экспериментов в образовательной системе понадобились Республике Узбекистан, чтобы власти этой ведущей страны Центральной Азии, задумались о возвращении 11-летнего обучения в школах, которое было отменено в 1997 году.

С инициативой все вернуть «на круги своя», как принято на Востоке, мог выступить только руководитель государства. Президент Узбекистана Шавкат Мирзиёев, выступая на одном из заседаний, пояснил своим подчиненным, в чем плюс 11-летнего образования, что «в старших классах дети формируются как личности, сплачиваются в команду. Именно в этот период их нельзя отлучать от привычной для них среды. Это может негативно повлиять на психологию молодых людей, и в итоге – на уровень образования и воспитания. Поэтому необходимо обеспечить непрерывность образовательного процесса, совершенствовать учебные программы», – резюмировал президент Узбекистана.

Как полагают эксперты, переход на 9-летнее обучение в Узбекистане, которые многие годы считался одним из достижений ее независимости, себя не оправдал.

Наша совместная история развития в Российском государстве, в Советском Союзе, исторические корни, богатое научное наследство нашего народа, восточная мудрость дают надежду на организацию нового, соответствующего историческому моменту, математического образования. Следует упомянуть об узбекистанских школах функционального анализа и теории вероятностей, занимающих достойное место в выдающейся советской математической школе, состоящей из московской, петербургской, киевской и новосибирской и др. Ученики узбекистанской математической школы и сейчас плодотворно трудятся в республике и в других государствах, поддерживают её имя.

2. Основной задачей математического образования является развитие мышления обучаемого, выработка практических навыков.

Способов обучения множество, среди них есть и старые, хорошо проверенные, связанные, прежде всего, с культурой, однако существуют как незаслуженно забытые, так и новые, возникшие в современной социотехнической системе государств.

Мы считаем незаслуженно забытую, отодвинутую на задворки современных учебных программ педагогических вузов – геометрию, а также ее важную составляющую – начертательную геометрию. Геометрия является важнейшим математическим разделом. Она имеет колоссальный развивающий потенциал, который плохо используется современной школой. Вспомним, что еще в античности математиков называли геометрами, а средневековой Руси инженеров – розмыслами.

Как признают психологи, одним из способов уплотнения и создания условий активизации использования учебной информации является её визуализация и обращение к речевой деятельности обучающегося. Данные качества у школьников эффективно вырабатываются на уроках геометрии [1; 2] . На уроках геометрии ученик не только мыслит, рассуждает, понимает, сохраняет, применяет на практике, но и передает воображаемое, через чертёж, т. е. на основе графического представления, условия данного в абстрактной форме, решает некоторую геометрическую проблему визуально. В этом учебном процессе вырабатывается привычка мыслить конкретно, привлекать к рассуждению различные методы, в том числе и визуализацию, упорядочивание, логические обобщения, логико-семантическое конструирование. Как показывает наш опыт и исследования психологов, визуализация – это первый шаг к интерпретации знания, к развитию мыслительного процесса и к оформлению в вербальные формы на родном языке.

3. Освоение методов начертательной геометрии способствует эффективному развитию пространственных представлений у будущих учителей математики.

С помощью современных компьютерных пакетов прикладных программ процесс обучения может быть еще более плодотворным. Однако мы считаем, что современная вспомогательная техника, безусловно, полезное дело, но на первых этапах обучения предмету необходимы старые естественные орудия труда геометров: линейка, циркуль и карандаш. Необходимы навыки обращения пространства трехмерного в двумерное, реальных предметов в воображаемые на плоскости, построения и сечения предметов.

4. Компьютерные пакеты прикладных программ должны помогать, но не заменять собой традиционные методы обучения геометрическим разделам математики: элементарной геометрии, начертательной геометрии и компьютерной геометрии.

На уроках геометрии вырабатываются навыки проецирования, определения сечений, различных симметрий. В нашей методике отдается предпочтение изучению темы «Задачи на построение», в которой одновременно учащийся адаптирует условие задачи к инструментам, воображает и применяет мыслительный эксперимент в учебной деятельности, проверяет на практике результаты своих воображаемых в упражнениях размышлений. И, воображаемое «оживает» на чертеже. Такие же навыки развиваются и на уроках черчения, но здесь слабо используется речевая деятельность [2; 3]. Обучаемые проводят анализ воображаемого предмета, возникает процесс умозрительного оперирования, затем визуализация, но нет строго обоснования построения, полученного результата. Есть представление формы, но нет вербального представления смысла. Поэтому возникает задача – обучение будущих учителей способам извлечения, организации и адаптации информации в процессе обучения учащихся в изменяющейся информационной среде. Это означает, что в методический "арсенал" студента-математика-педагога должны быть включены приемы и методы работы с информационными потоками все возрастающей сложности и плотности, но при этом информационные инструменты остаются таковыми до тех пор, пока владеющий ими постиг существо предмета.

5. Примеры из практики работы по программе обучения студентов-математиков Кокандского государственного педагогического института элементам начертательной геометрии.

В примерную программу включены вопросы построения с помощью циркуля и линейки, на изучение которой в 3 семестре отведено 16 часов, в 4 семестре на построение сечений многогранников – 24 часа.

В подавляющем большинстве задач, связанных с построениями на изображениях, требуется выполнять построение сечений заданных пространственных фигур. Способы задания сечений весьма различны, и универсального метода их построения не существует. Наиболее эффективными в практике преподавания в средней школе являются следующие три метода: 1) метод следов; 2) метод внутреннего проектирования; 3) комбинированный метод. Рассмотрим один из этих методов.

Метод следов. В общем случае плоскость сечения имеет общую прямую с плоскостью каждой грани многогранника. Прямую, по которой секущая плоскость пересекает плоскость какой-либо грани многогранника, называют ***следом*** секущей плоскости. Ясно, что секущая плоскость имеет столько следов, сколько плоскостей граней она пересекает. На практике чаще всего находят тот след секущей плоскости, который лежит в плоскости нижнего основания многогранника. Для развития пространственного представления следует решать задачи на построение сечений, в которых более целесообразным оказывается нахождение следа секущей плоскости в плоскости какой-нибудь грани, отличной от плоскости нижнего основания многогранника.

При построении сечений след секущей плоскости играет особую роль. Так, пусть боковые ребра некоторого многогранника параллельны и прямая XY – след плоскости, пересекающей этот многогранник. Тогда если точки K и L лежат в секущей плоскости, а точки K_1 и L_1 – их проекции на плоскость грани, в которой лежит след XY (причем, естественно, прямые KK_1 и LL_1 параллельны боковому ребру многогранника), то точка пересечения прямых KL и $K_1 L_1$ лежит на следе XY.

Это утверждение и лежит в основе построения сечений многогранников методом следов.

Для нахождения определенного следа секущей плоскости необходимо, кроме указания точек, определяющих секущую плоскость, указать также (задать или найти) параллельные проекции этих точек на плоскость той грани, в которой ищется след. Так, если требуется построить след секущей плоскости на плоскости нижнего основания параллелепипеда, то, кроме точек, лежащих непосредственно в секущей плоскости, необходимо указать также параллельные проекции этих точек на плоскость нижнего основания (в направлении параллельном боковому ребру параллелепипеда).

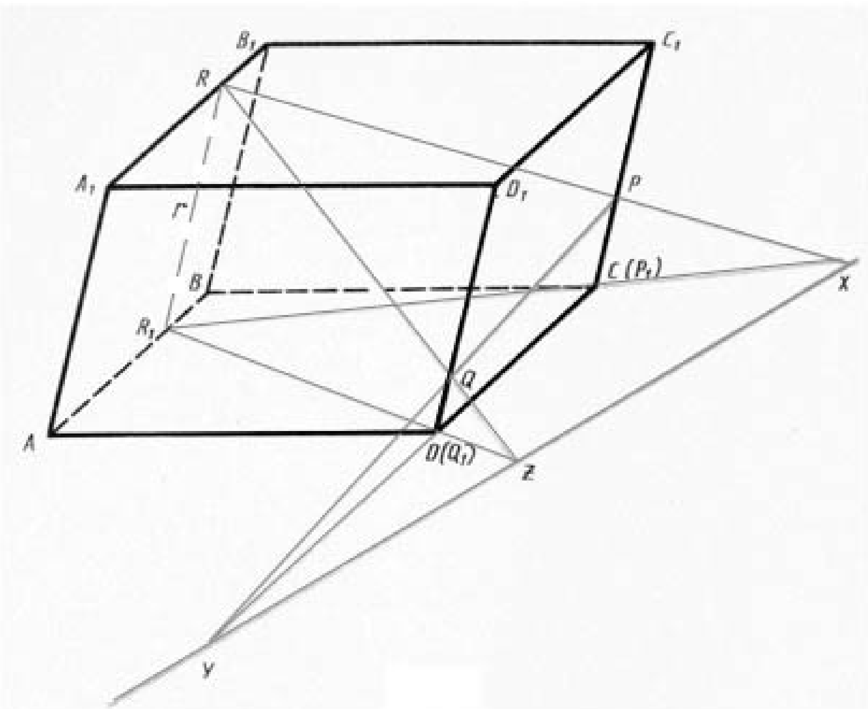

Рис. 1. Построение сечения методом следов

Пример 1. Точки P, Q и R взяты на ребрах параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ следующим образом: точка P лежит на ребре CC_1, точка Q – на ребре DD_1, точка R – на ребре A_1B_1 (рис.1). Построим след секущей плоскости на плоскости ABC.

Решение. Построим точки P_1, Q_1 и R_1 – проекции точек P, Q и R на плоскость ABC. Так как по условию точка P лежит на ребре CC_1, то, проектируя ее в направлении, параллельном боковому ребру параллелепипеда, получим точку P_1, совпадающую с точкой C.

Аналогично получим точку Q_1, которая совпадает с точкой D. Проведем далее в плоскости AA_1B_1 через точку R прямую $r||AA_1$ и найдем точку R_1– точку пересечения прямых r и AB.

Теперь, когда найдены проекции точек P, Q и R, построим точки, лежащие на искомом следе. Так как $PP_1||AA_1$ и $RR_1||AA_1$, то $PP_1||RR_1$, т.е. прямые PR и P_1R_1лежат в одной плоскости (она определяется прямыми PP_1и RR_1). Найдем точку X – точку пересечения этих прямых. Ясно, что так как точка X лежит на прямой PR, то она лежит и в секущей плоскости, а так как она лежит на прямой P_1R_1, то она лежит в плоскости ABC – плоскости нижнего основания. Итак, точка X принадлежит и секущей плоскости, и плоскости основания, т. е. она принадлежит искомому следу.

Аналогично находим точку Y – точку пересечения прямых PQ и P_1Q_1. Точка Y,как и точка X, принадлежит искомому следу. Таким образом, искомым следом является прямая XY.

Мы нашли след секущей плоскости как прямую XY. Если, например, вместо точки Y найти точку Z (точку пересечениях прямых RQ и R_1Q_1), то так как и точка X, и точка Z обе принадлежат и секущей плоскости, и плоскости основания, то прямая XZ будет также следом секущей плоскости PQR. Возникает вопрос, совпадают ли прямые XY и XZ?

Ясно, так как точки P, Q и R принадлежат одной плоскости, и точки P_1, Q_1 и R_1 также принадлежат одной плоскости, и точки X, Y и Z принадлежат каждой из этих плоскостей, то точки X, Y и Z лежат на линии пересечения этих плоскостей. Другими словами, двумя своими точками след секущей плоскости определяется однозначно. (Учителю в связи с этим можно напомнить частный случай теоремы Дезарга, из которого следует, так как прямые PP_1, QQ_1 и RR_1 параллельны между собой, то указанные точки X, Y и Z принадлежат одной прямой.)

6. Каждый преподаватель математики должен придерживаться схемы студент–математика–педагогика–студент (home studies – Человек учащийся).

Что это значит, он должен иметь в виду особенности студента, их возможности, специфические особенности предмета, психолого-педагогические и возрастные особенности студента, а также привить навык у будущего учителя быть студентов всю свою дальнейшую жизнь. Такие способности как зрительная память, навыки визуализации, мнемонические приемы, стереографическое мышление развиваются больше всего на уроках геометрии. Геометрические задачи на построение сечений пространственных фигур с плоскостью не настолько быстро разрешимая задача. Решение таких геометрических задач у студента вырабатывает, если он home studies, новые пути визуализации. Для прочного усвоения знаний на построение и разработки навыков стереографического мышления целесообразно было бы, если на тему «Построение» отводились часы, отдельный семестр и курс проективной геометрии читался не четыре часа лекций и столько же часов практических занятий. Этот курс в сочетании с начертательной геометрией, как курс изучения научных методов визуализации, обработки информации и языков программирования, был бы насыщен приемами выработки необходимых навыков, которые перешли бы в привычки педагогов-математиков. Очевидно, в любой области математики было бы полезно воображаемое переводить в наглядный чертёж или схему.

Современный биолог, инженер или многие другие специалисты для точного координирования ситуации, её осмысления в роли оргтехники использует вспомогательный компьютерный механизм, однако критическое мышление никто не отменял. Решая геометрическую задачу специалист, воображаемое переводит в зрительный образ, осмысленное представление об объекте.

Список литературы

1. Арнхейм Р. Искусство и визуальное восприятие / Перевод с англ. Самохина В. Л. Общая редакция Шестакова В. П. М.: Прогресс, 1974.
2. Скопец З.А. Геометрические миниатюры /Сост. Г.Д. Глейзер. М.: Просвещение, 1990.
3. Боголюбов А.Н. Механика в истории человечества. М.: Наука, 1978
4. Штейнгауз Г. Задачи и размышления / Перевод с польского; составитель и переводчик Ю.А.Данилов. М.: Издательство «Мир», 1974.

TRAINING OF MATHEMATIC STUDENTS IN SCIENTIFIC RESEARCH METHODS BASED ON THE SOLUTION OF A COMPLEX OF GEOMETRIC PROBLEMS

V.K. Zharov
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
valcon@mail.ru
Moscow
Russian state University for the Humanities

M.M. Esonov
associate professor
esonovm@mail.ru
Kokand
Kokand State Pedagogical Institute (Uzbekistan)

Abstract. The article is devoted to the problem of visualization of abstract knowledge. In the Soviet secondary school, there was always an attitude toward the development of thinking, and its forms were different. Geometry, as the main bearer of the ideas of logic and figurative representation of abstract mathematical objects, had its rightful place in the system of mathematical education. Now, due to the transformations of the end of the last century in the USSR and the search for optimal development in the former Soviet republics, a natural experiment has taken place and the harmfulness of hasty decisions made by some ministries of education has become obvious. The article explicitly declares the need to restore geometry to its “rights” both in the school course and in pedagogical institutes.
The article was prepared on the basis of a report submitted on October 10, 2019 at a meeting of the All-Russian Scientific and Methodological Seminar “Advanced Ideas in the Teaching of Mathematics in Russia and Abroad” at Moscow State Regional University.

Keywords: descriptive geometry, projective thinking, stereographic thinking, logical-semantic constructions, computer geometry, information media.

References

1. Arnheim, R. (1974). Art and Visual Perception [*Iskusstvo i vizual'noe vospriyatie*]. Moscow: Progress.
2. Skopets, Z.A. (1978). Geometric thumbnails [*Geometricheskie miniatyury*]. Moscow: Education.
3. Bogolyubov, A.N. (1978). Mechanics in the history of mankind [*Mekhanika v istorii chelovechestva*]. Moscow: Nauka.
4. Steinhaus, G. (1974). Tasks and Reflections [*Zadachi i razmyshleniya*]. Moscow: Publishing house "Mir".