MECHANISMS OF COMPLETION OF THE TYPICAL FUNCTIONAL CONFIGURATIONS BASED ON 1C: ENTERPRISE 8

D.V. Kornienko
Candidate of physical and mathematical Sciences
dmkornienko@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The article describes the mechanism for the creation of orders based on user-selected items in the configuration "Trade Management, 11 edition" of 1C:Enterprise 8. The mechanism is atypical, created on the basis of a typical form of selection in sales documents. A distinctive feature of this mechanism is the dynamic update of price data, as well as the creation of several orders from different warehouses.

Keywords: processing, selection form, dynamic list, customer orders.

References

1. Kornienko, D. V. (2018). Use dynamic lists when working with managed forms [*Primenenie dinamicheskih spiskov pri rabote s upravlyaemymi formam*i]. *CONTINUUM. Mathematics. Informatics. Education*. Vol. 2(10). Pp. 66-71.
2. Radchenko, M. G., Khrustaleva E. Y. (2013). 1C: Enterprise 8.3. A practical guide developers on. Examples and typical methods » [*Prakticheskoe posobie razrabotchika. Primery' i tipovy'e priemy*']. Moscow: 1C-Publishing LLC.
3. Gabets, A. P., Goncharov, D. I., Kozyrev, D. V., Kukhlevsky, D. S., Radchenko, M. G. (2013). Professional development in 1C:Enterprise 8 [*Professional'naia razrabotka v sisteme 1S:Predpriiatie 8*]. Moscow: LLC "1C-Publishing".

УДК 517.958

О ЗАДАЧЕ ШВАРЦА ДЛЯ СИСТЕМЫ МОИСИЛА - ТЕОДОРЕСКО В МНОГОСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЯХ

Александр Павлович Солдатов
д. физ.-мат.н., профессор
soldatov48@gmail.com
г. Москва

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН Научно-исследовательский институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН

Аннотация. Для системы Моисила-Теодореско в произвольной области $D\subseteq\mathbb{R}^3$, ограниченной гладкой поверхностью, рассмотрена краевая задача, аналогичная задаче Шварца определения аналитической функции по ее действительной части на границе. Описывается в явном виде ядро и коядро этой задачи через топологические инварианты области, а также ядро и коядро интегрального представления решений системы Моисила-Теодореску, тесно связанные с задачей Шварца.

Ключевые слова: Система Мойсила-Теодореску, задача Шварца, ядро и коядро задачи, многосвязная область.

В ограниченной области $D \subseteq \mathbb{R}^3$с гладкой границей $\Gamma = \partial D$ рассмотрим систему Моисила-Теодореско

$$\mathrm{div}\tilde{u} = 0, \mathrm{grad} u_1 + \mathrm{rot}\tilde{u} = 0, \tag{1}$$

для четырехкомпонентного вектора $u = (u_1, u_2, u_3, u_4) \in C^1(D)$, где положено $\tilde{u} = (u_2, u_3, u_4)$. Эта система была предложена Г.К. Моисила и Н.Теодореску [1] в качестве трехмерного аналога системы Коши-Римана, определяющей аналитические функции на плоскости.

Как известно, задачей Шварца называют задачу определения аналитической функции по заданной ее вещественной части на границе области. В силу некоторых соображений естественный аналог этой задачи Шварца для системы (1) определяется краевым условием

$$u_1^+ = f_1, \tilde{u}^+ n = f_2 \tag{2}$$

где $+$ означает граничное значение изнутри D, nесть единичная внешняя нормаль и $u^+ n$ означает скалярное произведение в $\mathbb{R}^3$.

В дальнейшем предполагается, что поверхность Γ принадлежит классу $C^{2,\nu}$, $0 < \nu < 1$, так что вектор $n \in C^{1,\nu}(\Gamma)$. Соответственно решение задачи рассматривается в классе Гельдера $C^\mu(\overline{D})$ с некоторым $0 < \mu < \nu$.

С задачей Шварца свяжем однородную сопряженную задачу для "сопряженной"системы

$$\mathrm{div}\tilde{v} = 0, \mathrm{grad} v_1 + \mathrm{rot}\tilde{v} = 0, \tag{3}$$

краевое условие которой определяется с помощью некоторого конечного открытого покрытия $\Gamma_{(k)}, k = 1,2, \dots$ поверхности Γ. Это покрытие выбирается так, чтобы на каждом множестве $\Gamma_{(k)}$можно была выбрать такие трехкомпонентные- вектор- функции $p_{(k)} q_{(k)} \in C^{1,\nu}(\Gamma_{(k)})$, что вместе с единичным вектором нормали nони образовывали тройку ортов в каждой точке. В этих обозначениях однородное сопряженное краевое условие определяется на этих множествах равенствами

$$\tilde{v}^+(y) p_{(k)}(y) = \tilde{v}^+(y) q_{(k)}(y) = 0, \quad y \in \Gamma_{(k)}, k = 1,2, \dots. \tag{4}$$

Поскольку в точках $y \in \Gamma_{(k)} \cap \Gamma_{(r)}$ каждый из векторов $p_{(k)}(y)$ и $q_{(k)}(y)$ является линейной комбинацией $p_{(r)}(y)$ и $q_{(r)}(y)$,это краевое условие корректно.

Систему (1) можно записать в форме

$$M\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} u(x) = 0\right)$$

с матрицей

$$M(\zeta) = \begin{pmatrix} 0 & \zeta_1 & \zeta_2 & \zeta_3 \\ \zeta_1 & 0 & -\zeta_3 & \zeta_2 \\ \zeta_2 & \zeta_3 & 0 & -\zeta_1 \\ \zeta_3 & -\zeta_2 & \zeta_1 & 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

и аналогично записывается система (3) по отношению к транспонированной матрице. M^T. Согласно формуле Грина соотношение двойственности между решениями этих систем заключается в тождестве

$$\int_\Gamma u(y)[M^T(n)v](y) d_2(y) = 0$$

где $d_2(y)$ означает элемент площади. Краевое условие можно (2) можно записать в форме $B_0 u^+ = f$ с матрицей

$$B_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_1 & n_2 & n_3 \end{pmatrix} \tag{6}$$

Нетрудно показать, что по отношениям к решениям $v \in C^{\mu}(\overline{D})$ однородной задачи (3), (4) это тождество переходит в

$$\int_{\Gamma} (B_0 u)(y)[B_0 M^T(n)v](y) d_2(y) \ = \ 0$$

Поскольку

$$B_0 M^T(n) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_1 & n_2 & n_3 \end{pmatrix}$$

последнее тождество принимает вид

$$\int_{\Gamma} [u_1^+(\tilde{v}^+ n) + (\tilde{u}^+ n)v_1] d_2(y) \ = \ 0$$

Таким образом, условие ортогональности

$$\int_{\Gamma} [f_1(\tilde{v}^+ n) + f_2 v_1] d_2(y) \ = \ 0 \tag{7}$$

всем решениям $v \in C^{\mu}(\overline{D})$ однородной задачи (3), (4) необходимо для разрешимости неоднородной задачи (1), (2).

Пользуясь общей эллиптической теорией [2], можно получить следующий результат следующий результат [3].

Теорема 1. (а) *Пространства* $U_0 \subseteq C^{\mu}(\overline{D})$ *решений однородной задачи (1), (2) (с* $f \ = \ 0$) *и* $V_0 \subseteq C^{\mu}(\overline{D})$ *решений однородной задачи (3), (4) конечномерны.*

Неоднородная задача (1), (2) разрешима тогда и только тогда, когда выполнены условия ортогональности (7) всем $v \in V_0$.

Таким образом, задача (1), (2) фредгольмова в пространстве $C^{\mu}(\overline{D})$. Заметим, что число линейно независимых условий (5) функциям $v \in V_0$ в точности равно размерности $\dim V_0$, поскольку $v_1^+ \ = \ 0$, $\tilde{v}^+ n = 0$совместно с (4) означают, что $v^+ \ = \ 0$, что для решения системы (3) возможно только для $v \ = \ 0$. Следовательно, индекс æ задачи Шварца равен æ $= \ \dim U_0 - \ \dim V_0$.

Конечномерные пространства U_0и V_0 описываются явно, причем их размерности являются топологическими инвариантами области D.

Пусть s есть число связных компонент $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_s$ поверхности Г. Тогда открытое множество $D' = \ \mathbb{R}^3 \setminus \overline{D}$ состоит также из s областей $D_1', \ldots, D_s'$ где предполагается, что $\partial D_j' \ = \ \Gamma_j$ и область D_s' является окрестностью∞.

Каждая замкнутая связная поверхность Γ_j гомеоморфна сфере с некоторым числом m_j ручек, так что помимо Γ_j число $m = m_1 + \cdots + m_s$также является топологическим инвариантом области D.

Число m тесно связано с первой группой когомологий де Рама $H^1(D) = H^1_{DR}(\mathrm{D})$, которая определяется следующим образом (см., например, [4]). Рассмотрим в области D пространство A(D) замкнутых дифференциальных 1-форм$a \ = \ a_1(x)dx_1 + a_2(x)dx_2 + a_3(x)dx_3$ с коэффициентами $a_j \in C^{1,\mu}(\overline{D})$ и его подпространство $A_0(D)$ точных форм. Тогда первая группа когомологий $H^1(D)$ определяется как фактор- пространство A/A_0. Обозначим еще $W(D)$ класс многозначных гармонических функций ω, частные производные которых однозначны и нормальная производная которых обращается в нуль на Г. Каждая такая функция в односвязной подобласти $D_0 \subseteq D$ однозначна и принадлежит $C^{1,\mu}(\overline{D}_0)$. Она корректно определяет дифференциальную форму

$$d\omega = \sum_{i=1}^{3} \frac{d\omega}{dx_i} dx_i \in A(D).$$

В силу краевого условия Неймана однозначные функции $\omega \in W(D)$ могут быть только постоянными. Другими слова, если форма $d\omega$точна, то $d\omega = 0$.

Теорема 2.*(a) Имеет место равенство* $m = \dim H^1(D)$.

(b) Пространство $\{d\omega, \omega \in W(D)\}$ *имеет размерность* m.

Введем еще класс $W'(D)$ гармонических в D функций $\omega \in C^\mu(\overline{D})$. Принимающих на связных компонентах Г постоянные значения. Очевидно, это пространство конечномерно и имеет размерность s.

В принятых обозначениях ядро и коядро задачи Шварца описываются следующим образом.

Теорема 3. *(a) Пространство* U_0*состоит из вектор-функций и с компонентами* $u_1 = 0$, $\tilde{u} = \mathrm{grad} w$, *где* $\omega \in W(D)$.

(b) Пространство V_0 *состоит из вектор-функций* $v_1 = c$, $\tilde{v} = \mathrm{grad} w$, *где* $c \in \mathbb{R}$*и* $\omega \in C^{1,\nu}(\overline{D})$ *есть гармоническая функция, принимающая на связных компонентах* Г *постоянные значения.*

Из теорем 2. 3 следует, что $\dim U_0 = m$, $\dim V_0 = s$ и, следовательно, индекс æ задачи Шварца равен $m- s$. При этом условия ортогональности (7) сводятся к

$$\int_\Gamma f_1(y) \frac{\partial \omega}{\partial n} d_2(y) = 0, \int_\Gamma f_2(y) d(y) = 0,$$

для всех $\omega \in W'(D)$. Конечно, второе равенство здесь непосредственно вытекает из формулы Грина, примененной к первому уравнению (1).

В частности, для области D, гомеоморфной шару, имеем значения $m = 0$, $s = 1$ и æ $= -1$, что согласуется с результатами В.И. Шевченко [6].

Из формулы Грина, примененных к системе Моисила–Теодореску $\mathrm{M}(\partial u/\partial x) = 0$, определяемому матрицей (5), в области D, следует равенство

$$\int_\Gamma M[n(y)]\, u^+(y) d_2 y = 0,$$

которое является аналогом теоремы Коши для системы Коши-Римана. Матрица функция $|x|^{-3}\mathrm{M}^T(x)$ удовлетворяет уравнению $\mathrm{M}(\partial u/\partial x) = 0$ при $x \neq 0$ и как легко видеть,

$$\int_{|y|=1} |y|^{-3} M^T(y) M(n) d_2 y = 4\pi,$$

поскольку на единичной сфере внешняя нормаль $n = y/|y|$ и справедливо соотношение $M^T(y)M(y) = 1$. Поэтому обычным образом для решений системы Моисила-Теодореску устанавливается аналог формулы Коши

$$\frac{1}{4\pi}\int_D |y-x|^{-3} M^T(y-x) M(n) u^+(y) d_2 y = u(x), \qquad x \in D.$$

Эти и другие основные факты теории аналитических функций на плоскости, включая интегральную теорему и формулу Коши, теорему Морера и др., были перенесены на систему Моисила-Теодореску [1,5].

По аналогии с интегралом формулы Коши можно ввести интеграл типа Коши

$$(I\psi)(x) = \frac{1}{2\pi}\int_\Gamma \frac{M^T(y-x)}{|y-x|^3} M[n(y)]\psi(y) d_2 y, \qquad x \in D, \tag{8}$$

с произвольной плотностью $\psi = \psi_1, \dots, \psi_4 \in C(\Gamma)$. Удобно этот интеграл по отношению к $x \in D' = \mathbb{R}^3 \backslash \overline{D}$ записывать в форме $I'\psi$.

Если функция ψ удовлетворяет условию Гельдера и поверхность Г ляпуновская, то как показано А. В. Бицадзе[5] существуют односторонние предельные значения

$$u^\pm(y_0) = \lim_{x \to y_0, x \in D^\pm} u(x), \qquad y_0 \in \Gamma,$$

интеграла $u = I\psi$ изнутри $D^+ = D$ и извне $D^- = D'$, для которых справедлив аналог формул Сохоцкого–Племеля

$$(I\psi)^+ = \psi + K\psi, (I'\psi)^- = -\psi + K\psi, \tag{9}$$

где двумерный сингулярный интеграл $(K\psi), (y_0)$ определяется аналогично (8) по отношению к точке $y_0 \in \Gamma$ поверхности.

Этот результат можно уточнить [7].

Лемма 1. *В предположении* $\Gamma \in C^{1,\nu}$ *оператор I ограничен* $C^\mu(\Gamma) \to C^\mu(\overline{D}), 0 < \mu < \nu$. *В равенстве* $u = I\psi$ *четырехкомпонентный вектор* ψ *определяется заведомо не единственным образом. Например, если решение*u_1*системы Моисила-Теодореску в открытом множестве* D' *имеет поведение* $O(|x|^{-2})$ *при* $|x| \to \infty$, *то* u *не меняется от замены* ψ *на* $\psi + u_1^-$.

В этой связи, исходя из вектор-функции $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2) \in C(\Gamma)$, в обозначениях (6) четырехкомпонентный вектор ψ запишем в форме $\psi = B_0^T\varphi$ и, соответственно, введем модифицированный интеграл типа Коши $I_0\varphi = I(B_0^T\varphi)$. В явном виде в обозначениях векторного поля (1) этот оператор действует по формуле

$$(I_0\varphi)_1(x) = \frac{1}{2\pi}\int_\Gamma \frac{n(y)(y-x)}{|y-x|^3}\varphi_1(y)d_2y, \quad (\widetilde{I_0\varphi})(x)$$
$$= \frac{1}{2\pi}\int_\Gamma \frac{(y-x)}{|y-x|^3}\varphi_2(y)d_2y + \frac{1}{2\pi}\int_\Gamma \frac{[n(y), y-x]}{|y-x|^3}\varphi_1(y)d_2y,$$

где, как и выше вектор $(\widetilde{I_0\varphi})$ составлен из последних трех компонент вектора $I_0\varphi$ и [,] означает векторное произведение.

Этот оператор тесно связан с оператором $R_0u = B_0u^+$ задачи (1), (2). Именно, согласно (6) имеем очевидное соотношение $B_0B_0^T = 1$, где 1 означает единичную 2x2-матрицу. Поэтому в соответствии с (9) приходим к равенству

$$R_0I_0 = 1 + K_0 \tag{10}$$

с оператором K_0, действующим по формуле $K_{0\varphi} = B_0K(B_0^T\varphi)$ В явном виде

$$K_{0\varphi}(y_0) = \frac{1}{2\pi}\int_\Gamma \frac{Q_0(y_0, y; y-y_0)}{|y-y_0|^3}\varphi(y)d_2y, \qquad y_0 \in \Gamma$$

с (2x2)- матрицей-функцией

$$Q_0(y_0, y; \xi) = \begin{pmatrix} n(y)\xi & 0 \\ n(y_0)[n(y), \xi] & n(y_0)\xi \end{pmatrix}, \xi \in \mathbb{R}^3.$$

Для ляпуновской поверхности функция $|y - y_0|^{-1}Q_0(y_0, y; y - y_0)$ удовлетворяет условию Гельдера по обеим переменным и обращается в нуль при $y = y_0$, так что интеграл здесь существует в обычном смысле. В действительности на основании общих результатов [8] этот факт можно уточнить.

Лемма 2. *Пусть поверхность* $\Gamma \in C^{1,\nu}$. *Тогда оператор* K_0 *компактен в пространстве* $C^\mu(\Gamma)$ $0 < \mu < \nu$.

Согласно этой лемме и теореме Рисса оператор $1 + K_0$ Фредгольмов в пространстве $C^\mu(\Gamma)$ и его индекс равен нулю. Поэтому из теорем 1, 3, соотношения (10) и общих свойств фредгольмовых операторов следует, что операторы R_0 и I_0 фредгольмовы и их индексы

$$ind R_0 = -\, ind I_0 = \text{m} - \text{s}.$$

В действительности аналогично теореме 3 ядро и образ оператора I_0 можно описать явно. Предварительно введем специальную гармоническую функцию ω_s в области D'_s, которая принимает постоянное значение 1 на границе Γ_sи ведет себякак $\omega_s(x) = O(|x|^{-1})$ при $|x| \to \infty$.

Она строится следующим образом. Не ограничивая общности можно считать, что точка $x = 0$ принадлежит D. Тогда инверсия $x \to x^* = x/|x|^2$ переводит область D'_s в ограниченную область D_0 содержащую эту точку. Пусть гармоническая в D_0 функция $u_0 \in C^{1,\nu}(\overline{D}_0)$ решает задачу Дирихле $u_0(y) = |y|^{-1}, y \in \partial D_0$. Очевидно, она определяется единственным образом, причем в силу принципа максимума $c = u_0(0) > 0$. Поэтому функция ω_s, определяемая равенством $\omega_s(x) = |x|^{-1}u_0(x^*)$, удовлетворяет всем требованиям.

Теорема 4. *(a) Ядро $kerI_0 = \{\varphi, I_{0\varphi} = 0\}$ состоит из функций $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$, для которых $\varphi_1 = c_j$ на $\Gamma_j, 1 < j < s-1$, с некоторыми $c_j \in \mathbb{R}$, и $\varphi_1 = 0$ на Γ_j, а $\varphi_2 = 0$ на $\Gamma \backslash \Gamma_s$ и $\varphi_2 = c_s(\partial\omega_s/\partial n)$ на Γ_s с некоторым $c_s \in \mathbb{R}$.*

(b) Все пространство $C^{\mu}(\Gamma)$ решений (1) раскладывается в прямую сумму образа ImI_0 этого оператора и ядра U_0оператора R_0. В частности, любое решение$u \in C^{\mu}(\overline{D})$ системы (1) единственным образом представимо в виде

$$u = I_{0\varphi} + u_0, \qquad u_0 \in U_0,$$

с некоторой вектор-функцией $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2) \in C^{\mu}(\Gamma)$, удовлетворяющей условиям

$$\int_{\Gamma_i} \varphi_1(y) d_2 y = 0, \qquad 1 \le i \le s-1; \qquad \int_{\Gamma_s} \varphi_2 \frac{\partial \omega_s}{\partial n} d_2 y = 0.$$

Вторая часть этой теоремы составляет содержание теоремы 3 из [9], в формулировке которой допущена неточность. Именно, ее утверждение следует заменить предложением (а) приведенной выше теоремы 4, где роль sиграет n. Фактически именно в этой форме и установлено это утверждение.

Кроме того, доказательство теоремы 2, приведенное в [9], предполагает существование таких попарно непересекающиеся разрезов $R_1, \dots, R_{\mathrm{n}}$ области D, что $D_{\mathrm{R}} = D \backslash (R_1 \cup \dots \cup R_{\mathrm{m}})$ является односвязной областью. В общем случае проведение подобных разрезов не всегда возможно, хотя эта теорема по-прежнему сохраняет свою силу.

Список литературы

1. Moisil G.C., Theodorescu N. Fonctions holomorphes dans l'espace. 1931. Vol. 5. Pp. 142 - 153.
2. Назаров С.А., Пламеневский Б.А. Эллиптические задачи в областях с гладкой границей. М.: Наука, 1991.
3. Полунин В.А., Солдатов А.П. О сопряженной задаче Римана -Гильберта для системы Моисила – Теодореску // Научные ведомости БелГУ. 2011. № 5(22). С. 106 - 111.
4. Ботт Р., Ту Л.В. Дифференциальные формы в алгебраической топологии. М.: Наука, 1989.
5. Бицадзе А.В. Пространственный аналог интеграла типа Коши и некоторые его приложения // Известия АН СССР. Серия «Математика». 1953. № 6(17). С. 525-538.
6. Шевченко В. И. О некоторых краевых задачах для голоморфного вектора // Математическая физика. 1970. Вып.8. С.172-187.
7. Полунин В.А., Солдатов А.П. Трехмерный аналог интеграла типа Коши // Дифференцальные уравнения. 2011. Т. 47. №3. С. 366-375.
8. Солдатов А.П. Сингулярные интегральные операторы и эллиптические краевые задачи // Современная математика. Фундаметальные направления. 2016. Т. 63. С. 1-179.
9. Солдатов А.П., Полунин В.А., Солдатов А.П. Об интегральном представлении решений системы Моисила-Тедореску в многосвязных областях// Доклады Академии Наук. 2017. № 4(475). С. 369-375.

ON THE SCHWARZ PROBLEM FOR MOISIL-TEODORESCU SYSTEM IN MULTIPLY CONNECTED DOMAINS

A.P. Soldatov
Dr. Sci. , professor
soldatov48@gmail.com
Moscow

Computer center A. A. Dorodnitsyna FITZ IU RAN Research Institute of applied mathematics and of KBNTS RAN

Abstract. For the Moisil - Theodorescu system a boundary value problem similar to the known Schwarz problem for analytic function is considered. The kernel and co-kernel of this problem are described in explicit form through topological invariants of the domain. The kernel and co-kernel of the integral representation of general solutions of the Moisil-Theodorescu system, which are closely connected with the Schwarz problem are also described.

Keywords: Moisil - Teodorescu system, Schwarz problem, kernel and co-kernel of the problem, multiply connected domain.

References

1. Moisil, G. C., Theodorescu, N. (1931). Fonctions holomorphes dans l'espace. Vol. 5, Pp. 142 - 153.
2. Nazarov, S. A., Plamenevsky, B. A. (1991). Elliptic problems in areas with smooth boundary [*Ellipticheskie zadachi v oblastyah s gladkoj granicej*]. Moscow: Nauka.
3. Polunin, V. A., Soldatov, A. P. On the conjugate Riemann problem - Hilbert for the Moisila-Teodorescu system [*O sopryazhennoj zadache Rimana -Gil'berta dlya sistemy Moisila – Teodoresku*]. *Scientific Bulletin of Belgu.* Vol. 5(22). Pp. 106 - 111.
4. Bott, R., Tu, L. V. (1989). Differential forms in algebraic topologies [*Differencial'nye formy v algebraicheskoj topologi*i]. Moscow: Nauka.
5. Bitsadze, A.V. (1953). Spatial analogue of the Cauchy integral and some of its applications [*Prostranstvennyj analog integrala tipa Koshi i nekotorye ego prilozheniya*]. *News of the Academy of Sciences of the Soviet Union*. Vol. 6(17). Pp. 525-538.
6. Shevchenko, V. I. (1970). On some boundary value problems for holomorphs- of the vector, Sat.[*O nekotoryh kraevyh zadachah dlya golomorfnogo vektora*]. *Mathematical physics*. Vol.8. Pp. 172-187.
7. Polunin, V. A., Soldatov, A. P. (2011). Three-Dimensional analogue of the Cauchy integral [*Trekhmernyj analog integrala tipa Koshi*]. *Differents. equations*. Vol. 3(47). Pp. 366-375.
8. Soldatov, A. P. (2016). Singular integral operators and elliptic boundary value problems. [*Singulyarnye integral'nye operatory i ellipticheskie kraevye zadachi*]. *Modern mathematics. Fundamental directions*. Vol. 63. Pp. 1-179.
9. Soldatov, A. P., Polunin, V. A. (2017). On the integral representation of solutions of the system Moisil - Teodorescu in multiply connected regions. [*Ob integral'nom predstavlenii reshenij sistemy Moisila-Tedoresku v mnogosvyaznyh oblastyah*]. *Academy of Science Reports.* Vol. 4(475). Pp. 369-375.