ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

УДК 519.632:621.3

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСЧЕТЕ ПОТЕНЦИАЛА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В СИСТЕМЕ ПОЛОСКОВЫХ ЛИНИЙ С ЛИЦЕВОЙ СВЯЗЬЮ

Лилия Сергеевна Петрова
к.п.н., доцент
petrov.306@mail.ru
г. Омск
Антон Дмитриевич Савченко
студент
savchenkoanton2001@mail.ru
г. Омск

Омский государственный университет путей сообщения

Аннотация. В статье рассмотрено численное решение задачи о расчете потенциала электрического поля в поперечном сечении системы связанных полосковых линий с проводниками, расположенными в многослойной диэлектрической среде. Описана реализация метода последовательной верхней релаксации при решении уравнения Лапласа в двумерной области с трехслойным заполнением. Представлены результаты расчетов пространственного распределения потенциала электрического поля в двухпроводной системе связанных линий, реализуемой в трехслойной диэлектрической среде, с использованием неявной разностной схемы на равномерной и неравномерной сетках. В соответствии с полученными результатами может производиться расчет волновых параметров при электростатическом моделировании системы полосковых линий с лицевой связью в многослойной диэлектрической среде.

Ключевые слова: численные методы, связанные линии с лицевой связью, потенциал электрического поля, метод последовательной верхней релаксации.

Современные исследования по разработке электронной аппаратуры с улучшенными параметрами (технологичность, миниатюрность, надежность и др.) актуализируют проблему использования устройств на основе одиночных и связанных линий передач различного типа: коаксиальных, полосковых (с боковой и лицевой связью), микрополосковых, щелевых, компланарных.

Использование связанных линий при проектировании элементов фильтров, направленных ответвителей, фазовращателей и других устройств описано в работах А.Ю. Попкова [5], И.Б. Широкова, С.Н. Поливкина, Ю.Я. Смайлова [7], C. Shie, J. Cheng, S. Chou, Y. Chiang [8] и др. Исследователями отмечается необходимость анализа элементов с учетом многослойности диэлектрической среды при использовании покрывающих (подстилающих) слоев и материалов с различными диэлектрическими проницаемостями между металлическими элементами в технологии монолитных интегральных схем СВЧ [3].

Ограниченность применения аналитических методов математического моделирования электростатического поля обусловлена неоднородностью по сечению параметров многослойной среды в связанных линиях передачи с лицевой связью. В работе

Л.М. Карпукова, Р.Д. Пулова, В.О. Рыбина [2, с. 30 – 32] предложены процедуры расчета функций Грина и аналитическое решение дисперсионных уравнений для многослойных полосковых структур, приведены результаты расчета характеристик связанных микрополосковых линий на однослойной диэлектрической подложке. Исследователями А.Н. Сычевым и К.К. Жаровым [6] представлена модель связанных линий с лицевой связью в слоистой диэлектрической среде с учетом толщины проводников, построенная методом конформных отображений с реализацией прямого и обратного преобразования Кристоффеля – Шварца в среде MATLAB.

Среди исследований описывающих использование комплексных аналитико-численных методов необходимо отметить работу А.Ю. Попкова [5], в которой разработана квазистатическая модель направленного ответвителя на полосковых линиях с комбинированной связью с применением метода конечных разностей и декомпозиции.

Учитывая высокую трудоемкость выполнения преобразований при использовании аналитических методов моделирования многослойных полосковых структур, исследователями рассматриваются численные методы [1, 3, 4]. В работе А.Н. Коваленко, А.Н. Жукова [3, с. 63 – 69] реализуется проекционный метод при описании алгебраической модели полосковых линий с боковой связью в многослойной диэлектрической среде. Метод конечных разностей (метод сеток) рассматривается в работе В.В. Зайцева, В.И. Занина, В.М. Трещева [1] для одиночной симметричной полосковой линии передачи в двухслойной диэлектрической среде. В исследовании [4] реализуется метод сеток при расчете потенциала электрического поля в несимметричной трехпроводной системе связанных микрополосковых линий на двухслойной диэлектрической подложке. Использование численных методов достаточно актуально при электростатическом моделировании многопроводных связанных полосковых линий передачи в многослойной диэлектрической среде.

Рассмотрим задачу о расчете потенциала электрического поля в поперечном сечении двухпроводной системы полосковых линий с лицевой связью с трехслойным диэлектрическим заполнением. Конструкция линии предусматривает два металлических проводника шириной w_i и нулевой толщиной, расположенных на стыке диэлектрических слоев толщиной h_1, h_2, h_3. Диэлектрическая проницаемость соответствующих слоев ε_1, ε_2, ε_3.

Для получения конечно-разностного уравнения подставляются аппроксимации вторых производных в уравнение Лапласа [1, с.12 – 19], описывающего распределение потенциала электрического поля внутри каждого диэлектрического слоя при отсутствии зарядов вне проводников. В случае отличия шагов сетки h_x и h_y по координате x и y соответственно, разностное уравнение имеет вид:

$$\varphi_{i-1,j} + \varphi_{i+1,j} + \alpha^2\varphi_{i,j-1} + \alpha^2\varphi_{i,j+1} - 2(1+\alpha^2)\varphi_{i,j} = 0,$$

где $\alpha = h_x/h_y$.

Разностное уравнение для узловых точек, принадлежащих границам раздела диэлектрических слоев, получается из соотношения $\oint_L \varepsilon_r(\nabla\varphi)\vec{n}d\vec{l} = 0$ при суммировании результатов интегрирования по замкнутому контуру, состоящему из отрезков прямых линий, параллельных координатным осям. Для равномерной сетки с разными шагами по координатам x и y разностное уравнение для граничных точек имеет вид:

$$\varepsilon_{v,v+1}\varphi_{i-1,j} + \varepsilon_{v,v+1}\varphi_{i+1,j} + \alpha^2\varepsilon_v\varphi_{i,j-1} + \alpha^2\varepsilon_{v+1}\varphi_{i,j+1} - 2(1+\alpha^2)\varepsilon_{v,v+1}\varphi_{i,j} = 0,$$

где $\varepsilon_{v,v+1} = (\varepsilon_v + \varepsilon_{v+1})/2$.

Для узловых точек, принадлежащим границам раздела диэлектрических слоев, в случае использования неравномерной сетки с шагом H_y на верхнем слое и h_y на нижнем слое по координате y [1, с.26], разностное уравнение принимает вид:

$$\frac{\beta\varepsilon_v + \alpha\varepsilon_{v+1}}{2\alpha\beta}\left(\varphi_{i-1,j} + \varphi_{i+1,j}\right) + \alpha\varepsilon_v\varphi_{i,j-1} + \beta\varepsilon_{v+1}\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}\left(\varepsilon_v\frac{\alpha^2+1}{\alpha} + \varepsilon_{v+1}\frac{\beta^2+1}{\beta}\right) = 0,$$

где $\alpha = h_x/h_y$, $\beta = h_x/H_y$.

Итерационные формулы для вычисления значений сеточной функции во внутренних узлах сетки и в точках, лежащих на границах раздела диэлектриков, в случае равномерной сетки [1, с. 33] с учетом параметра релаксации ω и номера итерации в верхнем индексе имеют вид:

$$\varphi_{i,j}^{p+1} = (1-\omega)\varphi_{i,j}^{p} + \frac{\omega}{2(1+\alpha^2)}\left(\varphi_{i-1,j}^{p+1} + \varphi_{i+1,j}^{p} + \alpha^2\varphi_{i,j-1}^{p+1} + \alpha^2\varphi_{i,j+1}^{p}\right),$$

$$\varphi_{i,j}^{p+1} = (1-\omega)\varphi_{i,j}^{p} + \frac{\omega}{2\varepsilon_{v,v+1}(1+\alpha^2)}\left(\varepsilon_{v,v+1}\varphi_{i-1,j}^{p+1} + \varepsilon_{v,v+1}\varphi_{i+1,j}^{p} + \alpha^2\varepsilon_v\varphi_{i,j-1}^{p+1} + \alpha^2\varepsilon_{v+1}\varphi_{i,j+1}^{p}\right).$$

Для расчета потенциала в точках, принадлежащих границам раздела диэлектрических слоев, в случае использования неравномерной сетки применяется формула, представленная в работе [4]:

$$\varphi_{i,j}^{p+1} = (1-\omega)\varphi_{i,j}^{p} + \frac{\omega(\beta\varepsilon_v + \alpha\varepsilon_{v+1})\left(\varphi_{i-1,j}^{p+1} + \varphi_{i+1,j}^{p}\right) + +2\omega\alpha\beta\left(\alpha\varepsilon_v\varphi_{i,j-1}^{p+1} + \beta\varepsilon_{v+1}\varphi_{i,j+1}^{p}\right)}{2\varepsilon_v\beta(\alpha^2+1) + 2\varepsilon_{v+1}\alpha(\beta^2+1)}.$$

Программа численного расчета потенциала электрического поля в двухпроводной системе полосковых линий с лицевой связью при трехслойном заполнении реализовывалась в системе MathCAD и в среде программирования Dev-C++ с использованием метода последовательной верхней релаксации при значении параметра ω =1,5 и применении формул для вычисления значений сеточной функции во внутренних узлах сетки и в точках, лежащих на границах раздела диэлектриков для равномерной и неравномерной сеток.

Сравнение результатов расчетов пространственного распределения потенциала с использованием неявной разностной схемы на равномерной и неравномерной сетках осуществлялось при следующих значениях параметров: металлические проводники расположены строго друг под другом и имеют ширину $\omega_i = 2$ мм, толщина диэлектрических слоев $h_1 = 0{,}5$ мм, $h_2 = 2$ мм и $h_3 = 5{,}5$ мм, относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_1 = 2{,}3$, $\varepsilon_2 = 9{,}6$ и $\varepsilon_3 = 1{,}6$, поперечное сечение расчетной области $a = 10$ мм, $b = 8$ мм.

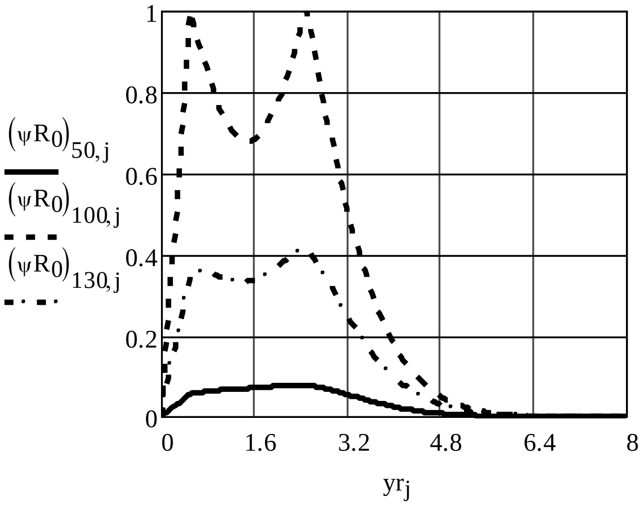

Рис. 1. Распределение безразмерного потенциала при использовании равномерной сетки для x = 2,5 мм, x = 5 мм и x = 6,5 мм

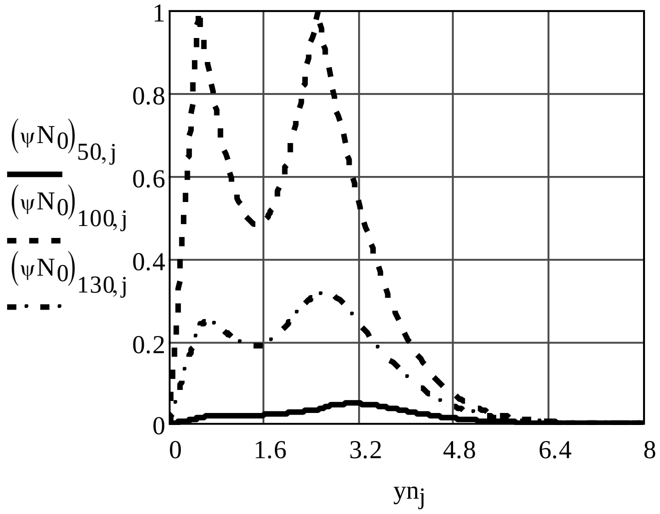

Рис. 2. Распределение безразмерного потенциала при использовании неравномерной сетки для $x = 2{,}5$ мм, $x = 5$ мм и $x = 6{,}5$ мм

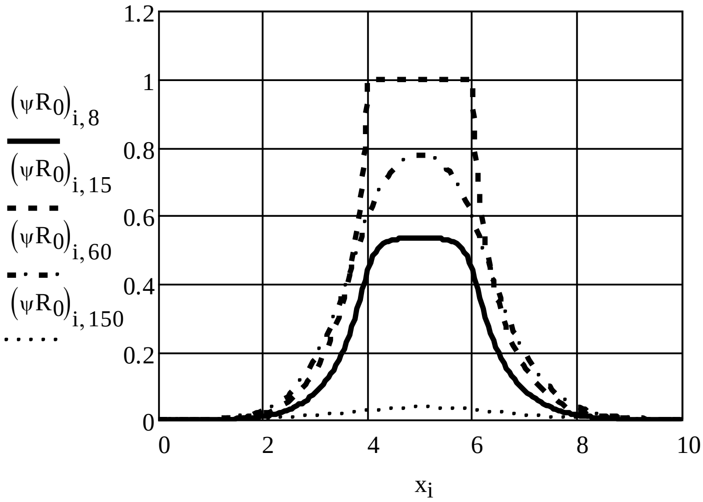

Рис. 3. Распределение безразмерного потенциала при использовании равномерной сетки для $y = 0{,}25$ мм, $y = 0{,}5$ мм, $y = 2$ мм и $y = 5$ мм

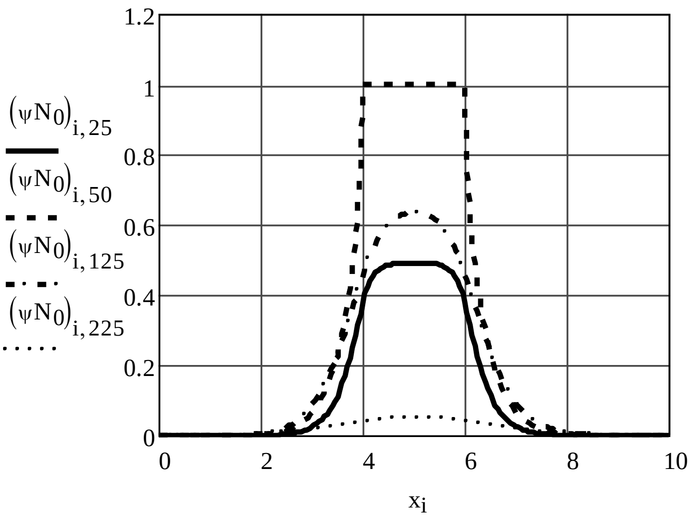

Рис. 4. Распределение безразмерного потенциала при использовании неравномерной сетки для $y = 0{,}25$ мм, $y = 0{,}5$ мм, $y = 2$ мм и $y = 5$ мм

Результаты расчетов пространственного распределения безразмерного потенциала электрического поля представлены на рисунках 1 – 4. Графики распределения потенциала экранированной системы полосковых линий с лицевой связью при $x = 2{,}5$ мм, $x = 5$ мм и при $x = 6{,}5$ мм с использованием равномерной (ψR) и неравномерной (ψN) сеток приведены на рисунках 1 – 2, распределение потенциала при $y = 0{,}25$ мм, $y = 0{,}5$ мм, $y = 2$ мм, $y = 5$ мм с применением равномерной сетки представлены на рисунке 3, для неравномерной сетки – на рисунке 4.

Представленные результаты расчетов распределения потенциала электрического поля в поперечном сечении двухпроводной системы полосковых линий с лицевой связью в трехслойной диэлектрической среде обосновывают предпочтительное использование неравномерной сетки в слоистой среде с неоднородным диэлектрическим заполнением.

Реализация численного решения задачи о расчете пространственного распределения потенциала электрического поля в многопроводной системе связанных линий с проводниками, расположенными в многослойной диэлектрической среде, позволяет производить расчет волновых параметров при электростатическом моделировании системы полосковых линий с лицевой связью.

Список литературы

1. Зайцев В.В, Занин В.И, Трещев В.М. Электростатическое моделирование полосковых линий: учебное пособие. Самара: Универс-групп, 2005.
2. Карпуков Л.М., Пулов Р.Д., Рыбин В.О. Квазидинамическое моделирование многопроводных связанных микрополосковых линий // Электротехника и Электроэнергетика. 2006. № 2. С. 28-33.
3. Коваленко А.Н., Жуков А.Н. Алгебраические модели полосковых линий в многослойной диэлектрической среде // Российский технологический журнал. 2018. № 3 (6). С. 54-71.
4. Петрова Л.С., Шаврук О.К. Численное решение задачи о расчете пространственного распределения потенциала электрического поля в поперечном сечении связанных микрополосковых линий // Вестник Евразийской науки. 2019. №4. URL: https://esj.today/PDF/20ITVN419.pdf (дата обращения 09.03.2020).
5. Попков А.Ю. Влияние электрофизических и геометрических параметров на частотные характеристики полосковых направленных ответвителей со слабой связью: дис. канд. техн. наук. Томск, 2016.
6. Сычев А.Н., Жаров К.К. Моделирование неодинаковых связанных линий с лицевой связью // Электронные средства и системы управления: материалы XIV Международной научно-практической конференции: в 2 ч. Ч. 1. Томск: В-Спектр, 2018. С. 91-93.
7. Широков И.Б., Поливкин С.Н., Смайлов Ю.Я. Направленный полосковый ответвитель для калибруемых измерительных устройств // СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии: материалы Международной Крымской конференции. Севастополь: Вебер, 2004. Т. 1. С. 661-662.
8. Shie S., Cheng J., Chou S., Chiang Y. Transdirectional coupled-line couplers implemented by periodical shunt capacitors. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2009. Vol. 12(57). Pp. 2981-2988.

NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF CALCULATING THE ELECTRIC FIELD POTENTIAL IN A SYSTEM OF STRIP LINES WITH A FACE CONNECTION

L.S. Petrova
Cand. Sci. (Pedagogic), associate professor
petrov.306@mail.ru
Omsk
A.D. Savchenko
Student
savchenkoanton2001@mail.ru
Omsk

Omsk State Transport University

Abstract. The article considers a numerical solution to the problem of calculating the electric field potential in the cross section of a system of connected strip lines with conductors located in a multilayer dielectric medium. An implementation of the sequential upper relaxation method for solving the Laplace equation in a two-dimensional area with a three-layer filling is described. The results of calculations of the space distribution of the electric field potential in a two-wire system of connected lines implemented in a three-layer dielectric medium using an implicit difference scheme on uniform and non-uniform grids are presented. In accordance with the results obtained, the wave parameters can be calculated for electrostatic modeling of a system of strip lines with a face connection in a multilayer dielectric medium.

Keywords: numerical methods, connected lines with a face connection, electric field potential, method of sequential upper relaxation.

References

1. Zaitsev, V.V., Treschev, V.M. (2005). Electrostatic modeling of strip lines: textbook [*Elektrostaticheskoe modelirovanie poloskovykh liniy: uchebnoe posobie*]. Samara: Univers-group, 2005.
2. Karpukov, L.M., Pulov, R.D., Rybin, V.O. (2006). Quasi-Dynamic modeling of multi- wire connected microstrip lines [*Kvazidinamicheskoe modelirovanie mnogoprovodnykh svyazannykh mikropoloskovykh liniy*]. Electrical Engineering and power engineering. Vol. 2. Pp. 28-33.
3. Kovalenko, A.N., Zhukov, A.N. (2018). Algebraic models of strip lines in a multilayer dielectric medium [*Algebraicheskie modeli poloskovykh liniy v mnogosloynoy dielektricheskoy srede*]. Russian technological journal. Vol. 3 (6). Pp. 54-71.
4. Petrova, L.S., Shavruk, O.K. (2019). Numerical solution of the problem of calculating the spatial distribution of the electric field potential in the cross section of connected microstrip lines [*Chislennoe reshenie zadachi o raschete prostranstvennogo raspredeleniya potentsiala elektricheskogo polya v poperechnom sechenii svyazannykh mikropoloskovykh liniy*] Bulletin of Eurasian science, 4. URL: https://esj.today/PDF/20ITVN419.pdf (accessed 09.03.2020).
5. Popkov, A.Yu. (2016). Influence of electrophysical and geometric parameters on frequency characteristics of strip directional couplers with weak coupling [*Vliyanie elektrofizicheskikh i geometricheskikh parametrov na chastotnye kharakteristiki poloskovykh napravlennykh otvetviteley so slaboy svyaz'yu*] [dissertation]. Tomsk.

6. Sychev, A.N., Zharov, K.K. (2018). Modeling of non-uniform connected lines with facial communication [*Modelirovanie neodinakovykh svyazannykh liniy s litsevoy svyaz'yu*]. Materials of the XIV International scientific and practical conference (pp. 91-93). Tomsk: V-Spektr.
7. Shirokov, I.B., Polivkin, S.N., Samoylov Yu.Ya. (2004). Directional strip coupler for calibrated measuring devices [*Napravlennyy poloskovyy otvetvitel' dlya kalibruemykh izmeritel'nykh ustroystv*]. Materials of the International Crimean conference. Pp. 661-662. Sevastopol: Weber.
8. Shie, S., Cheng, J., Chou, S., Chiang, Y. (2009). Transdirectional coupled-line couplers implemented by periodical shunt capacitors. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Vol. 12 (57). Pp. 2981-2988.

УДК 519.248

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПОРАЖЕНИЯ ГРУППОВОЙ ЦЕЛИ НЕСКОЛЬКИМИ ЗАЛПАМИ ИЗ КРУПНОКАЛИБЕРНОЙ АРТИЛЛЕРИИ

Кирилл Евгеньевич Тарасов
студент 5 курса факультета
Специального машиностроения
tarasov.kirill.orel@gmail.com
г. Москва
Артем Александрович Федоровский
старший преподаватель
Bmstu.sm.artem.f@gmail.com
г. Москва

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)

Аннотация. В статье идет речь о моделировании задач теории вероятностей, решение которых методами комбинаторики является достаточно трудоемким или зачастую невыполнимым. Предложенный способ позволяет решать задачи с учетом накопления ущерба. Это является обязательным требованием, необходимым для моделирования значительного числа прикладных задач, связанных с определением поражения групповой сосредоточенной цели огнем артиллерии крупного калибра. Целью выполняемой работы является построение модели зависимости вероятностей поражения заданного процента групповой цели несколькими залпами из крупнокалиберной артиллерии с накоплением ущерба. Актуальность работы состоит в том, что с её помощью можно рассчитывать необходимые средства для поражения той или иной цели, в том числе когда имеет смысл применять более дорогие средства поражения для повышения вероятности поражения целей одним выстрелом или когда стоит лишь увеличить число более дешевых аналогов.

Ключевые слова: теория вероятностей, моделирование, модель, комбинаторика, эффективность оружия.

Решение проблемы определения зависимости вероятностей поражения групповой цели несколькими залпами из крупнокалиберной артиллерии непосредственно связано с выполнением моделирования сложных вероятностных систем. В связи с этим изложение вопроса начнем с рассмотрения понятия «модель», истории его происхождения.