7. Jayasuriya, D. (2019). Predictability of Financial Markets in ASEAN Countries using Machine Learning Techniques. *SSRN Electronic Journal*. doi.org/10.2139/ssrn.3318051
8. Lopukhin, A.M. (2020). Primenenie metodov fraktal'nogo analiza k prognozirovaniyu pokazatelej razvitiya predpriyatij kofejnoj otrasli [Application of fractal analysis methods to forecasting indicators of development of coffee industry enterprises]. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie* [Continuum. Mathematics. Computer science. Education], 4(20), 70-79. (In Russ., abstract in Eng.)
9. Shchetinin, E.Yu. (2019). Prognozirovanie znachenij indeksa fondovogo rynka na osnove optimizirovannyh nejronnyh setej [Forecasting the values of the stock market index based on optimized neural networks]. Modern Science, 10-1, 400-405.
10. Wang, Ju., Leu, Ji. (1996). Stock market trend prediction using ARIMA-based neural networks. *Proceedings of International Conference on Neural Networks (ICNN'96)*, 4, 2160-2165.
11. Yahoo Finance – Stock Market Live, Quotes, Business & Finance News. Sunnyvale. – URL: https://finance.yahoo.com/

DOI: 10.24888/2500-1957-2021-2-68-74

УДК 517.956.6

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ И ПРЕДДЕЙСТВИЕМ

Зарубин Александр Николаевич
д.ф.-м.н., профессор
matdiff@yandex.ru
г. Орёл
Чаплыгина Елена Викторовна
к.ф.-м.н., доцент
lena260581@yandex.ru
г. Орёл

Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева

Аннотация. Статья посвящена исследованию нелокальной задача Дирихле для обобщенного уравнения Лапласа с некарлемановскими сдвигами в старших производных. Наличие сдвигов, отображающих точки границы внутрь области, приводит к появлению решений, гладкость которых может нарушаться внутри области.

Ключевые слова: уравнение Лапласа, дифференциально-разностное уравнение, сосредоточенное запаздывание и опережение.

Введение. Постановка задачи

В работе исследуется нелокальная задача Дирихле для обобщенного уравнения Лапласа с некарлемановскими сдвигами в старших производных. Наличие сдвигов, отображающих точки границы внутрь области, приводит [2] к появлению решений, гладкость которых может нарушаться внутри области.

Цель предлагаемой работы, получить не только непрерывное, но и гладкое решение задачи, используя метод сшивания на внутренней переходной линии $x = \tau, 0 < y < h$ $(0 < \tau, h = const)$.

Дифференциально-разностное эллиптическое уравнение опережающе-запаздывающего типа

$$U_{yy}(x,y)+a_0U_{xx}(x+\tau,y)+a_1U_{xx}(x,y)+a_2U_{xx}(x-\tau,y)=0 \qquad (1)$$

рассмотрим в области $D=\{(x,y): 0<x<2\tau, 0<y<h\}=\bigcup_{k=0}^{1}D_k$, где $D_k=\{(x,y): k\tau<x<(k+1)\tau, 0<y<h\}$ $\left(k=\overline{-1,2}\right), 0<\tau, h\equiv const; 0<a_n\equiv const\ (n=0,1,2)$.

Задача Z. Найти в области D решение $U(x,y)\in C(\overline{D})\cap C^2(D)$ уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$U(x,y)=r(x,y),(x,y)\in\overline{D_{-1}}; \qquad (2)$$

$$\mathrm{U}(x,y)=\rho(x,y),(x,y)\in\overline{D_2}; \qquad (3)$$

$$\mathrm{U}(x,h)=0, 0\le x\le 2\tau; \qquad (4)$$

$$\mathrm{U}(x,0)=\omega(x), 0\le 0\le 2\tau; \qquad (5)$$

условиям сопряжения:

$$\begin{cases}\mathrm{U}(\tau-,y)=\mathrm{U}(\tau+,y)=p(y), 0\le y\le h;\\ \mathrm{U}_x(\tau-,y)=\mathrm{U}_x(\tau+,y)=g(y), 0<y<h,\end{cases}$$

где $r(x,y),\rho(x,y),\omega(x)$ - заданные непрерывные достаточно гладкие функции; $p(y),g(y)$ - функции, подлежащие определению в процессе решения задачи.

Теорема 1. Если $r(x,y)\in C^2(\overline{D_{-1}})\cap C^4(D_{-1})$; $\rho(x,y)\in C^2(\overline{D_2})\cap C^4(D_2)$; $\omega(x)\in C[0,2\tau]\cap C^2(0,2\tau)$; $a_0=a_2, a_1>a_0>0$; $r(0,h)=\rho(2\tau,h)=0, r(0,0)=\omega(0)=0$, $\rho(2\tau,0)=\omega(2\tau)=0$, то существует единственное решение $u(x,y)$ задачи Z.

Единственность решения задачи Z

Произведем редукцию опережающе-запаздывающего уравнения (1) к системе двух уравнений без отклонений аргумента x.

В терминах функций

$$U_k(x,y)=U(x,y),(x,y)\in D_k\left(k=\overline{-1,2}\right), \qquad (6)$$

запишем уравнение (1) в области D_0, учтя (2), в виде

$$U_{0yy}(x,y)+a_0U_{1xx}(x+\tau,y)+a_1U_{0xx}(x,y)+a_2r_{xx}(x-\tau,y)=0,(x,y)\in D_0; \qquad (7)$$

а в области D_1, переведя её заменой x на $x+\tau$ в D_0, учтя (3), в форме

$$U_{1yy}(x+\tau,y)+a_0\rho_{xx}(x+2\tau,y)+a_1U_{1xx}(x+\tau,y)+a_2U_{0xx}(x,y)=0,(x,y)\in D_0. \qquad (8)$$

Вводя вектор

$$\overline{\mathrm{U}}(x,y)=(\mathrm{U}_0(x,y),\mathrm{U}_1(x+\tau,y))^T,(x,y)\in D_0, \qquad (9)$$

систему (7), (8) представим в матричном виде:

$$\overline{U_{yy}}(x,y)+A\overline{U_{xx}}(x,y)=-\overline{m_{xx}}(x,y),(x,y)\in D_0, \qquad (10)$$

где

$$A=\begin{pmatrix}a_1 & a_0\\ a_2 & a_1\end{pmatrix}, \overline{m}(x,y)=\left(m_0(x,y),m_1(x,y)\right)^T\equiv\left(a_2r_{xx}(x-\tau,y),a_0\rho_{xx}(x+2\tau,y)\right)^T.$$

Матрица A при $a_0=a_2, a_1>a_0>0$ является симметрической и положительно определенной, причем

$$T_A^{-1} A T_A = \Lambda_A = \begin{pmatrix} \gamma_0^2 & 0 \\ 0 & \gamma_1^2 \end{pmatrix}, T_A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},$$
$$T_A^{-1} = \frac{1}{2} T_A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{\Phi_0} \\ \overline{\Phi_1} \end{pmatrix}, \overline{\Phi_j} = \left(1, (-1)^j\right) (j = 0{,}1), \tag{11}$$

а $\gamma_j^2 = a_1 + (-1)^j a_0$ $(j = 0{,}1)$.

Умножая слева матричное уравнение (10) на T_A^{-1} из (11), учитывая $T_A^{-1} A = \Lambda_A T_A^{-1}$, после преобразований приходим к двум отдельным эллиптическим уравнениям

$$q_{jyy}(x, y) + \gamma_j^2 q_{jxx}(x, y) = n_i(x, y), (x, y) \in D_0 \ (j = 0{,}1), \tag{12}$$

где

$$q_j(x, y) = < \overline{\Phi_j}, \overline{\mathrm{U}}(x, y) >, n_j(x, y) = - < \overline{\Phi_j}, \overline{m}(x, y) >_{xx}, \tag{13}$$

а $< \overline{\Phi_j}, \overline{\mathrm{U}}(x, y) >, < \overline{\Phi_j}, \overline{m}(x, y) >$ - скалярные произведения векторов.

Множество решений $q_j(x, y), (x, y) \in D_0$ $(j = 0{,}1)$ двух неоднородных уравнений (12) содержит все решения $U(x, y) = U_k(x, y), (x, y) \in D_k$ $(k = 0{,}1)$ опережающе-запаздывающего уравнения (1), которые, в силу (9), можно выделить из системы (13) в виде

$$\begin{pmatrix} U_0(x, y) \\ U_1(x + \tau, y) \end{pmatrix} = \overline{U}(x, y) = T_A \begin{pmatrix} q_0(x, y) \\ q_1(x, y) \end{pmatrix}, (x, y) \in D_0. \tag{14}$$

Таким образом, поставленная задача Z для опережающе-запаздывающего уравнения (1) в области D редуцирована к двум задачам для двух уравнений эллиптического типа (12) без отклонений в области D_0 относительно функций $q_j(x, y) (j = 0{,}1)$ вида (13).

Задача Z_j. Найти в области D_0 решение $q_j(x, y) \in C(\overline{D_0}) \cap C^2(D_0)$ уравнения (12), удовлетворяющее условиям

$$q_j(0, y) = \overline{r_j}(y) \equiv < \overline{\Phi_j}, \overline{\mathrm{U}}(0, y) >, 0 \le y \le h, \tag{15}$$

$$q_j(\tau, y) = \overline{\rho_j}(y) \equiv < \overline{\Phi_j}, \overline{\mathrm{U}}(\tau, y) >, 0 \le y \le h, \tag{16}$$

$$q_j(x, h) = 0, 0 \le x \le \tau, \tag{17}$$

$$q_j(x, 0) = \overline{\omega_j}(x) \equiv < \overline{\Phi_j}, \overline{\mathrm{U}}(x, 0) >, 0 \le x \le \tau, \tag{18}$$

где $\overline{r_j}(y), \overline{\rho_j}(y), \overline{\omega_j}(x)$ $(j = 0{,}1)$ - заданные непрерывные достаточно гладкие функции.

Здесь и далее $j = 0{,}1$.

Единственность решения задачи Z для опережающе-запаздывающего уравнения (1) в области D следует из того, что однородная задача Z имеет тривиальное решение $U(x, y) \equiv 0$ в $\overline{D}$ в смысле её эквивалентности, согласно (13), (14), тривиальному решению $q_j(x, y) \equiv 0$ в $\overline{D_0}$ однородной задаче Z_j для однородного уравнения (12) при однородных условиях (15)-(18).

Доказательство этого факта следует из интегрирования по области D_0 тождества $\left(q_j(x, y) q_{jx}(x, y)\right)_x + \gamma_j^2 \left(q_j(x, y) q_{jy}(x, y)\right)_y - q_{jx}^2(x, y) - \gamma_j^2 q_{jy}^2(x, y) = 0,$ однородности граничных условий (15) - (18), применения формулы Грина и положительной определённости интеграла

$$\iint_{D_0} \left[q_{jx}^2(x, y) + \gamma_j^2 q_{jy}^2(x, y)\right] dxdy = 0,$$

из которого следует $q_j(x, y) \equiv 0$ в $\overline{D_0}$.

Таким образом, единственность решения задачи Z_j для уравнения (12) и граничных условий (15) - (18) в области $\overline{D_0}$ доказана.

Тривиальность решения однородной задачи Z для опережающе-запаздывающего уравнения (1) и однородных условий (2) - (5) в области $\overline{D}$ следует из $q_j(x,y) \equiv 0$ в $\overline{D_0}$ и равенств (13), (6), (9), (14): $\mathrm{U}(x,y) = \mathrm{U}_j(x,y) \equiv 0, (x,y) \in \overline{D_j}$. Это означает единственность решения задачи Z для уравнения (1) при граничных условиях (2) – (5).

Существование гладкого решения задачи *Z*

Решение задачи Z_j имеет [1] вид:

$$q_j(x,y) = \sum_{n=1}^{+\infty} B_{nj} \frac{sh\left(\frac{n\pi\gamma_j(h-y)}{\tau}\right)}{sh\left(\frac{n\pi\gamma_j h}{\tau}\right)} \sin\left(\frac{n\pi x}{\tau}\right) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{+\infty} C_{nj} \frac{sh\left(\frac{n\pi x}{\gamma_j h}\right)}{sh\left(\frac{n\pi\tau}{\gamma_j h}\right)} \sin\left(\frac{n\pi y}{h}\right) + \sum_{n=1}^{+\infty} D_{nj} \frac{sh\left(\frac{n\pi(\tau-x)}{\gamma_j h}\right)}{sh\left(\frac{n\pi\tau}{\gamma_j h}\right)} \sin\left(\frac{n\pi y}{h}\right) + \tag{19}$$

$$+ \sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{m=1}^{+\infty} A_{mnj} \sin(\frac{m\pi x}{\tau}) \sin\left(\frac{n\pi y}{h}\right), (x,y) \in \overline{D_0},$$

где

$$B_{nj} = \frac{2}{\tau}\int_0^\tau \overline{\omega_j}(\xi) \sin\left(\frac{n\pi\xi}{\tau}\right) d\xi = \frac{2}{\tau}\frac{\tau}{h\pi}\int_0^\tau \overline{\omega_j}'(\xi) \cos\left(\frac{n\pi\xi}{\tau}\right) d\xi, \tag{20}$$

$$C_{nj} = \frac{2}{h}\int_0^h \overline{\rho_j}(\xi) \sin\left(\frac{n\pi\xi}{h}\right) d\xi = \frac{2}{h}\cdot\frac{h}{n\pi}\int_0^h \overline{\rho_j}'(\xi) \cos\left(\frac{n\pi\xi}{h}\right) d\xi = \\ = \frac{h}{n\pi}\left[C_n^P + (-1)^j C_n^\rho\right]; \tag{21}$$

причем

$$C_n^p = \frac{2}{h}\int_0^h P'(\xi) \cos\left(\frac{n\pi\xi}{h}\right) d\xi \,, C_n^p = \frac{2}{h}\int_0^h \rho'(2\tau,\xi) \cos\left(\frac{n\pi\xi}{h}\right) d\xi \,; \tag{22}$$

а $P(y) = U(\tau, y)$ согласно условиям сопряжения задачи Z;

$$D_{nj} = \frac{2}{h}\int_0^h \overline{r_j}(\xi) \sin\left(\frac{n\pi\xi}{h}\right) d\xi = \\ = \frac{2}{h}\cdot\frac{h}{n\pi}\int_0^h \overline{r_j}'(\xi) \cos\left(\frac{n\pi\xi}{h}\right) d\xi = \frac{h}{n\pi}\left[D_n^r + (-1)^j C_n^P\right], \tag{23}$$

и

$$D_n^r = \frac{2}{h}\int_0^h r'(0,\xi) \cos\left(\frac{n\pi\xi}{h}\right) d\xi \,; \tag{24}$$

$$A_{mnj} = -\frac{4h\tau}{\pi^2\left[(\tau n)^2 + \gamma_j^2 (hm)^2\right]}\int_0^\tau d\xi \int_0^h n_j\,(\xi,\eta) \sin\left(\frac{m\pi\xi}{\tau}\right) \sin\left(\frac{n\pi\eta}{h}\right) d\eta. \tag{25}$$

В решение (19) задачи Z_j входят неизвестные функции $P(y), 0 < y < h$, которые присутствуют в коэффициентах (21), (23).

Для обеспечения гладкости решения (19), используя условия сопряжения задачи Z (т.е. метод сшивания на линии $x = \tau, 0 < y < h$), найдем выражение для C_n^p из (19), (22), (24).

На основании условий сопряжения задачи Z и (6), (9)

$$\left.\frac{\partial u_0(x,y)}{\partial x}\right|_{x=\tau} = \left.\frac{\partial u_1(x+\tau,y)}{\partial x}\right|_{x=0},$$

т.е.

$$\left.\frac{\partial q_j(x,y)}{\partial x}\right|_{x=\tau} - (-1)^j \rho'_x(2\tau,y) = (-1)^j \left.\frac{\partial q_j(x,y)}{\partial x}\right|_{x=0} - (-1)^i r'_x(0,y), \tag{26}$$

поскольку, в силу (13), (9), (11),

$$q_j(x,y) =< \overline{\Phi_j}, \overline{\mathrm{U}}(x,y) >=< \left(1,(-1)^j\right), (\mathrm{U}_0(x,y), \mathrm{U}_1(x+\tau,y)^T) >= = \mathrm{U}_0(x,y) + (-1)^j \mathrm{U}_1(x+\tau,y).$$

Дифференцируя по x при $x = 0, \tau; 0 < y < h$ равенство (19), учитывая последнюю форму записи коэффициентов B_{nj}, C_{nj}, D_{nj} соответственно в (20), (21), (23), на основании (26), получим

$$\frac{1}{\gamma_j}\sum_{n=1}^{+\infty}\left\{\left[C_n^P + (-1)^j C_n^\rho + (-1)^j D_n^r + C_n^P\right] th^{(-1)^j}\left(\frac{n\pi\tau}{2\gamma_j h}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{\gamma_j \pi}{\tau}\sum_{m=1}^{+\infty} mA_{mnj}\left[(-1)^m - (-1)^j\right]\right\} sin(n\pi y/h) =$$
$$= -(-1)^j r'_x(0,y) + (-1)^j \rho'_x(2\tau,y) +$$
$$+ \sum_{m=1}^{+\infty}\left[(-1)^j - (-1)^m\right]\left(\frac{2}{\tau}\int_0^\tau \overline{\omega_j}'(\xi)\cos(m\pi\xi/\tau)d\xi\right)\frac{sh\big(m\pi\gamma_j(h-y)/\tau\big)}{sh\big(m\pi\gamma_j h/\tau\big)},$$
$$0 \le y \le h.$$

Значит,

$$C_n^P = -\frac{1}{2}(-1)^j\left[C_n^P + D_n^r\right] - \frac{\gamma_j \pi}{2\tau} cth^{(-1)^j}\left(\frac{n\pi\tau}{2\gamma_j h}\right)\sum_{m=1}^{+\infty} mA_{mnj}\left[(-1)^m - (-1)^j\right] +$$
$$+ \frac{\gamma_j}{h} cth^{(-1)^j}\left(\frac{n\pi\tau}{2\gamma_j h}\right)\int_0^h \sin\left(\frac{n\pi t}{h}\right)\left\{(-1)^j r'_x(0,t) + (-1)^j \rho'_x(2\tau,t) + \right.$$
$$\left. + \sum_{m=1}^{+\infty}\left[(-1)^j - (-1)^m\right]\left(\frac{2}{\tau}\int_0^\tau \overline{\omega_j}'(\xi)\cos(m\pi\xi/\tau)d\xi\right)\frac{sh\big(m\pi\gamma_j(h-t)/\tau\big)}{sh\big(m\pi\gamma_j h/\tau\big)}\right\} dt,$$

или, используя (25), формулы суммирования рядов 5.4.5.1,2 из [3], интегрирование по частям, преобразования,

$$C_n^P = -\frac{1}{2}(-1)^j[C_n^P + D_n^r]$$

$$-\frac{1}{h\gamma_j}\int_0^\tau d\xi\int_0^h n_j(\xi,\eta)\frac{sh\left(\frac{n\pi\xi}{h\gamma_j}\right)+(-1)^j sh(\frac{n\pi(\tau-\xi)}{h\gamma_j})}{ch(\frac{n\pi\tau}{h\gamma_j})-(-1)^j}\sin\left(\frac{n\pi\eta}{h}\right)d\eta +$$

$$+(-1)^j\frac{\gamma_j}{h}cth^{(-1)^j}\left(\frac{n\pi\tau}{2\gamma_j h}\right)\int_0^h[\rho'_x(2\tau,\xi)-r'_x(0,\xi)]\sin(n\pi\xi/h)d\xi -$$

$$-\frac{1}{h}\int_0^\tau \overline{\omega_j}'(\xi)\frac{ch(n\pi\xi/\gamma_j h)-(-1)^j ch(n\pi(\tau-\xi)/\gamma_j h)}{ch\left(\frac{n\pi\tau}{\gamma_j h}\right)-(-1)^j}d\xi. \qquad (27)$$

Подставляя (27) в (19), получим искомое гладкое решение задачи Z_j в области D_0:

$$q_j(x,y) = \frac{1}{\pi}\int_0^\tau \overline{\omega_j}'(\xi)K_{1j}(x,y,\xi)d\xi +$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_0^h\left\{\left[\rho'_\xi(2\tau,\xi)-r'_\xi(0,\xi)\right]K_{2j}(x,y,\xi)+\gamma_j[\rho'_x(2\tau,\xi)+r'_x(0,\xi)]K_{3j}(x,y,\xi)\right\}d\xi - \qquad (28)$$

$$-\frac{1}{h\gamma_j}\int_0^\tau d\xi\int_0^h n_j(\xi,\eta)K_{4j}(x,y,\xi,\eta)d\eta;$$

где

$$K_{1j}(x,y,\xi) = \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n}\left\{\frac{2sh\left(\frac{n\pi\gamma_j(h-y)}{\tau}\right)}{sh\left(\frac{n\pi\gamma_j h}{\tau}\right)}cos\left(\frac{n\pi\xi}{\tau}\right)sin\left(\frac{n\pi x}{\tau}\right)-V(x,j)W(\xi,1,j)sin\left(\frac{n\pi y}{h}\right)\right\},$$

$$K_{2j}(x,y,\xi) = (-1)^j\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n}V(x,j+1)sin(n\pi y/h)cos(n\pi\xi/h),$$

$$K_{3j}(x,y,\xi) = (-1)^j\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n}V(x,j)cth^{(-1)^j}\left(n\pi\xi/2\gamma_j h\right)sin(n\pi y/h)sin(n\pi\xi/h),$$

$$K_{4j}(x,y,\xi,\eta) = \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n}V(x,j)W(\xi,0,j)sin\left(\frac{n\pi y}{h}\right)sin\left(\frac{n\pi\eta}{h}\right)+$$

$$+\frac{ch\left(n\pi\gamma_j\left(h-(\eta-y)\right)/\tau\right)-ch\left(n\pi\gamma_j\left(h-(\eta+y)\right)/\tau\right)}{sh\left(n\pi\gamma_j h/\tau\right)}sin(n\pi\xi/\tau)sin(n\pi x/\tau)$$

причем

$$V(x,j+\alpha) = \frac{sh\left(n\pi x/\gamma_j h\right)+(-1)^{j+\alpha}sh\left(n\pi(\tau-x)/\gamma_j h\right)}{sh\left(n\pi\tau/\gamma_j h\right)};$$

$$W(\xi,k,j) = \left(\frac{h\gamma_j}{n\pi}\right)^k\frac{\partial^k}{\partial\xi^k}\frac{sh\left(n\pi\xi/\gamma_j h\right)-(-1)^{j+1}sh\left(n\pi(\tau-\xi)/\gamma_j h\right)}{ch\left(n\pi\tau/\gamma_j h\right)-(-1)^j}.$$

Ядра решения (28) $K_{mj} \in C^2\left(m = \overline{1,4}\right)$, что следует, например, из представления

$$-K_{1j}(x,y,\xi) = arctg\frac{sin(\pi(x-\xi)/\tau)}{cos(\pi(x-\xi)/\tau) - exp(\pi\gamma_j y/\tau)} +$$
$$+arctg\frac{sin(\pi(x+\xi)/\tau)}{cos(\pi(x+\xi)/\tau) - exp(\pi\gamma_j y/\tau)} +$$
$$+\sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{e,k=0}^{1}(-1)^l arctg\frac{sin(\pi(x-(-1)^k\xi)/\tau)}{cos(\pi(x-(-1)^k\xi)/\tau) - exp(\pi\gamma_j(2h(m+1)+(-1)^e y)/\tau)}.$$

Используя (14), (28), получим гладкое решение $U(x,y)$ задачи Z.

Теорема доказана.

Список литературы

1. Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. М.: Издательство МГУ. 1998. 350 с.
2. Зарубин А.Н. Задача Трикоми для опережающе-запаздывающего уравнения Лаврентьева-Бицадзе // Дифференциальные уравнения, 2021. Т. 57. №3. С. 338-348.
3. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. М.: Наука. 1981. 800 с.

DIRICHLET PROBLEM WITH AFTEREFFECT AND PREEFFECT

A.N. Zarubin
Dr. Sci. (Physico-Mathematical), professor
matdiff@yandex.ru
Orel

E.V. Chaplygina
Dr. Sci. (Physico-Mathematical), associate professor
lena260581@yandex.ru
Orel

Orel State University named after I.S. Turgenev

Abstract. The article is devoted to the study of the nonlocal Dirichlet problem for the generalized Laplace equation with non-Carleman shifts in the highest derivatives. The presence of shifts mapping the points of the boundary to the interior of the region leads to the appearance of solutions, the smoothness of which may be violated inside the region.

Keywords: Laplace equation, differential-difference equation, concentrated delay and advance.

References

1. Bogolyubov, A.N., Kravtsov, V.V. (1998). *Zadachi po matematicheskoj fizike* [Problems in mathematical physics]. Moscow, Moscow State University Publishing House. (In Russ.)
2. Zarubin, A. N. (2021) *Zadacha Trikomi dlya operezhayushche-zapazdyvayushchego uravneniya Lavrent'eva-Bicadze* [The Trikomi problem for the leading-lagging Lavrentiev-Bitsadze equation]. *Differencial'nye uravneniya* [Differential Equations], 57(3), 338-348 (In Russ., abstract in Eng.)
3. Prudnikov, A.P., Brychkov, Yu.A., Marichev, O.I. (1981). *Integraly i ryady* [Integrals and series]. Moscow: Nauka. (In Russ.)