

УДК
372.8:514.7

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСТОРИЧЕСКОЙ КОМПОНЕНТЫ В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ НЕКОТОРЫМ РАЗДЕЛАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Игнатушина Инесса Васильевна

д.п.н., доцент
streleec@yandex.ru
г. Оренбург

Зубова Инна Каримовна

к.ф.-м.н., доцент
zubova-inna@yandex.ru
г. Оренбург

Оренбургский государственный
педагогический университет

Оренбургский государственный
университет

Аннотация. В статье рассмотрен один из подходов к использованию историко-математических сведений в преподавании математического анализа. Авторы считают, что в процессе изучения различных разделов этой дисциплины сведения из истории математики могут и должны служить средством помощи обучающимся в усвоении учебного материала. Представлен практический опыт авторов, связанный с применением таковых сведений в изложении некоторых разделов математического анализа, в частности, показаны дидактические и воспитательные аспекты использования сведений по истории формирования теории рядов. Изложенные конкретные примеры взяты из практики многолетнего преподавания математических дисциплин в техническом и педагогическом вузах. Опыт работы и результаты экспериментов демонстрируют успешность введения сведений из истории науки в процесс преподавания. Благодаря ему студенты знакомятся с различными моментами развития того или иного раздела математики, быстрее осмысливают значение рассматриваемых в курсе теоретических вопросов для практики, легче воспринимают новый для себя учебный материал, а также знакомятся с научным творчеством классиков математической науки, что, немаловажно для человека, получающего математическое образование.

Ключевые слова: использование историко-научных сведений в преподавании математики.

Введение

Математический анализ — одна из важнейших дисциплин, преподаваемых на физико-математических и технических факультетах. В то же время это одна из труднейших дисциплин для студентов первого курса, которые в начале обучения нередко встречаются с совершенно непривычным подходом уже к первым понятиям математического анализа. В связи с этим необходимо постоянно, начиная с первых занятий, отмечать и доказывать, что и эти, и все более сложные понятия математики не придуманы для каких-то неясных целей. Решение всё новых и новых задач, встававших перед учеными на разных этапах развития науки и техники, неизбежно приводили к введению новых математических понятий. Обоснование результатов многих гениальных догадок нередко требовало многолетней работы, в ходе которой и выстраивалась та строгая научная теория, элементы которой надлежит изучить, получая математическое образование.

Одним из лучших способов доказать это обучающимся является, на наш взгляд, введение в изучаемый материал историко-научных сведений. Анализируя историю решения

той или иной задачи, появления в связи с ней новых методов, а затем разработки теории, студент легче воспринимает новый для него материал и вырабатывает более общий взгляд и на изучаемые в данный момент вопросы, и на математическую науку в целом, что необходимо для формирования профессиональной культуры современного математика, преподавателя, инженера (Зубова, 2006).

Не случайно существенное внимание историческим экскурсам уделяли такие лекторы, как Н.Н. Лузин (1883-1950), В.И. Смирнов (1887-1974), Г.М. Фихтенгольц (1887-1859), авторы курсов математического анализа и высшей математики, признанных в нашей стране классическими. Это курсы для технических и педагогических вузов, а также для математических и физических факультетов классических университетов (Мельников, 2014).

О пользе применения исторических экскурсов в изучении студентами различных разделов математики писали В.В. Бобынин (Бобынин, 1886), Н.А. Бурова (Бурова, 2000), Д. Галанте (Galante, 2014), М.Ф. Гильмуллин (Гильмуллин, 2009), Ю.А. Дробышев (Дробышев, 2011; 2017; 2018; 2020), К. Кларк (Clark, 2016), П. Лю (Liu, 2003), А.С. Оздемир (Ozdemir, 2013), Т.С. Полякова (Полякова, 1998), Б. Рич (Рич, 2000), Л. Роджерс (Роджерс, 2001), Дж. Роллинз (Rollins, 1997), Ю.В. Романов (Романов, 2002), К.А. Рыбников (Рыбников, 1981; 1982), И.С. Сафуанов (Сафуанов, 2000), Ф. Свец (Swetz, 1995), А.Е. Томилова (Томилова, 1998), П.С. Уилсон (Wilson, 2000), Дж. Фовель (Fauvel, 1991), М.Н. Фрид (Fried, 2001), Ф. Фурингетти (Furinghetti, 2007), Г.Г. Хамов (Хамов, 1996), К. Хараламбус (Charalambous, 2009), К. Цанакис (Tzanakis, 2000), У.Т. Янквист (Jankvist, 2009; 2010) и др.

В нашей стране проблемы обучения математическому анализу в вузе рассматривали Н.А. Журавлева (Журавлева, 2012), О.В. Задорожная (Задорожная, 2017), С.И. Калинин (Калинин, 2007; 2008), Т.П. Куряченко (Куряченко, 2006), Е.И. Смирнов (Смирнов, 2009), С.С. Тасмуратова (Тасмуратова, 1997) и др.

Таким образом, включение исторических сведений в преподавание математики признаётся полезным многими авторами. Тем не менее, следует признать, что приёмы использования истории математики в преподавании математического анализа требуют дальнейшей разработки.

Методология исследования

Материалами исследования являются курсы математического анализа и истории математики, читавшиеся на протяжении многих лет в различных учебных заведениях страны, научные труды отечественных и зарубежных авторов, писавших о пользе применения исторических экскурсов во время преподавания различных разделов математики, опыт собственной педагогической работы (Зубова, 2002; 2005; 2006; 2012; Игнатушина, 2004; 2021).

Целью исследования является разработка приёмов включения истории математики в преподавание важных разделов математического анализа. Сформулируем следующие задачи, способствующие достижению этой цели:

- 1) подробный сравнительный анализ известных примеров включения элементов истории в преподавание математических дисциплин;
- 2) разработка собственных способов введения исторического материала в преподавание некоторых разделов математического анализа с учетом изученных практик;
- 3) апробация разработанных способов в техническом и педагогическом вузах.

Опытно-экспериментальная работа проводилась в образовательных учреждениях г. Оренбурга, в частности, в ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет» и ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет».

Исторической компонентой в образовательном процессе выступают историко-научные сведения, т.е. сведения которые используются при чтении учебных курсов. Здесь, прежде всего, анализируются следующие вопросы:

1. Понятия и методы, рассматриваемые в данный момент на лекции или практическом занятии, были выработаны при решении некоторой задачи. Характеристика этой задачи. Кто, когда и в связи с чем её сформулировал?

2. Когда и кем эта задача была решена, возможно, решена частично. Сведения о том, кем и когда решение было завершено.

3. Где и когда эти результаты были опубликованы (имеется в виду не только выход в свет соответствующей статьи или трактата, но, и упоминание о рассматриваемом научном результате в переписке, записной книжке, дневнике).

С помощью этих сведений студент пытается самостоятельно провести исторический анализ решения рассматриваемой задачи и выяснить её связь с формированием изучаемого понятия математического анализа.

Алгоритм включения сведений из истории математики в учебные математические курсы представлен на рис. 1.



Рис. 1. Алгоритм включения исторической компоненты в обучение математическому анализу

В качестве примера применения такого алгоритма покажем, как можно ввести историко-математический материал в изложение темы «Функциональные ряды». Как известно, приступая к изучению раздела «Ряды», сначала происходит знакомство обучающихся с понятием числового ряда, и именно для такого ряда вводятся понятия сходимости и суммы. Подробно рассмотрев свойства сходящихся рядов и признаки их сходимости, осуществляется переход от числового ряда к функциональному, рассматриваются важнейшие частные случаи функциональных рядов – степенной и тригонометрический ряды, и, наконец, приходят к представлению функций рядами.

Такая последовательность изложения учебного материала по теории рядов представляется совершенно естественным и правильной. Однако после перехода к понятию

функционального ряда крайне полезно провести небольшой исторический обзор вопросов, с которых началась эта теория.

В 1676 г. И. Ньютон (1642-1727) в письме к секретарю Лондонского Королевского общества представил формулу, которая в наши дни хорошо знакома слушателям. Попросим их вспомнить её название (бином Ньютона) и записать её. Эта формула позволит представить функцию $(1+x)^n$ в виде многочлена, но только в случае, если n – натуральное число. Если же показатель степени n натуральным не будет, то число слагаемых, входящих в многочлен, станет бесконечным, то есть многочлен превратится в степенной ряд, который называется биномиальным:

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1}x + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \dots$$

В 1715 г. последователю Ньютона, английскому ученому Бруку Тейлору (1685-1731) удалось доказать, что, если функция $f(x)$ имеет в точке x_0 производные всех порядков, то этой функции соответствует степенной ряд:

$$f(x) \rightarrow f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + \dots$$

Но почему здесь между функцией и этим рядом ставится не знак равенства, а знак \rightarrow (соответствует)? Или другой вопрос: для каких значений x между функцией и рядом можно поставить знак равенства? Ясно, что здесь требуется обсудить понятие области сходимости, точнее, промежутка сходимости ряда, после чего станет ясно, что для всех точек этого промежутка функция представлена рядом или является его суммой.

Другой последователь Ньютона, шотландский ученый Колин Маклорен (1698-1746) в 1742 г. доказал, что аналитическая функция может быть представлена единственным рядом – рядом Тейлора, порожденным этой функцией. Это доказано в труде «Трактат о флюксиях» (1742). Флюксиями Маклорен вслед за Ньютоном называл скорости изменения «флюент» («текущих»), т.е. переменных величин. На современном языке это, конечно, производные. Имя Маклорена получил частный случай формулы Тейлора, если $x_0 = 0$

После такого исторического экскурса легко осмыслить, что происхождение степенных рядов тесно связано с разработкой способа представления функции, допускающей бесконечное дифференцирование. Стоит, однако, добавить, что все понятия, изученные ранее, т.е. понятия суммы, сходимости, расходимости ряда возникли существенно позже. Они формировались уже в XVIII и первой половине XIX века. Суммой ряда, как известно, мы называем предел последовательности частичных сумм этого ряда. Но такое определение смогло появиться только после того, как было введено определение предела «по Коши».

О жизни и деятельности Огюстена Луи Коши (1789–1857) приходится рассказать уже в самом начале курса математического анализа, когда вводится понятие предела функции. О его роли в формировании теории рядов можно упоминать не раз. Как известно, с его именем связан и критерий сходимости ряда, и достаточные признаки сходимости числовых рядов с неотрицательными членами. Один из этих признаков можно также рассмотреть и доказать, привлекая исторический материал. Имеется в виду интегральный признак сходимости ряда. Справедливо будет называть его «признак Маклорена-Коши».

Сформулируем теорему. Рассмотрим числовой ряд

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots (*)$$

и предположим, что его члены неотрицательные и невозрастающие.

Рассмотрим также функцию $f(x)$, такую, что:

- 1) она определена и непрерывна для $\forall x \in [1; +\infty)$;
- 2) её значения положительны на промежутке $[1; +\infty)$;
- 3) её значения не возрастают на этом промежутке;
- 4) $f(1) = u_1; f(2) = u_2; f(3) = u_3; \dots; f(n) = u_n; \dots$

Тогда:

1) ряд (*) сходится в случае, когда будет сходиться несобственный интеграл $\int_1^{\infty} f(x)dx$.

2) Если же этот несобственный интеграл расходится, то будет расходиться и ряд (*).

Чаще всего при доказательстве этой теоремы используется геометрическая интерпретация, представленная на рис. 2. Нужно изобразить график рассматриваемой функции $f(x)$, и тогда, учитывая геометрический смысл определенного интеграла, мы скажем,

что несобственный интеграл $\int_1^{\infty} f(x)dx$ можно считать выражением бесконечной площади

фигуры, заключенной между этим графиком и осью абсцисс. Члены же ряда (*) численно равны величинам ординат точек, абсциссы которых равны $x = 1, 2, 3, \dots, n$. В то же время они будут численно равны площадям прямоугольников с основаниями, равными одному, и высотами, равными ординатам указанных точек. Таким образом, сумма рассматриваемого ряда равна сумме площадей таких прямоугольников. На рисунке из этих прямоугольников составлена ступенчатая фигура. Она накладывается на фигуру, ограниченную графиком функции $f(x)$ и осью абсцисс, но выходит за эту бесконечную фигуру. Заметим, что площадь этой ступенчатой только первым из составляющих её прямоугольников отличается от площади другой ступенчатой фигуры, выделенной на рисунке голубым цветом. Эта вторая фигура уже входит в бесконечную фигуру, ограниченную графиком функции и осью абсцисс. И если рассматриваемый несобственный интеграл сходится, то есть если площадь бесконечной фигуры имеет конечный предел, то площадь фигуры, заключённой в ней, и подавно будет конечной. А это будет означать, что изучаемый ряд – сходящийся. рассматриваемый ряд сходится. Если же несобственный интеграл оказывается расходящимся, то площадь криволинейной фигуры оказывается бесконечной. И тогда площадь содержащей её большей ступенчатой фигуры также бесконечна, а это означает, что тогда и ряд расходится.

Изложив это доказательство, мы можем подчеркнуть, что К. Маклорен впервые изложил этот признак именно в геометрической форме. Однако это было надолго забыто, и только в XIX в. Коши «переоткрыл» интегральный признак сходимости ряда и сформулировал его в аналитической форме. Если сегодня мы обращаемся к геометрической интерпретации понятия или доказательства для того, чтобы проиллюстрировать его, то в процессе формирования математического анализа нередко, наоборот, происходил переход от решения геометрической задачи к рассуждению аналитического характера.

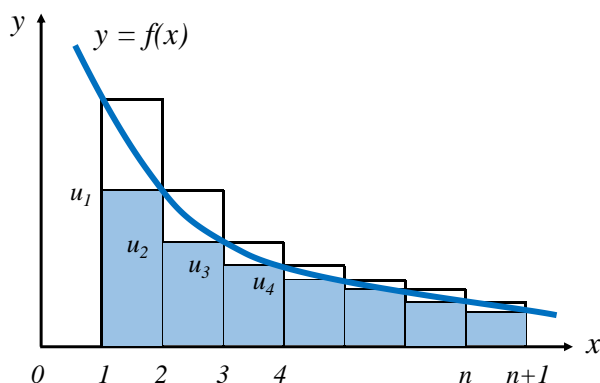


Рис. 2. Геометрическая интерпретация доказательства признака Маклорена-Коши

Алгоритм включения исторической компоненты в обучение математическому анализу, пример которого приведен выше, внедрялся в качестве эксперимента в три этапа.

На первом, поисково-констатирующем, этапе эксперимента (2005-2011) изучалась соответствующая психолого-педагогическая литература; рассматривались учебные планы и программы по математическому анализу, анализировалась электронно-образовательная

**ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

среда вузов; посещались лекции и практические занятия по этой дисциплине, проводившиеся опытными преподавателями; велось наблюдение за работой студентов на этих занятиях, после чего проводились беседы как со студентами, так и с преподавателями по интересующей проблеме. Затем проводился анализ среза знаний 14 академических групп общей численностью 244 человек по основным разделам математического анализа. Определялись возможности включения элементов истории математики во время изучения некоторых разделов математического анализа. Разрабатывался алгоритм введения историко-научных сведений в учебный материал этих разделов.

По каждому из изученных разделов математического анализа проводились математические диктанты или контрольные работы. На основе их проверки определялись коэффициент полноты усвоения учебного материала (КПУУМ), который рассчитывался по формуле В.П. Беспалько (Беспалько, 1989) и коэффициент системности знаний (КСЗ), определявшийся по формуле Н.Е. Кузнецовой (Кузнецова, 1989). Результаты для каждой из студенческих групп представлены в таблице 1.

Таблица 1.

Результаты поисково-констатирующего этапа эксперимента

Год	Кол-во респондентов	КПУУМ	КСЗ
2005	22*	0,60	0,51
	23*	0,62	0,54
2006	20	0,61	0,51
	21	0,59	0,50
2007	22	0,58	0,52
	20	0,59	0,52
2008	19	0,57	0,54
	18	0,59	0,53
2009	20	0,59	0,52
	21	0,60	0,54
2010	23	0,62	0,53
	21	0,62	0,54
2011	20	0,61	0,52
	19	0,64	0,55

В таблицах 1 и 2 по каждому году в верхней строчке представлено количество респондентов и их результаты из ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет», в нижней — из ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет».

Полученные результаты показывают, что участвовавшие в эксперименте студенты слабо представляют область применения математического анализа, далеко не всегда видят связь между его разделами и его связь с другими математическими дисциплинами, и в целом их знания носят довольно-таки формальный характер. При этом большинство студентов с интересом относятся к математической науке вообще и к её истории в частности.

Второй, формирующий этап эксперимента (2011-2021) заключался в апробации разработанного алгоритма включения исторической компоненты в обучение математическому анализу на выбранных базах. Для проверки результатов его внедрения участники эксперимента (415 студентов из 20 академических групп) выполняли ту же серию математических диктантов и контрольных работ, что и участники первого этапа эксперимента. Полученные коэффициенты полноты усвоения учебного материала и системности знаний представлены в таблице 2.

Таблица 2.

Результаты формирующего этапа эксперимента

Год	Кол-во респондентов	КПУУМ	КСЗ
2012	21	0,65	0,58
	22	0,64	0,56
2013	21	0,63	0,57
	22	0,71	0,66
2014	18	0,63	0,60
	21	0,68	0,68
2015	21	0,67	0,65
	23	0,62	0,55
2016	20	0,68	0,67
	21	0,71	0,68
2017	23	0,66	0,69
	24	0,67	0,70
2018	18	0,72	0,70
	21	0,73	0,71
2019	21	0,71	0,69
	22	0,74	0,75
2020	17	0,80	0,79
	20	0,81	0,80
2021	20	0,79	0,78
	19	0,80	0,80

На третьем, обобщающем, этапе эксперимента (2021-2022) с помощью U -критерий Манна-Уитни были сопоставлены результаты контрольной группы, представленные в таблице 1, с результатами экспериментальной группы из таблицы 2.

Результаты

Критическое значение критерия ($U_{0,05}=92$) значительно больше полученных расчетных значений ($U_{\text{эмп}} \text{ для КПУУМ}=7$, $U_{\text{эмп}} \text{ для КСЗ}=2$), следовательно, наблюдаемое различие в изучаемых коэффициентах для контрольной и экспериментальной групп статистически значимо. Таблица 2 демонстрирует также более высокие показатели у студентов экспериментальной группы выше. Таким образом, включение исторических сведений в преподавание математического анализа положительно влияет на качество усвоения учебного материала и системность знаний по данной дисциплине.

Заключение

Используя на лекционных и практических занятиях, а также в электронно-образовательной среде вуза элементы истории математики, удаётся помочь слушателям представить себе исторический путь формирования математического анализа. Узнавая условия формирования изучаемых в рамках этой дисциплины теорий, студенты получают более четкие и ясные представления о том, для решения каких задач они применяются. Это способствует существенно лучшему пониманию учебного материала. Кроме того, использование историко-научных фактов в процессе преподавания, дает новые возможности познакомить студентов с разными сторонами творческого процесса в работе ученого-математика, продемонстрировать красоту этой науки. Для преподавателей «исторический фон доставляет идеи и сведения, на которых мы можем основывать наши подходы к преподаванию» (Роджерс, 2001, 75).

Список литературы

- Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. М.: Педагогика, 1989.
- Бобынин В.В. Философское, научное и педагогическое значение истории математики. М.: Издание редакции журнала «Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем», 1886.
- Бурова Н.А. Курс истории математики как фактор гуманизации и гуманитаризации математического образования в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. Новосибирск, 2000.
- Гильмуллин М.Ф. Формирование исторического компонента математико-методической культуры студентов при обучении истории математики в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. Ярославль, 2009.
- Дробышев Ю.А. Формирование готовности бакалавров — будущих учителей математики к реализации раздела «Математика в историческом развитии» // Continuum. Математика. Информатика. Образование. Елец, 2018. №4(12). С. 53-58.
- Дробышев Ю.А. Многоуровневая историко-математическая подготовка будущего учителя математики: дис. ... д-ра пед. наук. М., 2011.
- Дробышев Ю.А., Дробышева И.В. Историко-математическая реконструкция как средство эффективного обучения математике // Математическое моделирование в экономике, управлении и образовании: сб. науч. статей по материалам III Междунар. науч.-практ. конф. Калуга, 2017. С.1 47-150.
- Дробышев Ю.А., Дробышева И.В. Биографии математиков: чему они учат студентов // Калужский экономический вестник. 2020. №4. С. 63-65.
- Дробышев Ю.А., Дробышева И.В., Тарас О.Б. Воспитание личностных качеств студентов: материалы персоналистического компонента истории математики. М.: Изд-во ООО «ТРП», 2017.
- Журавлева Н.А. Формирование базовых ключевых компетенций студентов – будущих учителей математики – в процессе обучения математическому анализу: дис. ... канд. пед. наук. Красноярск, 2012.
- Задорожная О.В. Учебно-научный проект как способ углубления и расширения знаний по математическому анализу // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2017. №1(45). С. 160-166.
- Зубова И.К. Об использовании некоторых историко-научных сведений в курсах высшей математики для студентов технических специальностей // История и методология науки: межвуз. сб. науч. тр. Пермь: Изд-во Пермского ун-та, 2002. Вып. 9. С. 85-90.
- Зубова И.К., Игнатушина И.В. О применении историко-научного материала при изложении курса математического анализа в техническом университете // Формирование профессиональной культуры специалистов XXI века в техническом университете: тр. 6-й междунар. науч.-практ. конф. СПб: Изд-во СПбГПУ, 2006. С.156-165.
- Зубова И.К., Игнатушина И.В. Ряды. Обзор теории и истории ее формирования: учеб.-метод. пособие. Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2005.
- Зубова И.К., Острая О.В. Применение элементов истории математики при изложении темы «Формула Тейлора» в курсе математического анализа // Труды X Международных Колмогоровских чтений: сб. статей. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2012. С.233-236.
- Игнатушина И.В. О применении исторического материала на практических занятиях по высшей математике при изучении интегрального исчисления // Формирование профессиональной культуры специалистов XXI века в техническом университете: тр. 4-й междунар. науч.-практ. конф. СПб: Изд-во СПбГПУ, 2004. С. 254-256.
- Игнатушина И.В., Зубова И.К. Историко-научные сведения как одно из средств овладения студентами основными разделами математического анализа // Вестник Оренбургского

- государственного педагогического университета. Электронный научный журнал. 2021. № 4 (40). С. 145-166.
- Калинин С.И. Обучение студентов математическому анализу в условиях фундаментализации высшего педагогического образования. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2008.
- Калинин С. И. О предмете математического анализа // Информатика. Математика. Язык: науч. журн. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2008. Вып. 5. С. 170-174.
- Калинин С. И. О принципах отбора содержания обучения математическому анализу студентов математических специальностей // Математика. Образование: материалы XV Междунар. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. С. 66.
- Кузнецова Н. Е. Формирование системы понятий при обучении химии. М.: Просвещение, 1989.
- Мельников Р.А., Саввина О.А. У истоков преподавания математического анализа в России: обзор переводов европейских авторов // Психология образования в поликультурном пространстве. Елец, 2014. №3(27). С.116-124.
- Полякова Т.С. Историко-методическая подготовка учителей математики в педагогическом университете: дис. ... д-ра пед. наук. Ростов-на-Дону, 1998.
- Роджерс Л. Историческая реконструкция математического знания // Математическое образование. №16. М., 2001. С. 74-85.
- Романов Ю.В. Теория и методика историзации геометрической подготовки учителя математики в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. Ростов-на-Дону, 2002.
- Рыбников К.А. Об историко-методологических основах математического образования учителей // Математика в школе. 1981. №5. С. 31-33; 1982. №3. С. 48-49.
- Сафуанов И.С. Генетический подход к обучению математическим дисциплинам в высшей педагогической школе: дис. ... д-ра пед. наук. М., 2000.
- Смирнов Е.И., Шабалина А.И. Принцип вариативности в проектировании спиралей фундаментирования знаний по математическому анализу // Труды VII Международных Колмогоровских чтений: сб. статей. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2009. С. 306-318.
- Тасмуратова С.С. Методические основы интенсификации обучения по курсу математического анализа в педвузе: дис. ... канд. пед. наук. М., 1997.
- Томилова А.Е. Методика отбора содержания курса истории математики и его реализации в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. Архангельск, 1998.
- Хамов Г.Г. Элементы историзма в спецдисциплинах и их роль в профессиональной подготовке будущего учителя математики // История науки в вузе и в школе: сб. науч. тр. Мурманск: МГПИ, 1996. Вып. 3. С. 9-13.
- Charalambous C., Panaoura A., Phillippou G. Using the history of mathematics to induce changes in pre-service teachers' beliefs and attitudes: Insights form evaluating a teacher education program // Educational Studies in Mathematics. 2009. Vol. 71. No. 2. P. 161-180. DOI: 10.1007/s10649-008-9170-0.
- Clark K., Kjeldsen T., Schorcht S., Tzanakis C., Wang X. History of mathematics in mathematics education. Recent developments // History and Pedagogy of Mathematics. 2016. Jul. hal-01349230. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01349230>.
- Fauvel J. Using history in mathematics education // For the Learning of Mathematics. 1991. Vol. 11. No. 2. P. 3-6.
- Fried M. N. Can mathematics education and history of mathematics coexist? // Science and Education. 2001. Vol. 10. P. 391-408.
- Furinghetti F. Teacher education through the history of mathematics // Educational Studies in Mathematics. 2007. Vol. 66. No. 2. P. 131-143. DOI: 10.1007/s10649-006-9070-0.
- Galante D. The use of the history of mathematics in the teaching pre-service mathematics teachers// REDIMAT. 2014. Vol. 3. No. 2. P. 110-120.
- Jankvist U. T. An empirical study of using history as a 'goal' // Educational Studies in Mathematics. 2010. Vol. 74. No. 1. P. 53-74. DOI: 10.1007/s10649-009-9227-8.

- Jankvist U. T. A categorization of the 'whys' and 'hows' of using history in mathematics education // Educational Studies in Mathematics. 2009. Vol. 71. No. 3. P. 235-261.
- Liu P. Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching? // Mathematics Teacher. 2003. Vol. 96. No. 6. P. 416-421.
- Rollins J.H., McBride C.C. The Effects of History of Mathematics on Attitudes toward Mathematics of College Algebra Students // Journal for Research in Mathematics Education. 1977. Vol. 8. No. 1. P. 57-61.
- Rich B., Marshall G. The role of history in a mathematics class // Mathematics Teacher. 2000. Vol. 93. No. 8. P. 704-706.
- Ozdemir A.S., Goktepe1 S. An example of using history of mathematics in classes// European Journal of Science and Mathematics Education. 2013. Vol. 1. No. 3. P.125-136.
- Swetz F. Some not so random thoughts about the history of mathematics – its teaching, learning, and textbooks // Primus. 1995. Vol. 5. No. 2. P. 97-107.
- Tzanakis C., Thomaidis Y. Integrating the close historical development of mathematics and physics in mathematics education: Some methodological and epistemological remarks// For the Learning of Mathematics. 2000. Vol. 20. No. 1. P. 44-55.
- Wilson P.S., Chauvot J. B. Who? How? What? A Strategy for Using History to Teach Mathematics // Mathematics Teacher. 2000. Vol. 93. No. 8. P. 642-645.

USING THE HISTORICAL COMPONENT IN TEACHING STUDENTS SOME SECTIONS OF MATHEMATICAL ANALYSIS

Ignatushina I. V. Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor streleec@yandex.ru Orenburg	Orenburg State Pedagogical University
Zubova I. K. Dr. Sci. (Mathematics), associate professor zubova-inna@yandex.ru Orenburg	Orenburg State University

Abstract. The article considers one of the approaches to the inclusion of the history of mathematics in the teaching of students as a means of helping them in the study of mathematical analysis. The didactic and educational aspects of the use of information on the history of the formation of the theory of series are shown. The practical experience of the authors on the use of historical and scientific information in teaching mathematical analysis is presented. The above concrete examples from practice are the result of many years of teaching this discipline in technical and pedagogical universities. The results of the experiment show that the use of historical and scientific information in the learning process demonstrates various aspects of the development of the relevant section of mathematical analysis, facilitates the understanding of educational material, gives an opportunity to get acquainted with the scientific creativity of the classics of mathematical science.

Keywords: the use of historical and scientific information in teaching mathematics.

References

- Bespal'ko, V. P. (1989). *Slagaemye pedagogicheskoy tekhnologii*. Moscow: Pedagogika. (In Russ).
- Bobyenin, V. V. (1886). *Filosofskoe, nauchnoe i pedagogicheskoe znachenie istorii matematiki*. Moscow: Izdanie redakcii zhurnala «Fiziko-matematicheskie nauki v ih nastoyashchem i proshedshem». (In Russ).
- Burova, H. A. (2000). *Kurs istorii matematiki kak faktor gumanizacii i gumanitarizacii matematicheskogo obrazovaniya v pedagogicheskomvuzе* [Doctoral Dissertation]. Novosibirsk, (In Russ.)
- Charalambous, C., Panaoura, A., Phillippou, G. (2009). Using the history of mathematics to induce changes in pre-service teachers' beliefs and attitudes: Insights form evaluating a teacher education program. *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), 161-180. DOI: 10.1007/s10649-008-9170-0.
- Clark, K., Kjeldsen, T., Schorcht, S., Tzanakis, C., Wang, X. (2016). History of mathematics in mathematics education. Recent developments. *History and Pedagogy of Mathematics*. Jul. hal-01349230. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01349230>.
- Drobyshev, Yu. A. (2018). Formation of readiness of bachelors - future teachers of mathematics for implementation of the section "mathematics in historical development". *Continuum. Math. Computer science. Education*, 4(12), 53-58. (In Russ., abstract in Eng.)
- Drobyshev, Yu. A. (2011). *Mnogourovnevaya istoriko-matematicheskaya podgotovka budushchego uchitelya matematiki* [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ.)
- Drobyshev, Yu. A., Drobysheva, I. V. (2017). Istoriko-matematicheskaya rekonstrukciya kak sredstvo effektivnogo obucheniya matematike. *Matematicheskoe modelirovanie v ekonomike, upravlenii i obrazovanii* [Historical and mathematical reconstruction as a means of effective teaching of mathematics]. *Sb. nauch. statej po materialam III Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* (pp. 147-150). Kaluga: LLC "TRP". (In Russ., abstract in Eng.)
- Drobyshev, Yu. A., Drobysheva, I. V. (2000). Biografii matematikov: chemu oni uchat studentov. *Kaluzhskij ekonomicheskij vestnik*, 4, 63-65.
- Drobyshev, Yu. A., Drobysheva, I. V., Taras, O. B. (2017). *Vospitanie lichnostnyh kachestv studentov: materialy personalisticheskogo komponenta istorii matematiki*. Moscow: Publishing house of LLC "TRP". (In Russ).
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 11(2), 3-6.
- Fried, M. N. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science and Education*, 10, 391-408.
- Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 131-143. DOI: 10.1007/s10649-006-9070-0.
- Galante, D. (2014). The use of the history of mathematics in the teaching pre-service mathematics teachers. *REDIMAT*, 3(2), 110-120.
- Gil'mullin, M. F. (2009). *Formirovanie istoricheskogo komponenta matematiko-metodicheskoy kul'tury studentov pri obuchenii istorii matematiki v pedagogicheskom vuzе* [Ph.D. Dissertation]. YAroslavl'. (In Russ).
- Hamov, G. G. (1996). Elementy istorizma v specdisciplinah i ih rol' v professional'noj podgotovke budushchego uchitelya matematiki [Elements of Historicism in special disciplines and their role in the professional training of a future mathematics teacher]. *Istoriya nauki v vuzе i v shkole: sb. nauch. tr.* 3. (pp. 9-13). Murmansk: MGPI. (In Russ).
- Ignatushina, I. V. (2004). O primenenii istoricheskogo materiala na prakticheskikh zanyatiyah po vysshej matematike pri izuchenii integral'nogo ischisleniya [On the application of historical material in practical classes in higher mathematics in the study of integral calculus]. *Formirovanie professional'noj kul'tury specialistov XXI veka v tekhnicheskom universitete: tr. 4-j mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* (pp. 254-256). Saint Petersburg. (In Russ).

- Ignatushina, I. V., Zubova, I. K. (2021). Istoriko-nauchnye svedeniya kak odno iz sredstv ovladeniya studentami osnovnymi razdelami matematicheskogo analiza. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Elektronnyj nauchnyj zhurnal*, 4 (40), 145-166. (In Russ., abstract in Eng.)
- Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the ‘whys’ and ‘hows’ of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235-261.
- Jankvist, U. T. (2010). An empirical study of using history as a ‘goal’. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 53-74. DOI: 10.1007/s10649-009-9227-8.
- Kalinin, S. I. (2007). O principah otbora sodержaniya obucheniya matematicheskomu analizu studentov matematicheskikh special'nostej [On the principles of selection of the content of teaching mathematical analysis to students of mathematical specialties]. *Matematika. Obrazovanie: materialy XV Mezhdunar. konf.* (p. 66). Cheboksary: Izd-vo CHuvash. un-ta. (In Russ).
- Kalinin, S. I. (2008). O predmete matematicheskogo analiza. *Informatika. Matematika. Yazyk: nauch. Zhurn*, 5, 170-174. (In Russ).
- Kalinin, S. I. (2008). *Obuchenie studentov matematicheskomu analizu v usloviyah fundamentalizacii vysshego pedagogicheskogo obrazovaniya*. Kirov: Izd-vo VyatGGU. (In Russ).
- Kuznecova, N. E. (1989). *Formirovanie sistemy ponyatij pri obuchenii himii*. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).
- Liu, P. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching? *Mathematics Teacher*, 96(6), 416-421.
- Melnikov, R. A., Savvina, O. A. (2014). U istokov prepodavaniya matematicheskogo analiza v Rossii: obzor perevodov evropejskikh avtorov. *Psichologiya obrazovaniya v polikul'turnom prostranstve*, 3(27), 116-124. (In Russ., abstract in Eng.)
- Ozdemir, A. S., Goktepe1, S. (2013). An example of using history of mathematics in classes. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 1(3), 125-136.
- Polyakova, T. S. (1998). *Istoriko-metodicheskaya podgotovka uchitelej matematiki v pedagogicheskom universitete* [Doctoral Dissertation]. Rostov-na-Donu, Russia. (In Russ).
- Rich, B., Marshall, G. (2000). The role of history in a mathematics class. *Mathematics Teacher*, 93(8), 704-706.
- Rodzher, L. (2001). Istoricheskaya rekonstrukciya matematicheskogo znaniya. *Matematicheskoe obrazovanie*, 16, 74-85. (In Russ).
- Rollins, J. H., McBride, C. C. (1977). The Effects of History of Mathematics on Attitudes toward Mathematics of College Algebra Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(1), 57-61.
- Romanov, Yu. V. (2002). *Teoriya i metodika istorizacii geometricheskoy podgotovki uchitelya matematiki v pedagogicheskom vuze* [Doctoral Dissertation]. Rostov-na-Donu. (In Russ).
- Rybnikov, K. A. (1981; 1982) Ob istoriko-metodologicheskikh osnovah matematicheskogo obrazovaniya uchitelej. *Matematika v shkole*, 5, 31-33; 3, 48-49. (In Russ).
- Safuanov, I. S. (2000). *Geneticheskij podhod k obucheniyu matematicheskim disciplinam v vysshej pedagogicheskoj shkole* [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ).
- Smirnov, E. I., Shabalina, A. I. (2009). Princip variativnosti v proektirovanii spiralej fundirovaniya znaniy po matematicheskomu analizu [The principle of variability in the design of spirals of the foundation of knowledge in mathematical analysis]. *Trudy VII Mezhdunarodnyh Kolmogorovskih chtenij: sb. Statej* (pp. 306-318). Yaroslavl': Izd-vo YAGPU. (In Russ., abstract in Eng.)
- Swetz, F. (1995). Some not so random thoughts about the history of mathematics — its teaching, learning, and textbooks. *Primus*, 5(2), 97-107.
- Tasmuratova, S. S. (1997). *Metodicheskie osnovy intensivizacii obucheniya po kursu matematicheskogo analiza v pedvuze* [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ).

- Tomilova, A. E. (1998). *Metodika otbora sodержaniya kursa istorii matematiki i ego realizacii v pedagogicheskom vuze* [Doctoral Dissertation]. Arhangel'sk. (In Russ).
- Tzanakis, C., Thomaidis, Y. (2000). Integrating the close historical development of mathematics and physics in mathematics education: Some methodological and epistemological remarks. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 44-55.
- Wilson, P. S., Chauvot, J. B. (2000). Who? How? What? A Strategy for Using History to Teach Mathematics. *Mathematics Teacher*, 93(8), 642-645.
- Zadorozhnaya, O. V. (2011). Metod proektov v obuchenii matematicheskomu analizu. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 3(3), 41-46. (In Russ., abstract in Eng.)
- Zhuravleva, N. A. (2012). *Formirovanie bazovykh klyuchevykh kompetencij studentov — budushchih uchitelej matematiki — v processe obucheniya matematicheskomu analizu* [Doctoral Dissertation]. Krasnoyarsk. (In Russ.)
- Zubova, I. K. (2002). Ob ispol'zovanii nekotorykh istoriko-nauchnykh svedenij v kursah vysshej matematiki dlya studentov tekhnicheskikh special'nostej [About the use of some historical and scientific information in higher mathematics courses for students of technical specialties]. *Istoriya i metodologiya nauki: mezhvuz. Sb. nauch. tr.*, 9, (pp. 85-90). Perm'. (In Russ).
- Zubova, I. K., Ignatushina, I. V. (2005). *Ryady. Obzor teorii i istorii ee formirovaniya: ucheb.-metod. posobie*. Orenburg: Izd-vo OGPU. (In Russ).
- Zubova, I. K., Ignatushina, I. V. (2006). O primenenii istoriko-nauchnogo materiala pri izlozhenii kursa matematicheskogo analiza v tekhnicheskom universitete [On the application of historical and scientific material in the presentation of the course of mathematical analysis at the Technical University]. *Formirovanie professional'noj kul'tury specialistov XXI veka v tekhnicheskom universitete: tr. 6-j mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* (pp.156-165). Saint Petersburg. (In Russ).
- Zubova, I. K., Ostraya, O. V. (2012). Primenenie elementov istorii matematiki pri izlozhenii temy «Formula Tejlora» v kurse matematicheskogo analiza [Application of elements of the history of mathematics in the presentation of the topic "Taylor Formula" in the course of mathematical analysis]. *Trudy X Mezhdunarodnyh Kolmogorovskih chtenij: sb. statej.* (pp. 233-236). Yaroslavl': Izd-vo YAGPU. (In Russ).