# МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2023-2-8-17

УДК 372.851

## ВИРТУАЛЬНАЯ РЕАЛЬНОСТЬ КАК ЭФФЕКТИВНАЯ СТРАТЕГИЯ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ: К ПОСТАНОВКЕ ПРОБЛЕМЫ

**Дворяткина Светлана Николаевна**
д.п.н., профессор кафедры математики и методики ее преподавания,
sobdvor@yelets.lipetsk.ru
г. Елец
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина

**Заикина Диана Игоревна**
аспирант кафедры математики и методики ее преподавания, учитель математики
bibigonochka@mail.ru
г. Елец
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина
МБОУ «СШ №10 с углубленным изучением отдельных предметов»

**Аннотация.** Реализация федеральных проектов «Цифровая образовательная среда», «Цифровые технологии» актуализировала поиск эффективных цифровых инструментов для значимого изменения парадигмы мышления обучаемых, ценностных ориентиров, направленности саморазвития, в том числе и развития когнитивных процессов, что обуславливает актуальность настоящего исследования. Наиболее перспективными с точки зрения экономического эффекта являются продукты на основе VR/AR-технологий как в сфере промышленного производства, здравоохранения, потребительских сервисов, так и в образовании. Необходимость применения технологий отображения реальной действительности предметной области математики в виртуальную реальность повысит эффективность и наглядность восприятия сложных математических абстракций, множественность целеполагания и целостность мышления, в том числе цифрового контента компьютерного моделирования в освоении математики в школе при условии учета психологических особенностей обучаемых. Цель исследования состоит в научном обосновании средств виртуальной и дополненной реальности для активизации интеллектуального и инновационного потенциала модернизации математического образования в условиях роста популярности VR/AR-технологий среди учащихся современных школ и технической неподготовленности учителей математики по их применению в учебном процессе. Для измерения уровня владения педагогами методическими компетенциями при работе с технологиями виртуальной реальности был разработан кейс-метод. Кейс-тест «Возможности иммерсивных образовательных технологий в роли инструмента освоения математического знания» включал: преамбулу; блок заданий, состоящий из шести вопросов с выбором одного верного варианта из нескольких предложенных; оценочный лист кейса, отражающий оцениваемые компетенции и вариант ответа с баллами

(трехуровневое оценивание – репродуктивный, продуктивный, рефлексивный); комментарии для пользователя. Результаты исследования свидетельствуют, что большинство преподавателей не знакомы с технологиями виртуальной реальности, а изучение обобщенных конструктов современных достижений через познание и изучение в виртуальном мире в практике преподавания не применяется.

**Ключевые слова:** методика обучения математике, виртуальная и дополненная реальность, математическое обучение.

**Введение**

Реализация федеральных проектов «Цифровая образовательная среда», «Цифровые технологии» актуализировала поиск новых эффективных цифровых инструментов для значимого изменения парадигмы мышления обучаемых, ценностных ориентиров, направленности саморазвития, для развития когнитивных процессов. Наиболее перспективными с точки зрения экономического эффекта являются продукты на основе VR/AR-технологий как в сфере промышленного производства, здравоохранения, потребительских сервисов, так и в образовании. «Необходимость применения технологий отображения реальной действительности предметной области математики в виртуальную реальность» повысит эффективность и наглядность восприятия сложных математических абстракций, множественность целеполагания и целостность мышления, в том числе цифрового контента компьютерного моделирования в освоении математики при условии учета индивидуальных особенностей обучающихся и формирования индивидуальных маршрутов образования. Школьная и вузовская математика может эффективно решать возложенные на нее образовательные, воспитательные и развивающие задачи, если, во-первых, реализует практико-ориентированную направленность математического и компьютерного моделирования средствами освоения виртуальной и дополненной реальности на разных ступенях образовательных систем и, во-вторых, интегрирует с современными достижениями математической науки на основе возможностей VR/AR-технологий в условиях функционирования цифрового информационно-образовательного пространства.

Использование виртуальной реальности становится новым веянием в образовательном процессе. Многие зарубежные школы и университеты уже адаптировали программы обучения. В статье «Будущее VR в образовании: полное погружение в обучение» «генеральный директор Andersen Lab Александр Хомич рассуждает о готовности школ, лицеев и учреждений среднего и высшего образования к полноценному внедрению виртуальной реальности» (Alexander Khomich, 2022). По убеждению исследователя, большинство обучающихся не только хотят, но и используют современные гаджеты и любые другие инновационные технологии в процессе обучения.

Таким образом, *цель исследования* состоит в научном обосновании средств виртуальной и дополненной реальности для активизации интеллектуального и инновационного потенциала модернизации математического образования в условиях роста популярности VR/AR- технологий среди учащихся современных школ и технической неподготовленности учителей математики по их применению в учебном процессе.

**Современные реалии VR в образовательном процессе**

В большинстве Американских и Европейских университетах уже сегодня происходит апробация лабораторий по использованию VR и AR в образовательных целях, они являются несомненно лидерами по внедрению данных технологий в образовательный процесс. Рассмотрим несколько крупных образовательных площадок, где используются VR и AR оборудование.

В Гарвардском университете функционирует лаборатория AR/VR Harvard Innovation Labs, целью которой является освоение инновационных технологий студентами технических специальностей. Студенты через погружение в виртуальную реальность закрепляют свои

навыки через работу со сложной техникой, а также знакомятся с устройством оборудования, изучают технику безопасности для работы с реальными моделями. Еще одним примером служит университет в штате Колорадо. На его базе функционирует аналогичная лаборатория, однако подготовку в ней проходят будущие врачи и хирурги. В рамках работы лаборатории студенты получили возможность изучать строение организма человека, изучают особенности органов и препарирования виртуальных трупов.

В 2020 году Harvard Business Review провели исследования, которые доказали, что «хирурги, обученные в виртуальной реальности, на 230% эффективнее выполняют хирургические процедуры, чем специалисты, прошедшие традиционное обучение», что помогает спасать жизни многих людей.

Известны успешные примеры использования VR в обучении. Примером могут служить следующие: VR-тренировка проведения хирургический операций в Йельском университете; исследования студентов-антропологов символов, нарисованных вдоль гробницы на плато Гиза, с применением VR-программ Rumii из Китая и Англии; создание виртуальных экскурсий по мировым достопримечательностям (виртуальный тур по Версальскому дворцу, по Большому театру и Русскому музею в Москве, Букингемскому дворцу в Лондоне и другим значимым объектам культурного наследия). Образовательный потенциал подобных виртуальных музеев заключается больше в новом формате (онлайн-курс) курса отечественного и мирового изобразительного искусства. Сейчас виртуальные музеи являются производителями образовательно-воспитательного контента и несут огромный просветительный потенциал.

В связи с тем, что техническое оборудование для виртуальной реальности становится доступным для большинства людей, то появляются новые проекты, различавшиеся целями, масштабами и результатами. На сегодняшний день наибольшей популярностью пользуются такие разработки и платформ онлайн-обучения, как Blackboard Learn, Buzz Aldrin, Skillshare, Coursera, Canvas и другие. Главное преимущество в том, что большинство данных приложений доступны на различных маркетплейсах. Большинство онлайн-курсов в значительной степени сосредоточены на темах, связанных с естественными науками (например, информатика, статистика, медицинские науки, физика).

Внедрение виртуальной и дополненной реальности в обучение математике помогает с развитием пространственного мышления, которое трудно реализовать с помощью 2D-изображений (Durlach, 2000; Rizzo, 1998). Некоторые темы, включенные в большинство учебных программ по математике во всем мире, предназначены для преподавания в виртуальной среде. Для учащихся в возрасте от 10 до 18 лет такими темами, к примеру, являются трехмерная геометрия, векторная алгебра, графы, комплексные числа и тригонометрия, а также другие трехмерные приложения и задачи. Примерами могут служить также проект SMILE (Adamo-Villani, 2006; Adamo-Villani, 2007), виртуальная игровая площадка (Roussou, 2005). Виртуальная реальность способна «преодолеть разрыв между конкретным миром природы и абстрактным миром концепций и моделей» (Bell, 1995).

«Известно использование VR/AR в вопросах визуализации математических объектов для высшего образования, например, комплексные функции, дифференциальное исчисление и дифференциальная геометрия, проективная геометрия, платоновы тела, алгебраические и фрактальные поверхности, фракталы, кривая Гильберта и т.п., в освоении векторной алгебры, систем координат, теории матриц, рекурсивных функций и т.п.» В настоящее время широко используются такие виртуальные среды как Construct3D (Kaufmann, 2007; Yeh, 2004), дополненная реальность (AR) (Azuma, R. 1997), система трёхмерной геометрии ARToolkit (Trien 2007), CyberMath (Taxén, 2001), система трёхмерной геометрии с дополненной реальностью (ISMAR) и др. Данные технологии не просто адаптируют традиционное содержание и представляют в новой форме, а скорее пытаются найти инновационные способы преподавания математики по-новому, дают возможность изучать гораздо более сложные и всеобъемлющие проблемы, которые ранее были недоступны для учащихся.

**Технологии виртуальной реальности в российском образовании**

В России в образовательных целях технологии виртуальной реальности стали применяться недавно. В 2018 году в рамках национального проекта «Образование» началась реализация федерального проекта «Успех каждого ребенка». Целью проекта служит «обеспечение к 2024 году для детей в возрасте от 5 до 18 лет доступных для каждого и качественных условий для воспитания гармонично развитой и социально ответственной личности путем увеличения охвата дополнительным образованием до 80% от общего числа детей, обновления содержания и методов дополнительного образования детей, развития кадрового потенциала и модернизации инфраструктуры системы дополнительного образования детей» (Министерство Просвещения РФ). В рамках проекта начали создаваться детские технопарки «Кванториум», выделятся средства на бюджетные места дополнительного образования в общеобразовательных учреждениях и т.д. В образовательных учреждениях открываются ClassVR. ClassVR — это полностью интегрированное устройство, готовое к работе в учебном классе и для начала работы с которым не требуется дополнительное оборудование. Портал ClassVR предоставляет учителям элементы управления, позволяющие легко отправлять учебным контентом (более тысячи учебных тем), а также направлять и контролировать внимание учащихся. Автономная виртуальная гарнитура ClassVR оснащена уникальным удобным для учащихся интерфейсом и встроенными образовательными ресурсами виртуальной и дополненной реальности, а также простыми в использовании элементами управления для учителя.

Первый вариант предназначен для младших школьников: из-за специфики возраста обучающимся еще сложно самостоятельно удерживать внимание на объекте изучения, но при этом они с интересом следуют инструкциям. Во время занятия учитель может акцентировать внимание младшего школьника в конкретной области на фото или видео, содержащие необходимую для изучения информацию.

Учащиеся 7-11 классов могут работать самостоятельно. В рамках такой формы обучения учитель выполняет роль наблюдателя, где он контролирует работу в VR-очках в реальном времени. Если требуется переключить внимание учащихся, сменить вид деятельности или сделать перерыв, то просмотр контента останавливается.

**Выявление методических компетентностных дефицитов у педагогов по использованию VR/AR в образовательном процессе**

Констатирующий и поисковый эксперименты по выявлению профессиональных компетентностных дефицитов педагогов в контексте широты методических знаний, компетентностей и педагогического опыта работы по применению технологий отображения реальной действительности предметной области математики в виртуальную реальность был организован на базе школ Липецкой области. Всего в анкетировании приняло участие 75 педагогов. Были сформулированы следующие методические компетенции (МК):

- *готовность адаптировать к школьной математике и использовать знание современных проблем науки через развитие технологической базы виртуальных симуляторов (МК-1);*

- *способность формировать насыщенную информационно-образовательную и игровую среду средствами математического и компьютерного моделирования посредством технологий виртуальной и дополненной реальности (МК-2);*

- *готовность к учету индивидуальных особенностей обучающихся и формированию индивидуальных маршрутов образования с применением технологий виртуальной и дополненной реальности (МК-3).*

Оценочным материалом измерения уровня владения педагогами методическими компетенциями при работе с технологиями виртуальной реальности при организации и управлении учебной деятельности выступил кейс-метод. Кейс-тест «Возможности иммерсивных образовательных технологий в роли инструмента освоения математического знания» включал: преамбулу»; блок заданий, состоящий из шести вопросов с выбором одного верного варианта из нескольких предложенных; оценочный лист кейса, отражающий оцениваемые компетенции и вариант ответа с баллами (трёхуровневое оценивание –

репродуктивный, продуктивный, рефлексивный); комментарии для пользователя. Валидность кейс-тестов обеспечивалась теоретическим обоснованием возможности измерения компетенций, степенью представленностью в заданиях методики содержания измеряемой области свойств, репрезентативностью и однородностью выборки.

Приведем пример оценочного задания по диагностике сформированности МК-1:

*Какое, на ваш взгляд, сложное знание возможно продуктивно и целесообразно адаптировать к школьной математике средствами виртуальной и дополненной реальности? (далее выберите только один вариант ответа A, B, C, D, E)?*

A) Элементы фрактальной геометрии можно интегрировать в школьный курс математики в различные содержательные модули только с применением иммерсивных образовательных технологий;

B) Элементы теории массового обслуживания позволят расширить содержательный модуль «Неопределенность и данные» путем постановки экспериментов в виртуальной реальности;

C) Содержательный модуль «Гипотеза Римана и комплексные числа» успешно интегрируется в школьный курс математики путем проектирования новых элективных и факультативных курсов с применением инновационных программных продуктов VR/AR;

D) Задачи на оптимизацию целесообразно вводить в школьный курс математики через организацию внеурочной исследовательской деятельности школьников с обязательным использованием иммерсивных образовательных технологий;

E) Элементы теории вероятностей, статистики и комбинаторики вводят через моделирование реальных ситуаций только посредством технологий виртуальной и дополненной реальности на уроках математики.

Предварительные результаты исследований показали низкий и средний уровень сформированности методических компетенций среди педагогов и школьных учителей.

**Измерение уровня методических компетенций у педагогов по использованию VR/AR в образовательном процессе**

Вопросы внедрения в российские школы технологий виртуальной реальности обуславливают необходимость определения степени готовности преподавателей к внедрению данных инструментов в образовательном процессе. Авторами проведено тестирование, в котором приняли участие 75 педагогов Елецких школ. После прохождения тестирования, предлагалась расшифровка вариантов ответа с полным пояснением, почему этот ответ верный, а другие верны частично или неверны. Рассмотрим критерии ответов и пояснения к ним.

| **Номер задания** | **Оцениваемые компетенции** | **Варианты ответов** | **Баллы** | **Комментарий для пользователя** |
|---|---|---|---|---|
| **1** | *Готовность адаптировать к школьной математике и использовать знание современных проблем науки через развитие технологической базы виртуальных симуляторов* | Вариант **A** | **2** | **Вы правы.** Использование иммерсивных образовательных технологий при изучении элементов фрактальной геометрии поможет школьнику наглядно увидеть поэтапное построение и исследование данных множеств. При традиционном обучении сложно воспринять данную тему, так как у многих обучаемых не сформировано абстрактное мышление, и возникают трудности при построении сложных структур. Изучение фрактальных методов и структур является крайне важным (дробные размерности, множества Мандельброта и Жюлиа, «салфетка» Серпинского и «капуста» Романеску и т.п.), поскольку они играют сегодня, а стохастическом и нелинейном мире весомую технологическую роль как в жизни отдельного человека (хранение информации, передача сигнала на расстояние, распознавание образов и т.п.), так и в жизни государств в целом. |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Вариант **B** | **1** | **Вы частично правы.** Использование виртуальной реальности поможет усилить наглядность при проведении подобных экспериментов. Однако данные технологии не являются необходимыми при изучении данного раздела. Подход к изучению систем массового обслуживания основан на методе компьютерного моделирования. Суть данного метода состоит в том, что, во-первых, с помощью генератора случайных чисел разыгрываются случайные числа, имитирующие случайные моменты появления заявок и время их обслуживания в каналах, во-вторых, с использованием типовых элементов имитируется деятельность данных систем и анализируются различные показатели. Компьютерное моделирование с применением некоторых языков программирования (например, Visual Basic для приложений – VBA, C# и др.) помогает выявить эти скрытые резервы, обязательного внедрения технологий виртуальной реальности как таковой нет. |
| | | Варианты **C** | **2** | **Вы правы.** Мнимые числа – это чистые абстракции, которые принадлежат к другой системе счисления, называемой комплексной и которая включает подмножество всех действительных чисел. Основа этой комплексной системы - мнимая единица или число i. Данные числа не поддаются рассмотрению в узких границах элементарной математики (распределение простых чисел, NP-трудные задачи и т.д.). Однако мнимые и комплексные числа оказываются невероятно востребованными. Они имеют далеко идущее влияние на физику, технику, теорию чисел и геометрию. Они являются первым шагом в мир сложных, для восприятия детей, систем счисления, некоторые из которых предлагаются в качестве моделей таинственных отношений, лежащих в основе нашего физического мира. Использование виртуальной реальности поможет наглядно увидеть и изучить данные числа. Основное применение комплексные числа нашли в электротехнике и электронике: их используют для описания синусоидального переменного тока. Показав ее существование хотя бы в дополненной реальности, тем самым доказав ее существование. |
| | | Вариант **D** | **0** | **Вы не правы**. Задачи на оптимизацию можно вводить в рамках внеурочной деятельности, но в обязательном применении технологий виртуальной и дополненной реальности нет необходимости. Подобные задачи традиционно рассматриваются с применением методов линейного программирования, который является одним из наиболее эффективным инструментом математической теории оптимального принятия решений. Для решения задач линейного программирования применяют множество инструментов, от простейших - табличный процессор Excel, до серьезных программных решений, например, веб приложение Angular и программной библиотеки для построения графиков Highcharts. |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Вариант **E** | **1** | **Вы правы частично**. При решении заданий по теории вероятностей и комбинаторике возможно использование технологий виртуальной и дополненной реальности, но данное условие не является обязательным. Отдельные темы вовсе не требуют применения данных технологий. В науке обосновано и на практике разработано множество других современных цифровых инструментов для моделирования вероятностных процессов. |

Количественные результаты тестирования представлены в виде диаграммы (рис. 1).

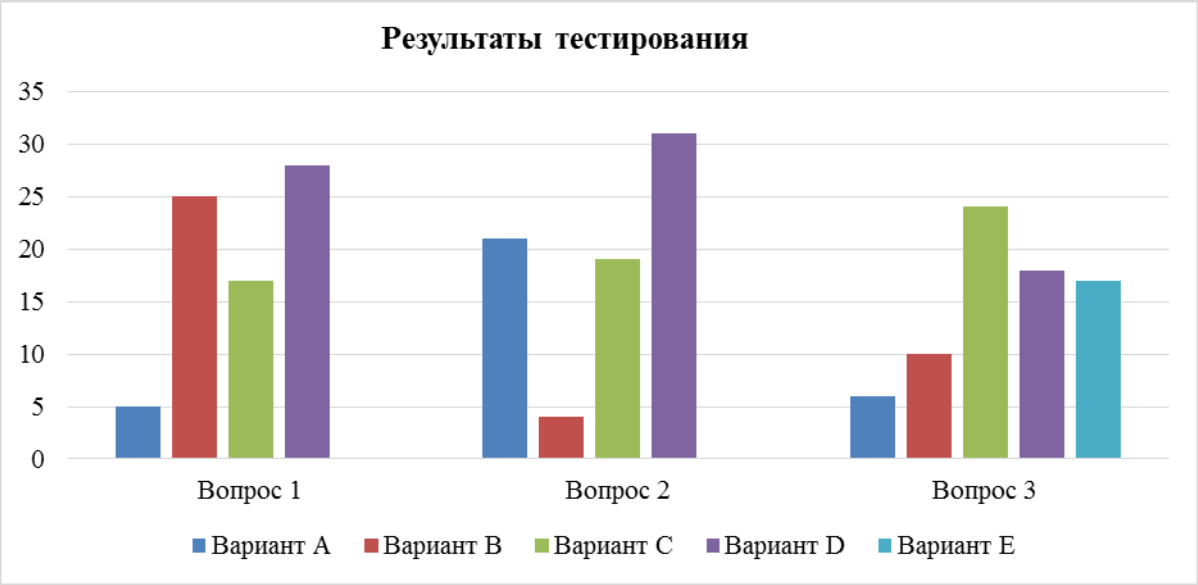


*Рис. 1. Наглядное представление результатов опроса*

По результатам эксперимента можно сделать вывод, что большинство преподавателей не знакомы с технологиями виртуальной реальности, а изучение обобщенных конструктов современных достижений в науке через математическое моделирование объектов виртуальной реальности при его участии в процессах и управления ими, в практике преподавания не применяют.

**Заключение**

Проблема внедрения в образовательный процесс технологии виртуальной реальности становится все более зрелой, и она становится не только технологической, но и дидактической. Внедрение инноваций такого рода в регионах сопряжено с эффективным управлением развития математического образования на разных уровнях (департаменты образования, вузы, МОУ, Центры развития математического образования, Федеральные центры повышения квалификации педагогов, дополнительное математическое образование, кванториумы и технопарки и т.п.). В рамках федерального проекта «Успех каждого ребёнка» на базе МБОУ «СШ №10 с углублённым изучением отдельных предметов» города Елец в 2022-2023 учебном году открывается 45 бюджетных мест дополнительного образования по программе «VReale». В дальнейшей работе будут разрабатываться образовательные материалы для работы по данной образовательной программе. Представляется возможным, что в математическом образовании освоение на междисциплинарной основе математического знания, его цифровизация должны стать доминирующими как наиболее сензитивные для личностного развития в условиях современных «вызовов» и объективных обстоятельств развития социальных отношений, науки, техники и производительных сил, отражающих нелинейность и стохастичность современного мира.

**Список литературы**

Арсентьев Д.А. Внедрение элементов дополненной реальности в учебно-методическую литературу // Университетская книга: традиции современность материалы научно-практической конференции. 2015. С.18–22.

Кориенко Т.В., Меркушева О.А., Потапов А.А., Шмелькова Е.Ю. Организация образовательной деятельности школьников и дошкольников с использованием технологии дополненной реальности // Районный конкурс педагогических идей и проектов «образование для будущего». 2017. http://school17vo.narod.ru/_17new/other/education_for_future_2017_proekt.pdf

Министерство просвещения Российской Федерации https://edu.gov.ru/national-project/projects/success/

Ситников А. AR-жизнь: применение и перспективы дополненной реальности // Indium Lab. 2017. https://dtf.ru/gamedev/7800-ar-zhizn-primenenie-iperspektivy-dopolnennoy-realnosti

Яковлев Б.С., Пустов С.И. История, особенности и перспективы технологии дополненной реальности // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. № 3. 2013. С. 479–484.

Adamo-Villani N., Carpenter E., & Arns L. An immersive virtual environment for learning sign language mathematics. ACM Proceedings of SIGGRAPH 2006 - Educators, Boston, ACM Digital Library. New York: ACM Publications

Azuma R. A survey of augmented reality // Presence: Teleoperators and Virtual Environments. 1997. Vol. 6. No. 4. P. 355–385.

Bell J.T., & Fogler S.H. The investigation and application of virtual reality as an educational tool. Proceedings of the American Society for Engineering Education Annual Conference, Anaheim, CA, 1995.

Durlach N., Allen G., Darken R., Garnett R.L., Loomis J., Templeman J., & von Wiegand T.E. Virtual environments and the enhancement of spatial behavior: Towards a comprehensive research agenda // Presence - Teleoperators and Virtual Environments. 2000. Vol. 9. No. 6. P.593–615.

Kaufmann H., Dünser A. Summary of usability evaluations of an educational augmented reality application. In Shumaker (Ed.) HCI International Conference (HCII 2007) Vol. 14, (pp. 660-669). Beijing, China: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Khomich A. The Future of VR in Education: Full Immersion in Learning https://arpost.co/2022/04/28/vr-in-education-full-immersion-learning/

Roussou M., Slater M. A virtual playground for the study of the role of interactivity in virtual learning environments. Proceedings of PRESENCE, 2005. The 8-th Annual International Workshop on Presence, London, UK, 2005.

Taxén G. & Naeve A. CyberMath: Exploring open issues in VR-based learning. SIGGRAPH 2001 Educators Program, SIGGRAPH 2001 Conference Abstracts and Applications, 49–51.

Trien Do, V., & Lee J.W. Geometry education using augmented reality. Paper presented at Workshop 2: Mixed Reality Entertainment and Art (at ISMAR 2007), Nara, Japan.

Yeh A. & Nason R. VRMath: A 3D microworld for learning 3D geometry. Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia & Telecommunications, Lugano, Switzerland, 2004.

# VIRTUAL REALITY AS AN EFFECTIVE STRATEGY FOR THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL EDUCATION: TO THE PROBLEM STATEMENT

**Dvoryatkina S. N.**
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
sobdvor@yelets.lipetsk.ru
Yelets
Bunin Yelets State University

**Zaikina D. I.**
graduate student
math teacher
bibigonochka@mail.ru
Yelets
Bunin Yelets State University
MBOU "Secondary School No. 10 with in-depth study of individual subjects"

**Abstract.** The implementation of the federal projects "Digital Educational Environment", "Digital Technologies" has updated the search for effective digital tools to significantly change the paradigm of students' thinking, value orientations, the direction of self-development, including the development of cognitive processes, which determines the relevance of this study. The most promising in terms of economic effect are products based on VR / AR technologies both in the field of industrial production, healthcare, consumer services, and in education. The need to apply technologies for displaying the reality of the subject area of mathematics into virtual reality will increase the efficiency and visibility of the perception of complex mathematical abstractions, the multiplicity of goal-setting and the integrity of thinking, including the digital content of computer modeling in the development of mathematics at school, subject to taking into account the individual characteristics of students and the formation of individual education routes . The purpose of the study is to scientifically substantiate the means of virtual and augmented reality to activate the intellectual and innovative potential of the modernization of mathematical education in the context of the growing popularity of virtual technologies among students of modern schools and the technical unpreparedness of mathematics teachers. To measure the level of teachers' mastery of methodological competencies when working with virtual reality technologies, a case method was developed. The case test "Possibilities of immersive educational technologies as a tool for mastering mathematical knowledge" included: preamble; a block of tasks consisting of six questions with the choice of one correct option from several proposed ones; case score sheet reflecting the competencies being assessed and the answer option with points (three-level assessment - reproductive, productive, reflective); comments for the user. The results of the study show that most teachers are not familiar with virtual reality technologies, and the study of generalized constructs of modern achievements through cognition and study in the virtual world is not used in teaching practice.

**Keywords:** methods of teaching mathematics, virtual and augmented reality, mathematical training.

## References

Adamo-Villani, N., Carpenter, E., & Arns, L. (2006). An immersive virtual environment for learning sign language mathematics. ACM Proceedings of SIGGRAPH 2006. Educators, Boston, ACM Digital Library. New York: ACM Publications. (In Eng.)

Arsentiev, D. A. (2015). *Vnedrenie e`lementov dopolnennoj real`nosti v uchebno-metodicheskuyu literaturu* University book: Traditions, Modernity Materials of the Scientific-Practical Conference. Abrau-Durso: Southern Federal University Publishing House. 18–22. (In Russ.)

Azuma, R. (1997). A survey of augmented reality. Presence: Teleoperators and Virtual Environments, 6(4), 355-385 (In Russ.)

Bell, J. T. & Fogler, S. H. (1995). The investigation and application of virtual reality as an educational tool. Proceedings of the American Society for Engineering Education Annual Conference, Anaheim, CA (In Eng.)

Durlach, N., Allen, G., Darken, R., Garnett, R. L., Loomis, J., Templeman, J. & von Wiegand, T. (2000). Virtual environments and the enhancement of spatial behavior: Towards a comprehensive research agenda. Presence - Teleoperators and Virtual Environments, 9(6), 593-615. (In Eng.)

Kaufmann, H. & Dünser, A. (2007). Summary of usability evaluations of an educational augmented reality application. In R. Shumaker (Ed.), HCI International Conference (HCII 2007). Vol. 14, 660-669. Beijing, China: Springer-Verlag Berlin Heidelberg (In Eng.)

Khomich, A. (2022). The Future of VR in Education: Full Immersion in Learning https://arpost.co/2022/04/28/vr-in-education-full-immersion-learning/

Korienko, T. V., Merkusheva, O. A., Potapov, A. A., Shmelkova, E. Yu. (2017). *Organizaciya obrazovatel`noj deyatel`nosti shkol`nikov i doshkol`nikov s ispol`zovaniem texnologii dopolnennoj real`nosti District competition of pedagogical ideas and projects "education for the future"*. http://school17vo.narod.ru/_17new/other/education_for_future_2017_proekt.pdf (In Russ.)

Ministry of Education of the Russian Federation https://edu.gov.ru/national-project/projects/success/

Roussou, M. & Slater, M. (2005). A virtual playground for the study of the role of interactivity in virtual learning environments. Proceedings of PRESENCE 2005. The 8th Annual International Workshop on Presence, London, UK (In Eng.)

Sitnikov, A. *AR-zhizn`: primenenie i perspektivy` dopolnennoj real`nosti. Indium Lab.* Indium Lab. 2017. https://dtf.ru/gamedev/7800-ar-zhizn-primenenie-iperspektivy-dopolnennoy-realnosti (In Russ.)

Taxén, G. & Naeve, A. (2001). CyberMath: Exploring open issues in VR-based learning. SIGGRAPH 2001 Educators Program, SIGGRAPH 2001 Conference Abstracts and Applications, 49-51 (In Eng.)

Trien Do, V. & Lee, J. W. (2007). Geometry education using augmented reality. Paper presented at Workshop 2: Mixed Reality Entertainment and Art (at ISMAR 2007), Nara, Japan (In Eng.)

Yakovlev, B. S., Pustov, S. I. (2013). *Istoriya, osobennosti i perspektivy` texnologii dopolnennoj real`nosti*. History, features and prospects of augmented reality technology. Proceedings of Tula State University. Technical Sciences. 3. 479-484. (In Eng.)

Yeh, A. & Nason, R. (2004). VRMath: A 3D microworld for learning 3D geometry. Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia & Telecommunications, Lugano, Switzerland (In Eng.).