DOI: 10.24888/2500-1957-2023-2-49-59

УДК 378.016

УКРУПНЕННЫЕ ДИДАКТИЧЕСКИЕ ЕДИНИЦЫ И МНОГОКОМПОНЕНТНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОГНИТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ СОПРОВОЖДЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Семакин Артем Николаевич
к.ф.-м.н., доцент
arte-semaki@yandex.ru
г. Москва
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Емгушева Галина Петровна
к.ф.-м.н., доцент
galina_emg@bmstu.ru
г. Москва
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана,
Московский государственный университет геодезии и картографии

Аннотация. В статье представлены укрупненные дидактические единицы, сформированные по методике П.М. Эрдниева для пары связанных дисциплин «Линейная алгебра» и «Когнитивные технологии сопровождения дисциплины “Линейная алгебра”» (КТСД ЛА). Каждая укрупненная дидактическая единица распределена в равной мере между обеими дисциплинами. Содержание той ее половины, которая относится к линейной алгебре, соответствует стандартной программе этой дисциплины. Половина, относящаяся к КТСД ЛА, носит вспомогательный характер и формируется на базе аналитической геометрии в тесной связи с положениями линейной алгебры, включенными в первую половину дидактической единицы. Связь между обеими половинами дидактической единицы выстраивается по принципам дополнительности методов обучения и пространственного и временного совмещения взаимосвязанных элементов знания. Такой подход позволяет погрузить сложную для восприятия абстрактную линейную алгебру в контекст достаточно простой аналитической геометрии, что заметно облегчает усвоение учебного материала линейной алгебры. Важной частью укрупненных дидактических единиц являются многокомпонентные задания. Мы приводим структуру используемого нами варианта таких заданий и подробно описываем назначение каждой его компоненты. В качестве примера приводится подробное описание нескольких укрупненных дидактических единиц (теоретическое наполнение и многокомпонентные задания). Подробно описывается взаимосвязь между их половинами, относящимися к линейной алгебре и КТСД ЛА, и на этих примерах показывается, как именно такое разнесение дидактической единицы по двум параллельным дисциплинам помогает студентам лучше и быстрее воспринимать учебный материал линейной алгебры.

Ключевые слова: укрупненная дидактическая единица, многокомпонентное задание, линейная алгебра.

Введение

Методика укрупнения дидактических единиц предполагает подачу учебного материала той или иной учебной дисциплины крупными блоками (или укрупненными дидактическими единицами), сформированными по принципам дополнительности методов обучения и пространственного и временного совмещения взаимосвязанных элементов знания (Эрдниев, 1986). Принцип дополнительности заключается в подаче одного и того же

знания одновременно с разных точек зрения или на разных уровнях восприятия (например, абстрактном и визуальном). Принцип пространственного и временного совмещения предполагает совместное и одновременное изучение родственных знаний. Применение этих принципов приводит к снижению трудоемкости усвоения и повышению степени понимания учебного материала.

Системное усвоение нового знания не обеспечивается лишь восприятием его крупными блоками. Глубокое осмысленное понимание внутренних связей между различными элементами знания, способность самостоятельного оперирования ими достигается в процессе решения разнообразных познавательных задач. Поэтому важное место в методике укрупнения дидактических единиц занимают особым образом подобранные многокомпонентные задания, представляющие собой наборы взаимосвязанных задач, которые позволяют учащимся отрабатывать стандартные приемы работы с изучаемыми элементами знания, выявлять неочевидные зависимости между ними, а также учиться самостоятельно ставить перед собой задачи исходя из имеющегося набора знаний. Важность последнего отмечается в исследованиях (Маренич, 2016; Marenich, 2019).

Несмотря на показанные в научных работах (Эрдниев, 1986) обширные возможности применения многокомпонентных заданий в учебном процессе, в настоящее время не существует готовых задачников с подобными заданиями, охватывающими те или иные учебные дисциплины в целом. Поэтому задача разработки комплектов многокомпонентных заданий для конкретных дисциплин, в том числе и математических, все еще актуальна.

В последние годы многие преподаватели вузов и учителя школ занимаются подготовкой многокомпонентных заданий для проведения занятий, что находит свое отражение в различных научно-методических публикациях. В зависимости от целевой аудитории (школьники или студенты) и вида дисциплин предлагаются те или иные вариации многокомпонентных заданий, а также различные способы их формирования.

Например, в исследовании (Микерова, 2022) приводятся наборы занимательных задач по арифметике для младшей школы, позволяющие как отрабатывать технику счета, так и развивать логическое мышление, интуицию и воображение через самостоятельное выявление математических закономерностей в предложенных примерах и составление собственных задач. В исследовании (Ульянова, 2016) для формирования блоков укрупненных задач по геометрии в рамках средней школы предлагаются такие инструменты как прямые и деформированные граф-схемы и таблицы. Там же приводится ряд примеров на их применение. В исследовании (Мантусов, 2021) указывается на возможность использования современных компьютерных технологий для подбора оптимальных исходных данных в процессе формирования пула задач с примером на теорему Пифагора.

Можно привести примеры и для ряда дисциплин высшей школы. В исследовании (Ястребов, 2017) приводится пример составления многокомпонентного задания (решить данную прямую задачу, составить и решить обратную задачу и т.д.) по математическому анализу на тему второго замечательного предела. В работе (Кипяткова, 2018) показан аналогичный пример составления многокомпонентного задания для теории вероятностей на тему сложения и умножения вероятностей, а в статье (Мантусов, 2021) дается система задач по равномерному распределению для той же дисциплины. В статье (Мучкаева, 2022) рассматриваются комплексные задачи по векторному и тензорному анализу, предполагающие одновременную работу с векторами и тензорами. Наконец, в работе (Харитонова, 2015) представлена серия задач на геометрические векторы, где каждая последующая задача в том или ином смысле укрупняет предыдущую.

В нашей предыдущей статье (Семакин, 2021) мы показали, что методика укрупнения дидактических единиц, связывая в единое целое материал учебных дисциплин «Аналитическая геометрия» и «Линейная алгебра», снижает трудоемкость усвоения и повышает степень понимания абстрактных понятий линейной алгебры студентами с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ), обучающимися в головном учебно-исследовательском и методическом центре (ГУИМЦ) МГТУ им. Н.Э. Баумана. Поскольку в

учебных планах ГУИМЦ заложен временной разрыв между этими дисциплинами продолжительностью до двух семестров, для реализации принципов дополнительности методов обучения и пространственного и временного совмещения взаимосвязанных элементов знания рассматриваемой методики было предложено использовать вспомогательную дисциплину «Когнитивные технологии сопровождения дисциплины “Линейная алгебра”» (КТСД ЛА), которая идет параллельно с линейной алгеброй и основывается на материале уже изученной к этому времени аналитической геометрии.

Возможность применения методики укрупнения дидактических единиц к другим парам математических дисциплин, преподаваемым студентам ГУИМЦ, кратко отмечается нами в (Емгушева, 2020).

Данная статья является прямым продолжением работы (Семакин, 2021). В (Семакин, 2021) мы обсуждали общую структуру дисциплины КТСД ЛА в ее связях с линейной алгеброй. Здесь мы рассматриваем уже непосредственно укрупненные дидактические единицы, увязывающие между собой учебные темы, представленные как в КТСД ЛА, так и в линейной алгебре, причем отдельное внимание уделяется практической составляющей – многокомпонентным заданиям.

Структура статьи следующая. Во втором разделе описывается состав типичной укрупненной дидактической единицы и детально характеризуется общая структура используемых нами многокомпонентных заданий. В третьем разделе приводится содержание конкретных укрупненных дидактических единиц с входящими в них многокомпонентными заданиями.

Укрупненные дидактические единицы и многокомпонентные задания

По методике укрупнения дидактических единиц подача учебного материала идет в виде последовательности укрупненных дидактических единиц, включающих теоретические знания и практические задачи. В нашем случае каждая укрупненная дидактическая единица распределяется в равной мере между двумя параллельными дисциплинами – базовой (линейная алгебра) и вспомогательной (КТСД ЛА). Содержательные связи между ними представлены в виде таблицы в нашей предыдущей работе (Семакин, 2021, 70). Каждая строка той таблицы соответствует одной или двум укрупненным дидактическим единицам. Для наглядности мы приводим эту таблицу и здесь (см. табл. 1)

Таблица 1

Соотношение тем занятий по КТСД ЛА и линейной алгебре

№	КТСД ЛА	Линейная алгебра
1	Числовые матрицы и геометрические векторы: линейные операции и линейная зависимость.	Линейные пространства. Линейная зависимость. Базис.
2	Обратная матрица. Скалярное произведение геометрических векторов.	Переход к новому базису. Евклидово пространство. Ортонормированный базис.
3	Матричные уравнения.	Линейные операторы и их матрицы
4	Однородные системы линейных алгебраических уравнений.	Собственные числа и собственные векторы линейных операторов.
5	Алгебраические уравнения третьей степени.	Сопряженные и самосопряженные операторы, их матрицы. Ортогональное преобразование.
6	Кривые и поверхности второго порядка, их вид и канонические уравнения.	Квадратичные формы. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду.

Структура типичной укрупненной дидактической единицы показана на рисунке 1. Как видно из этого рисунка, она делится на две относительно независимые части, рассматриваемые параллельно на КТСД ЛА и линейной алгебре соответственно. Каждая часть включает в себя два блока – теорию и многокомпонентное задание.

Часть укрупненной дидактической единицы, относящаяся к линейной алгебре, является главной и может рассматриваться на занятиях даже, если по каким-либо причинам вспомогательная часть, относящаяся к КТСД ЛА, своевременно не отрабатывается со студентами. Данный подход придает связи между КТСД ЛА и линейной алгеброй необходимую степень гибкости, позволяющую преподавателям, ведущим данные дисциплины, оперативно подстраиваться под текущую ситуацию. Например, какие-то занятия могут попасть на нерабочие дни и не быть проведены вовремя.

Рис. 1. Структура типичной укрупненной дидактической единицы

Теоретическое наполнение линейной алгебры при формировании укрупненных дидактических единиц каким-либо образом не меняется и включает набор тем, стандартных для данной дисциплины. Вопрос теоретического наполнения КТСД ЛА подробно рассмотрен в (Семакин, 2021).

Важной частью методики укрупнения дидактических единиц выступают многокомпонентные задания. На рисунке 2 приводится разбитый на уровни сложности состав типичного многокомпонентного задания. Такое задание в общем случае включает в себя следующие компоненты (Эрдниев, 1986):

1-ый уровень сложности – решить данную прямую задачу;

2-ой уровень сложности – составить и решить обратную и аналогичную данной задачи;

3-ий уровень сложности – составить и решить задачу, полученную из данной тем или иным обобщением.

Разумеется, в каждом конкретном случае какие-либо компоненты могут быть исключены или усилены. Например, можно исключить задание на составление обобщенной задачи. А можно, наоборот, усилить это задание, потребовав от студентов составить и решить задачу, обратную к уже составленной ими обобщенной задаче.

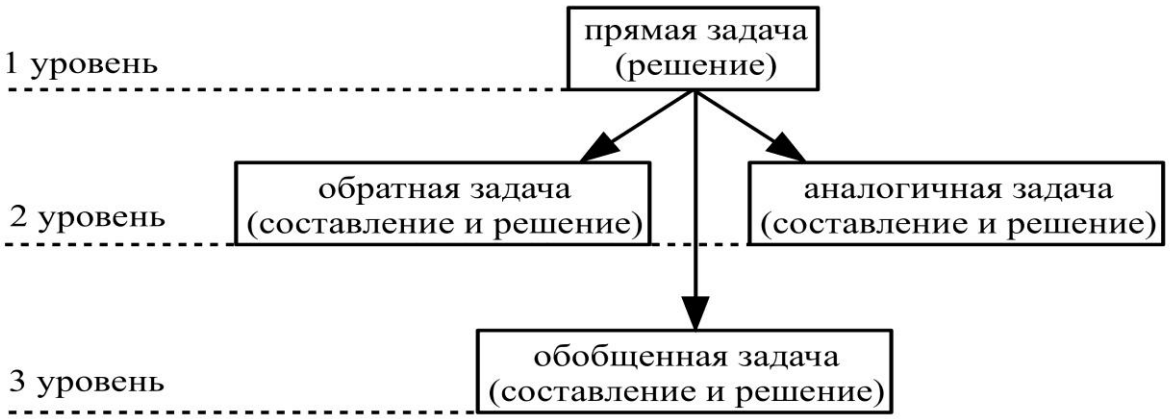

Рис. 2. Компоненты типичного многокомпонентного задания, распределенные по уровням сложности

Прямая задача выступает начальным компонентом многокомпонентного задания и представляет собой обычное готовое математическое упражнение. Она используется для выработки у студентов базовых умений и навыков работы с изучаемыми математическими объектами и зависимостями между ними.

Обратная задача получается, когда в условие исходной прямой задачи вводится ее ответ, а одно из условий переводится в разряд неизвестных. Основное предназначение обратных задач – это развитие навыков самоконтроля правильности решения поставленных прямых задач. Работа с обратной задачей делится на два этапа: составление обратной задачи по данным из прямой и ее решение. Первый этап не менее важен, чем второй. На этом этапе студенты учатся самостоятельному поиску способов проверки исходных задач, что является важным практическим навыком любого специалиста. Отметим, что во время групповых работ на семинарах студенты часто предлагают различающиеся варианты обращения одной и той же прямой задачи. Это приучает их к мысли, что выполнение одного и того же задания может идти разными путями, и все они будут правильными. В (Эрдниев, 1986) приводится ряд важных особенностей работы с обратными задачами: составляя и решая обратные задачи, студенты самостоятельно выявляют существующие взаимно обратные зависимости между различными математическими величинами и овладевают как новыми связями между известными им мыслями, так и новыми, более сложными формами рассуждений, что в совокупности приводит к существенному улучшению понимания преподаваемого учебного материала и к более прочному закреплению полученных знаний.

Задание на составление и решение задачи, аналогичной данной, направлено на выработку у студентов навыков на самостоятельную постановку и решение проблем на базе имеющихся у них знаний и умений. Хотя и составление задачи, и решение готовой задачи выполняются на основе одних и тех же знаний, эти процессы требуют разного подхода к ним. Составление задачи всегда предполагает определенную степень произвольности в выборе ее элементов, что заставляет студентов более детально и подробно рассматривать имеющийся учебный материал при выборе подходящих математических объектов и нужных математических зависимостей для составления непротиворечивого и полного условия задачи. Отметим, что лишь незначительная часть информации, используемой при составлении задачи, включается в ее условие (Эрдниев, 1986). Это означает, что составление задач требует от студентов более интенсивной работы с учебным материалом и одновременно задействует более широкий объем знаний, чем просто решение готовых задач. Также важно помимо составления задач от студентов требовать еще и их решение, поскольку это заставляет самих студентов более внимательно и тщательно подходить к формированию их условий.

В отличие от аналогичной задачи, которая имеет тот же уровень сложности, что и исходная прямая, обобщенная задача должна быть в том или ином отношении сложнее. Например, она может содержать менее очевидные и прямые связи между данными и неизвестными величинами, привлекать математические объекты более сложной природы, одновременно задействовать больше различных элементов изучаемого учебного материала и т.д. Работа по обобщению заставляет студентов выходить за рамки ограниченного набора рассматриваемых стандартных практических задач и искать новые способы применения полученных знаний, одновременно расширяя и углубляя их. Отсюда вытекает предназначение обобщенных задач – развитие у студентов творческого мышления и способности к исследовательской деятельности. Поскольку на это требуется довольно много времени, нормальной является ситуация, когда в студенческой группе на занятии лишь несколько человек предлагают действительно обобщенные задачи, а не просто аналогичные прямой.

Примеры

Рассмотрим содержание конкретных укрупненных дидактических единиц, при этом основное внимание будем уделять тем их частям, которые относятся к КТСД ЛА.

На рисунке 3 представлена укрупненная дидактическая единица №1 «Линейное пространство и линейные операции», с которой начинается учебный процесс по линейной алгебре и КТСД ЛА.

Рис. 3. Состав укрупненной дидактической единицы №1

На КТСД ЛА мы рассматриваем числовые матрицы и геометрические векторы, а также линейные операции над ними (сложение и умножение на число). Числовая матрица и геометрический вектор – это два совершенно разных математических объекта. Матрица определяется как таблица чисел, а вектор – как направленный отрезок прямой. Соответственно, линейные операции для них также вводятся по-разному – аналитически для матриц в виде серии арифметических действий над их элементами и геометрически для векторов путем ряда геометрических построений. Этот материал уже изучался студентами ранее в рамках аналитической геометрии. На занятии по КТСД ЛА мы лишь актуализируем данные знания, обеспечивая требуемый уровень однородности по знаниям и умениям у студенческих групп в целом.

После чего мы фокусируем внимание студентов на том важном моменте, что, несмотря на качественную разницу в способах задания линейных операций для матриц и векторов, они обозначаются одинаково и имеют одинаковые свойства, которые, в свою очередь, выражаются одними и теми же математическими формулами, справедливыми как для матриц, так и для векторов. Например, коммутативный закон сложения имеет вид :

$$a + b = b + a,$$

где под символами a и b понимаются либо матрицы, либо векторы, и в зависимости от этого выбора в качестве знака $+$ используется соответствующая операция сложения для матриц или векторов. Мы подводим студентов к пониманию того факта, что объекты разной природы можно рассматривать с единой точки зрения, опирающейся на общие для них всех понятия, утверждения и т.д., если абстрагироваться от конкретных способов их задания. Отметим, что здесь работа идет на визуальном уровне – за каждым символом стоит определенный видимый объект, каждая операция задается серией осязаемых манипуляций с этими объектами.

Далее на занятиях по линейной алгебре вводится понятие линейного пространства как некоторого абстрактного множества элементов произвольной природы с линейными операциями, заданными через свои свойства. Это уже абстрактный уровень. Здесь работа ведется не с конкретными объектами, которые можно увидеть и потрогать руками, а лишь с

условными символическими обозначениями, которые могут привязываться к совершенно разным объектам в разных контекстах. Даже обычные здоровые студенты испытывают немалые трудности с восприятием и усвоением подобных обобщенных понятий, когда впервые с ними сталкиваются. В нашем случае при встрече с данным понятием студенты начинают мыслить по аналогии – если можно сформулировать общие теоретические положения, справедливые как для матриц, так и для векторов, то это же можно сделать и для множества других объектов. В результате понятие линейного пространства воспринимается и усваивается ими гораздо легче и быстрее.

Наконец, представим один из возможных вариантов многокомпонентного задания для первой части (КТСД ЛА) рассматриваемой укрупненной дидактической единицы:

1. Пусть заданы матрицы A и B. Вычислить (а) $A + B$, (б) $3 \cdot A$;

2. Составить задачи, обратные задаче 1, предполагая, что определяемые в задаче 1 величины изначально известны, а какая-либо известная величина, наоборот, подлежит определению. Решить составленные задачи;

3. Составить задачу, аналогичную задаче 1, для геометрических векторов. Решить ее.

4. Составить задачи, обратные задаче 3. Решить их;

5. Обобщить отдельно задачи 1 и 3, задействовав в каждой формулировке одновременно все линейные операции. Решить полученные задачи.

Переходим к укрупненной дидактической единице №2 «Линейная зависимость и базис». В ее первой половине (КТСД ЛА) мы актуализируем введенные ранее в курсе аналитической геометрии понятия линейной зависимости числовых матриц и геометрических векторов. Отмечаем, что эти понятия полностью идентичны и их можно свести к одному универсальному понятию линейной зависимости, справедливой как для матриц, так и для векторов. Линейная зависимость рассматривается на визуальном уровне. Мы разбираем, как выглядят линейно зависимые матрицы и векторы, что они из себя представляют и какие у них общие свойства, несмотря на принципиально разные способы задания. Во второй половине (линейная алгебра) мы вводим понятие линейной зависимости для объектов некоторой произвольной природы. Это абстрактный уровень. Сами объекты не конкретизируются. Их нельзя увидеть или представить. Однако, равно как и в случае с укрупненной дидактической единицей №1, здесь работает принцип аналогии, позволяющий студентам воспринимать и усваивать абстрактное понятие, используя в качестве мыслительной опоры простой визуальный аналог. Далее на базе введенного понятия линейной зависимости раскрывается тема базиса линейного пространства.

Приведем пример многокомпонентного задания для первой половины (КТСД ЛА) укрупненной дидактической единицы №2:

1. Три вектора на плоскости $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ заданы своими длинами и углами отклонения от оси Ox. Установить линейную зависимость этих векторов;

2. Составить задачи, обратные задаче 1, введя в исходное условие факт линейной зависимости векторов и исключив из него одну из известных величин. Решить составленные задачи;

3. Для матриц составить задачу, аналогичную задаче 1. Решить ее;

4. Составить задачи, обратные задаче 3. Решить их;

5. Обобщить задачу 4 на большее количество матриц и связывающих их отношений линейной зависимости.

Сделаем небольшое замечание. Если студенты сводят задачу 4 к необходимости решить матричное уравнение, выражающее заданную линейную зависимость между матрицами, то мы ожидаем, что хотя бы 1-2 студента из учебной группы при работе над задачей 5 придут к системе матричных уравнений, отражающих линейные зависимости внутри нескольких частично пересекающихся наборов матриц.

В совокупности укрупненные дидактические единицы №1 и №2 занимают 1 занятие по КТСД ЛА, 2 семинара и 1 лекцию по линейной алгебре и соответствуют первой строке табл. 1. Вторая строчка этой таблицы также представлена двумя укрупненными

дидактическими единицами, а каждой из оставшихся четырех строк соответствует одна такая единица.

Коротко рассмотрим укрупненную дидактическую единицу №8 «Квадратичные формы и их геометрические приложения», представляющую последнюю строчку табл. 1. и завершающую парный курс линейной алгебры и КТСД ЛА.

На КТСД ЛА мы рассматриваем алгебраические уравнения второй степени относительно двух переменных x, y, а также задаваемые ими кривые на плоскости и цилиндрические поверхности в пространстве. В курсе аналитической геометрии кривые и поверхности рассматриваются изолированно друг от друга, что обычно оставляет в памяти студентов устойчивую ассоциацию – две переменные в уравнении означают плоскую фигуру, а три переменные указывают на поверхность в пространстве. Здесь мы показываем, что одно и то же уравнение может использоваться для описания как плоских, так и пространственных фигур. Также мы разбираем преобразование параллельного переноса, позволяющего переносить начало координат в центр изучаемой фигуры и убирать из уравнения линейные слагаемые, оставляя лишь слагаемые второй степени и свободный член.

В рамках занятий по линейной алгебре сначала мы рассматриваем общую теорию квадратичных форм, включая приведение к каноническому виду методом ортогонального преобразования. Далее снова возвращаемся к алгебраическому уравнению второй степени и показываем, что его старшие члены как раз и образуют квадратичную форму, а применение к ним ортогонального преобразования эквивалентно повороту координатных осей относительно начала координат до их совпадения с каноническими осями кривой или поверхности, задаваемой данным уравнением.

Такое сочетание тем занятий КТСД ЛА и линейной алгебры позволяет придать теории квадратичных форм практическую направленность, увязывая ее с теорией кривых и поверхностей второго порядка.

Как и в предыдущих двух случаях, приведем пример многокомпонентного задания для первой половины (КТСД ЛА) укрупненной дидактической единицы №8:

1. Дано алгебраическое уравнение кривой второго порядка

$$9x^2 - 6x + 4y^2 + 4y - 2 = 0.$$

Написать каноническое уравнение кривой и определить ее тип. Найти полуоси, координаты центра симметрии и фокусы кривой. Изобразить чертеж на плоскости Oxy. Что из себя представляет поверхность в пространстве $Oxyz$, задаваемая этим же уравнением?

2. Составить задачи, обратные задаче 1, предполагая, что некоторые из определяемых в задаче 1 величин известны, а известная величина, наоборот, подлежит определению. Решить составленные задачи.

3. Составить и решить задачи, аналогичные задаче 1, для кривых, отличающихся по типу от кривой из задачи 1.

4. Обобщить задачу 1. Решить полученные задачи.

Особо выделим задачу 3 на составление и решение аналогичной задачи. Введенное в нее ограничение на тип кривой не позволяет студентам подбирать коэффициенты нового алгебраического уравнения второй степени полностью случайным образом. Для их правильного выбора студентам придется внимательно проанализировать ход решения прямой задачи и определить хотя бы в общих чертах, как значения тех или иных коэффициентов уравнения влияют на тип задаваемой кривой.

Заключение

При первом знакомстве с дисциплиной «Линейная алгебра» на первом или втором курсах университета подавляющему большинству студентов требуются заметные умственные усилия и значительный объем времени для успешного восприятия и усвоения ее абстрактных понятий. Ситуация усугубляется, если у студентов имеются те или иные проблемы со здоровьем и обусловленные этим различные отклонения от учебной нормы.

Для уменьшения трудоемкости освоения линейной алгебры на факультете ГУИМЦ МГТУ им. Н.Э. Баумана мы используем идущую параллельно ей вспомогательную дисциплину КТСД ЛА, содержание которой формируется на основе аналитической геометрии в тесной связи с темами линейной алгебры согласно методике укрупнения дидактических единиц. В частности, мы используем единую для КТСД ЛА и линейной алгебры последовательность укрупненных дидактических единиц, причем каждая такая дидактическая единица распределена в равной степени между КТСД ЛА, отвечающей за визуальный уровень представления учебной информации, и линейной алгеброй, работающей уже на уровне абстракций.

Такой подход позволяет нам размещать учебный материал линейной алгебры в актуализированном контексте более простой для понимания аналитической геометрии. Поскольку в этом случае новые понятия вводятся не сами по себе, а выводятся напрямую или по аналогии из уже знакомых и одновременно более простых элементов знания, их освоение протекает заметно проще и быстрее.

Список литературы

Емгушева Г.П., Семакин А.Н., Чирков Д.М. Использование метода укрупнения дидактических единиц при изучении математических дисциплин студентами с ограниченными возможностями здоровья // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. 2020. № 8. С. 120–126.

Кипяткова О.С., Ястребов А.В. Укрупненные дидактические единицы как средство реализации принципа фундаментальности в обучении математике // Ярославский педагогический вестник. 2018. №3. с. 86–93.

Мантусов А.Б., Анджукаева Н.Б. Применение ЯП PYTHON для формирование УДЕ по теме теорема Пифагора // Методика и технология УДЕ в 21 веке: Материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, посвященной 100-летию со дня рождения академика РАО П.М. Эрдниева. Элиста: Изд-во Калм. ун-та, 2021. С. 76–82.

Мантусов А.Б., Натырова Е.М. Формирование задачной ситуации как средство составления системы задач УДЕ на примере темы «Равномерное распределение» // Недра Калмыкии: Материалы XI региональной студенческой научно-практической конференции, посвященной памяти профессора, доктора геолого-минералогических наук Сергея Сергеевича Кумеева. Элиста: Изд-во Калм. ун-та, 2021. С. 97–102.

Маренич А.С. Возможные пути интеграции математической науки в систему высшего технического образования // Современные наукоемкие технологии. 2016. №4-1. С. 153–157.

Микерова Г.Г. Занимательные задания по технологии укрупненных дидактических единиц как средство развития математической одаренности младших школьников // Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции «Развитие математической одаренности младших школьников в современной образовательной среде». Киров: Межрегиональный центр инновационных технологий в образовании, 2022. С. 99–104.

Мучкаева С.С. Использование элементов технологии укрупнения дидактических единиц в курсе векторного и тензорного анализа // Современные проблемы науки и образования. 2022. №4. URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=31962 (дата обращения: 11.09.2022).

Семакин А.Н., Емгушева Г.П. Повышение эффективности преподавания линейной алгебры посредством методики укрупнения дидактических единиц для студентов с ограниченными возможностями здоровья // Alma Mater (Вестник высшей школы). 2021. № 10. С. 65–71.

Ульянова И.В. Средства обучения учащихся геометрии в контексте укрупнения дидактических единиц // Наука и школа. 2016. №3. С. 82–88.

Харитонова Н.Д. Укрупнение дидактических единиц знаний методами деятельностного подхода в обучении математике студентов вузов // Электронный научно-методический журнал Омского ГАУ. 2015. №2(2). URL: http://e-journal.omgau.ru/index.php/2015-god/2/19-statya-2015-2/150-00039 (дата обращения: 11.09.2022).

Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике: Кн. для учителей. М.: Просвещение, 1986.

Ястребов А.В. Моделирование исследовательской деятельности, УДЕ и второй замечательный предел // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт, инновации: материалы II Международной научно-практической конференции, посвященной 125-летию П.А. Ларичева. Вологда: ИП Киселёв А.В., 2017. С. 170–176.

Marenich A.S. Specifics of mathematical education in a technical higher educational institution // Современная математика и концепции инновационного математического образования. 2019. Т. 6, №1. С. 338–344.

ENLARGED DIDACTIC UNITS AND MULTICOMPONENT TASKS IN COGNITIVE TECHNOLOGIES FOR LINEAR ALGEBRA

Semakin A. N.
Cand. Sci (Phys. and Math.)
associate professor
arte-semaki@yandex.ru
Moscow
Bauman Moscow State Technical University

Emgusheva G. P.
Cand. Sci (Phys. and Math.)
associate professor
galina_emg@bmstu.ru
Moscow
Bauman Moscow State Technical University, Moscow State University of Geodesy and Cartography

Abstract. The enlarged didactic units formed according to the method of P.M. Erdniev are described for a pair of related disciplines "Linear Algebra" and "Cognitive Technologies for Linear Algebra" (CT LA). Every enlarged didactic unit is distributed equally between both disciplines. The content related to linear algebra corresponds to the standard program of this discipline. The content related to CT LA is of an auxiliary nature. It is formed on the basis of analytic geometry in the close connection with the theory of linear algebra. The connection between both parts of the didactic unit is made according to the principles of complementarity of teaching methods and spatial and temporal combination of interrelated elements of knowledge. This approach makes it possible to immerse abstract linear algebra, which is difficult to perceive, into the context of simple analytic geometry. An important part of the enlarged didactic units is multicomponent tasks. We present the structure of a typical multicomponent task and describe in detail the purpose of each of its components. Also, a detailed description of several enlarged didactic units (theoretical content and multicomponent tasks) is given. This description shows how such a division of a didactic unit into two parts helps students to better and faster perceive the educational material of linear algebra.

Keywords: enlarged didactic unit, multicomponent task, linear algebra.

References

Emgusheva, G. P., Semakin, A. N., Chirkov, D. M. (2020). Ispol'zovanie metoda ukrupneniya didakticheskikh edinits pri izuchenii matematicheskikh distsiplin studentami s ogranichennymi vozmozhnostyami zdorov'ya. *Aktual'nye problemy prepodavaniya matematiki v tekhnicheskom vuze*, 8, 120-126.

Erdniev, P. M., Erdniev, B. P. (1986). *Ukrupnenie didakticheskikh edinits v obuchenii matematike: Kn. dlya uchiteley*. Moscow: Prosveshhenie. (In Russ)

Kharitonova, N. D. (2015). Ukrupnenie didakticheskikh edinits znaniy metodami deyatel'nostnogo podkhoda v obuchenii matematike studentov vuzov. *Elektronnyy nauchno-metodicheskiy zhurnal Omskogo GAU*, 2(2), 1-6. Retrieved from: http://e-journal.omgau.ru/index.php/2015-god/2/19-statya-2015-2/150-00039.

Kipyatkova, O. S., Yastrebov, A. V. (2018). The integrated didactic units as a means of implementing the principle of fundamentality in mathematics training. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 3, 86-93. (In Russ., abstract in Eng.)

Mantusov, A. B., Anjukaeva, N. B. (2021). *Primenenie YaP PYTHON dlya formirovanie UDE po teme teorema Pifagora* [The use of Python yap for the formation of an ODE on the topic of the Pythagorean theorem]. *Metodika i tekhnologiya UDE v 21 veke: Materialy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem, posvyashchennoy 100-letiyu so dnya rozhdeniya akademika RAO P.M. Erdnieva* (pp. 76-82). Elista: Izd-vo KGU. (In Russ.)

Mantusov, A. B., Natyrova, E. M. (2021). Formirovanie zadachnoy situatsii kak sredstvo sostavleniya sistemy zadach UDE na primere temy «Ravnomernoe raspredelenie» [Formation of a problem situation as a means of compiling a system of UDE problems with an example on the topic “Uniform distribution”]. *Nedra Kalmykii: Materialy XI regional'noy studencheskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, posvyashchennoy pamyati professora, doktora geologo-mineralogicheskikh nauk Sergeya Sergeevicha Kumeeva* (pp. 97-102). Elista: Izd-vo KGU. (In Russ.)

Marenich, A. S. (2016). Possible ways of integration system mathematical sciences in higher technical education. *Modern high technologies*, 4-1, 153-157. (In Russ., abstract in Eng.)

Marenich, A. S. (2019) Specifics of mathematical education in a technical higher educational institution. Modern mathematics and concepts of innovative mathematics education, 6(1), 338-344.

Mikerova, G. G. (2022). Zanimatel'nye zadaniya po tekhnologii ukrupnennykh didakticheskikh edinits kak sredstvo razvitiya matematicheskoy odarennosti mladshikh shkol'nikov [Entertaining tasks on the technology of enlarged didactic units as a means of developing the mathematical talent of younger students]. *Sbornik materialov Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Razvitie matematicheskoy odarennosti mladshikh shkol'nikov v sovremennoy obrazovatel'noy srede»* (pp. 99-104). Kirov: Interregional Center for Innovative Technologies in Education. (In Russ.)

Muchkaeva, S. S. (2022). The use of elements of didactic unit enlargement technology in the course of vector and tensor analysis. *Modern problems of science and education*, 4, 1-8. Retrieved from: https://science-education.ru/ru/article/view?id=31962. (In Russ., abstract in Eng.)

Semakin, A. N., Emgusheva, G. P. (2021) Way to improve efficiency of teaching linear algebra to students with health disabilities by means of enlarged didactic units. *Alma Mater (higher school bulletin)*, 10, 65-71. (In Russ., abstract in Eng.)

Ulyanova, I. V. (2016). Means of teaching pupils the geometry in the context of the enlargement of didactic units. *Science and School*, 3, 82-88. (In Russ., abstract in Eng.)

Yastrebov, A. V. (2017). *Modelirovanie issledovatel'skoy deyatel'nosti, UDE i vtoroy zamechatel'nyy predel* [Modeling of research activity, UDE and the second remarkable limit]. *Zadachi v obuchenii matematike, fizike i informatike: teoriya, opyt, innovatsii: materialy II Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, posvyashchennoy 125-letiyu P.A. Laricheva* (pp. 170-176). Vologda: IP Kiselev A.V. (In Russ)