DOI: 10.24888/2500-1957-2023-3-69-77

УДК 372.851

ТЕХНОЛОГИЯ ЗАДАЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ

Ганичева Антонина Валериановна
к. ф.-м. н., доцент
tgan55@yandex.ru
г. Тверь
Тверская государственная сельскохозяйственная академия

Ганичев Алексей Валерианович
alexej.ganichev@yandex.ru
г. Тверь
Тверской государственный технический университет

Аннотация. Разработка информационных технологий обучения является одной из важных проблем повышения эффективности образовательного процесса. Эта проблема может быть успешно решена только в результате междисциплинарных исследований на основе системного подхода математиков, педагогов, специалистов по интеллектуальным информационно-коммуникационным технологиям и психологов. Применение математических методов, алгоритмов и шаблонов особенно актуально в условиях современной цифровизации учебного процесса. Целью статьи является разработка нового метода создания специального вида формализованных конструкций – шаблонов, предназначенных для поддержки решения математических задач. Под шаблонами понимаются математические конструкции, предназначенные для решения задач путем подстановки в них исходных данных. В данной статье авторами разработаны четыре новых вида математических шаблонов: 1) вычисление производных сложных функций; 2) задачи, сводящиеся ко второму замечательному пределу; 3) задачи из раздела «Алгебра событий»; 4) задания на составление систем уравнений Колмогорова в теории массового обслуживания. Для повышения наглядности излагаемого материала методы разработки шаблонов рассмотрены на конкретных примерах. Использование шаблонов повышает эффективность обучения, делает его интерактивным, повышает интерес обучаемых к рассматриваемой задаче. Пошаговый процесс конструирования шаблонов позволяет выявлять ошибки процесса решения задачи и своевременно формировать подсказки при возникновении затруднений у обучаемых. Также пошаговая конструкция позволяет легко составлять алгоритмы и программы на различных языках программирования. Шаблоны решения будут составлять основу базы моделей для систем поддержки решения математических задач при внедрении новых цифровых технологий в учебный процесс.

Ключевые слова: обучение математике, производная сложной функции, второй замечательный предел, алгебра событий, система уравнений Колмогорова.

Введение

В математическом образовании применяются различные методы и алгоритмы решения задач. Например, методы вычисления определенных интегралов, оптимизации и т.д.; алгоритмы нахождения обратной матрицы, векторного произведения и другие. Кроме методов и алгоритмов можно выделить промежуточные между ними математические конструкции, например, шаблоны. Под шаблонами будем понимать специальные

формализованные математические конструкции, предназначенные для решения задач путем подстановки в них исходных данных. Примерами шаблонов являются таблицы основных производных, интегралов и разложения функций в ряды, образцы решения типовых задач (примеров), которые находят применение в одной или нескольких предметных областях. Шаблоны решения задач могут быть реализованы разными алгоритмами и запрограммированы.

Применение математических методов, алгоритмов и шаблонов особенно актуально в условиях цифровизации учебного процесса. Важность решения данной проблемы определяется тем, что инновационные образовательные технологии требуют применения современного математического аппарата.

Использование шаблонов повышает эффективность обучения. Суть метода «шаблонов» кратко заключается в следующем: «делай, как показано». Шаблоны – это своеобразные подсказки для обучаемых, которые должны появляться вовремя и в нужном месте дерева решения задачи. К созданию шаблонов надо подходить творчески. Не следует загромождать учебные дисциплины большим количеством шаблонов. Для обучения выбираются только самые необходимые из подходящих для решения данного класса задачи.

В математическом анализе у обучаемых возникают трудности при вычислении производных сложных функций. Трудности связаны с введением промежуточных аргументов. Возникают также трудности с вычислением примеров, сводящихся ко второму замечательному пределу. В теории вероятностей задачи из раздела «Алгебра событий» многими обучаемыми плохо воспринимаются и трудно решаются без шаблонов. При моделировании систем проблемы часто возникают при составлении систем уравнений Колмогорова. Поэтому для данной ситуации необходим шаблон для типового случая – работы малого предприятия (число каналов обслуживания равно двум). Данный шаблон легко распространяется на большее число каналов.

Целью исследования является разработка нового метода создания специального вида конструкций для поддержки решения математических задач-шаблонов.

Обзор литературы

В научных публикациях проблема разработки информационных образовательных математических технологий раскрыта достаточно основательно. В статье (Токмалаева, 2013) приведены понятие и виды информационных технологий. Раскрыты возможности применения информационных технологий при изучении математики. Новые инновационные педагогические технологии, которые получили широкое применение в процессе обучения математике, рассмотрены в статье (Мардонов, 2017), показаны особенности их использования в учебном процессе. Обстоятельный обзор возможностей автоматизированной поддержки принятия решений дан в работе (Рыбаков, 2018). Обосновывается важность данной проблемы для подготовки специалистов цифрового производства. Рассматривается применение системы автоматизированной поддержки информационных решений в учебном процессе.

В публикациях отмечается, что для информатизации процесса преподавания математических дисциплин требуется специальное программное обеспечение (Власов, 2020), создание интерактивных автоматизированных обучающих программных комплексов, а также разработка методик автоматизированного взаимодействия учебного комплекса с обучающимися (Зубаков, 2008).

Внедрение в учебный процесс цифровых технологий требует новых подходов к организации учебной деятельности. В статье (Магомедов, 2008) конструируется логико-информационная модель организации учебной деятельности, в которой структурируются учебные модули по уровням профессиональной компетентности.

Подробно проблемы информационных образовательных технологий рассмотрены в монографиях (Печников, 2014), (Юрков, 2010). Монография (Печников, 2014) посвящена вопросам проектирования автоматизированных обучающих систем. Для создания таких систем используются информационно-коммуникационные технологии. В данной

монографии формулируются требования к эффективности автоматизированных обучающих систем. Рассматривается моделирование результатов оценки учебного процесса в цифровой среде. В монографии (Юрков, 2010) рассмотрена проблема повышения эффективности управления интеллектуальными компьютерными обучающими системами в слабо формализованных предметных областях за счет разработки методов и алгоритмов решения задач ситуационного управления процессом обучения. Отмечается необходимость интенсификации образовательного процесса на основе разработки адаптивных систем управления. Научно-практическая проблема разработки методов и алгоритмов управления компьютерными системами обучения базируется на системном подходе.

В ряде статей рассматривается применение инновационных технологий для разработки обучающих технологий по математическим дисциплинам. Обучающие программы, обеспечивающие интерактивную поддержку процесса решений задач и их автоматизированную оценку, разработаны в статье (Смирнова, 2014). Интеллектуальные обучающие системы, основанные на нейросетевых технологиях, предложены в работе (Герасимчук, 2018). В статье (Ганичева, 2018) предлагается использовать для разработки обучающих систем (обучающего учебника, онтологий учебного пособия) аппарат теории формальных грамматик и языков.

В статье (Кирилина, 2017) отмечается, что электронное учебное пособие по математике способствует хорошей успеваемости студентов.

Дальнейшим развитием и детализацией рассмотренных в данном анализе проблем является разработка конкретных шаблонов образовательных математических систем. Такие шаблоны могут составлять объекты базы моделей цифровых систем поддержки решения математических задач.

Основная часть

1. Вычисление производных сложных функций

Сначала преподаватель приводит классическое объяснение процедуры вычисления производных сложных функций. После решения нескольких примеров вместе с обучаемыми разрабатывает шаблон, сводящийся к следующему алгоритму.

Здесь выделяются три основных типа сложных функций, нахождение производных которых рассмотрим на конкретных примерах

1. Найти производную y', если $y = \sin(\cos(e^{\cos x}))$.

1) Двигаемся по цепочке записи функции слева направо.

2) Первую встретившуюся функцию заменяем на ее производную, т.е. $\sin()$ заменяем на $\cos()$, причем все, что стоит в скобках, оставляем без изменения. Ставим знак «умножить».

3) Переходим в следующей функции. В нашем примере это функция $\cos()$. Заменяем ее на производную от $\cos()$, т.е. на $\sin()$, сохраняя в скобках все без изменений. Это второй сомножитель. Между сомножителями ставим знак «умножить».

4) Следующая функция $e^{\cos x}$. Оставляем ее без изменения. Это третий сомножитель. Ставим перед ним знак «умножить».

5) Последнее действие – заменяем $\cos x$ на $-\sin x$. Это четвертый сомножитель.

Итак, в результате указанных преобразований получим:

$$y' = \cos(\cos(e^{\cos x})) \cdot (-\sin(e^{\cos x})) \cdot e^{\cos x}(-\sin x).$$

2. Найти производную y', если $y = \sin(\cos^2(\sin 2x))$..

1) Двигаемся слева направо.

2) Первую функцию $\sin()$ заменяем на $\cos()$, оставляем без изменения то, что в скобках. Ставим знак умножения.

3) Следующая операция – возведение косинуса в квадрат. Заменяем $\cos^2(x)$ на $2\cos()$, оставляя без изменения то, что в скобках. Это следующий сомножитель.

4) Заменяем $\cos()$ на $-\sin()$ с сохранением содержимого скобок. Умножаем произведение $\cos() \cdot 2\cos()$ на $-\sin()$.

5) Переходим к функции $\sin 2x$. Заменяем $\sin()$ на $\cos()$ и умножаем произведение, полученное на шаге 4) на $\cos 2x$.

6) Ищем производную от последней функции $2x$. Это число 2. Умножаем произведение, полученное на шаге 5), на 2.

В итоге будем иметь:

$$y' = \cos\left(\cos^2(\sin 2x)\right) \cdot 2\cos(\sin 2x) \cdot \left(-\sin\left(\sin 2x\right)\right) \cdot \cos 2x \cdot 2.$$

3. Найти производную y', если $y = \sin(\ln(\cos(3x+1)))$.

1) Двигаемся слева направо.
2) Заменяем $\sin()$ на $\cos()$, сохраняя содержимое скобок.
3) Заменяем $\ln()$ на $1/()$ и умножаем то, что получилось на шаге 2), на $1/()$.
4) Заменяем $\cos()$ на $-\sin()$ и умножаем произведение шага 3) на $-\sin()$.
5) Находим производную от функции $3x+1$ (это будет 3) и умножаем произведение шага 4) на 3.

В результате будем иметь:

$$y' = \cos(\ln(\cos(3x+1)) \cdot \frac{1}{\cos(3x+1)} \cdot (-\sin(3x+1)) \cdot 3.$$

2. Задачные конструкции вычисления второго замечательного предела

Рассмотрим второй замечательный предел

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+a}{x+b}\right)^{cx}. \qquad (1)$$

Шаги алгоритма 1) – 5) будем показывать цифрами над знаком «стрелка».

Имеем: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+a}{x+b}\right)^{cx} \overset{1}{\to} \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+a+(b-a)-(b-a)}{x+b}\right)^{cx} \overset{2}{\to} \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+b}{x+b}-\frac{b-a}{x+b}\right)^{cx} \overset{3}{\to}$

$\overset{3}{\to} \lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{b-a}{x+b}\right)^{cx} \overset{4}{\to} \lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{b-a}{x+a}\right)^{-\frac{x+b}{b-a}\left(-\frac{b-a}{x+b}\right)cx} \overset{5}{\to} \lim\limits_{x\to\infty} e^{-\frac{b-a}{x+b}\cdot cx}.$

6). Найдем $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-\frac{b-a}{x+b}\right)\cdot cx = (a-b)\cdot c\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+b}\right) = (a-b)\cdot c\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{x}{x}}{\frac{x}{x}+\frac{b}{x}}\right) = (a-b)\cdot c.$

Итак, 7) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+a}{x+b}\right)^{cx} = e^{(a-b)\cdot c}$.

Получено **правило**: предел типа (1) равен e в степени, которая представляет собой произведение разности константы a в числителе и константы b в знаменателе на константу c в показателе степени.

3. Элементы информационной технологии решения задач из «Алгебры событий»

При решении задач по теории вероятностей из раздела «Алгебра событий» многие учащиеся с большим трудом воспринимают данный материал. Поэтому при решении задач из данного раздела теории вероятностей шаблоны просто необходимы. Так, при решении задач по формулам полной вероятности и Байеса учащиеся должны четко и однозначно следовать следующему алгоритму:

1) Если в условии задачи говорится, что некоторое событие произошло, то эта задача на формулы Байеса. Произошедшее событие обозначается буквой *A*. Если ничего не говорится, что событие произошло, то это задача на формулу полной вероятности. То событие, вероятность которого нужно найти, обозначается через *A*.
2) Выдвигаются гипотезы.
3) Вычисляются вероятности гипотез. Сумма их вероятностей должна быть равна 1.
4) Находятся условные вероятности события *A*.
5) Вычисляется полная вероятность события *A*.
6) Вычисляются условные вероятности гипотез.

Данный алгоритм можно представить в виде дерева решений (рис. 1)

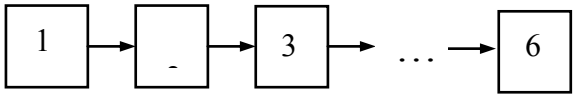

Рис. 1. Дерево решений задачи

В базе данных преподавателя имеется дерево решений (в общем случае – граф решений) с числовым материалом по контрольным точкам решения и окончательным результатом.

Аналогичные информационные технологии можно разработать, например, в теории вероятностей для нахождения апостериорных вероятностей гипотез при многократном воспроизведении опыта при отсутствии начальных данных о гипотезах рассматриваемого события *A*. Как показано в (Ганичева, 2014):

$$P(H_i/A) \approx \frac{\left[P\left(\frac{A}{H_i}\right)\right]^n}{\Sigma\left[P\left(\frac{A}{H_i}\right)\right]^n}, \quad (2)$$

здесь *n* – число опытов, равенство достигается с любой заданной степенью точности для заданного *n*.

Формула (2) обратима в том смысле, что при заданной левой части можно получить экскурс в «исторический пласт» информации и найти исходные условные вероятности $P(A/H_i)$.

Как показывает опыт, создание информационных технологий поддержки решений математических задач вызывает у учащихся большой интерес. Появляются элементы игрового подхода к обучению. Через 10 минут все учащиеся молниеносно вычисляют рассматриваемые пределы, производные сложных функций и т.п. Такой подход резко повышает интерес и качество обучения, развивает исследовательские способности.

Рассмотрим пример оценки качества работы предприятия. Его можно обобщить на оценку качества любой ситуации, события, объекта.

Пример. Прибыль *X*, рентабельность *Y* и себестоимость *Z* предприятий малого бизнеса изменяются соответственно в диапазоне $a \le x \le b$, $c \le y \le d$, $u \le z \le v$,. Для предприятий малого бизнеса с высокой производительностью труда эти показатели попадают в границы: $a_1 \le x \le b_1$, $c_1 \le y \le d_1$, $u_1 \le z \le v_1$. Какова вероятность того, что данное предприятие малого бизнеса будет иметь высокую производительностью труда?

Решение. Показатели *X*, *Y*, *Z* для предприятий малого бизнеса, рассматриваемые в совокупности, образуют точки параллелепипеда объема $V=(b-a)(d-c)(v-u)$. Показатели предприятий малого бизнеса с высокой производительностью труда в совокупности образуют точки параллелепипеда объема $V_1=(b_1-a_1)(d_1-c_1)(v_1-u_1)$. При этом второй параллелепипед содержится в первом. Вероятность события *A*, заключающегося в том, что данное предприятие малого бизнеса имеет высокую производительностью труда, вычисляется по формуле геометрической вероятности:

$$P(A) = \frac{V_1}{V} = \frac{(b_1-a_1)(d_1-c_1)(v_1-u_1)}{(b-a)(d-c)(v-u)}. \quad (3)$$

Если показателей будет *m* (*m*>3), то в числителе и знаменателе (3) будет стоять произведение *m* числа сомножителей.

При решении многих задач используется дерево решений, с помощью которого оценивается возможность решения задачи (проблемы) – рис. 2.

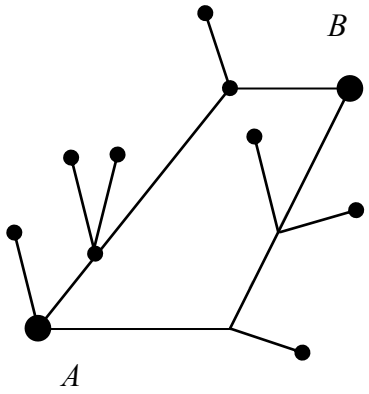

Рис. 2. Маршрут из A в B

Будем называть ветвью последовательность отрезков. Пусть A – начало, B – конец.

Считая выбор направлений в развилке равновероятным, найти вероятность достижения из A вершины B.

Алгоритм следующий:

1) Отмечаем начальную и конечную вершины.
2) Вычеркиваем ту ветвь, которая не соединена с конечной вершиной.
3) Напротив каждой вершины записываем число $1/m$, где m – число идущих из нее отрезков.
4) Перемножаем все числа, помечающие вершины, являющиеся концами отрезков одного пути, т. е. когда начало одного отрезка является концом другого.
5) Полученные произведения складываются.

Для рис. 2 вероятность будет равна

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}.$$

Хорошей иллюстрацией для решения подобных задач является задача достижения путником конечного пункта при движении из начальной вершины при равновероятном выборе направлений в развилках.

4. Моделирование работы малого предприятия

Рассмотрим шаблонную конструкцию моделирования работы малого предприятия на примере работы магазина.

Процесс обслуживания клиентов в данном магазине, где покупателей обслуживают 2 продавца, показан на рисунке 3. На этом рисунке x_i означает, что в данный момент времени i продавцов заняты, начальное состояние x_0 - все продавцы свободны, λ - средняя плотность потока посетителей (число посетителей в единицу времени, например, в минуту), μ - средняя плотность потока обслуженных покупателей (в тех же единицах, что и λ). Оценить работу предприятия и дать рекомендации по ее улучшению

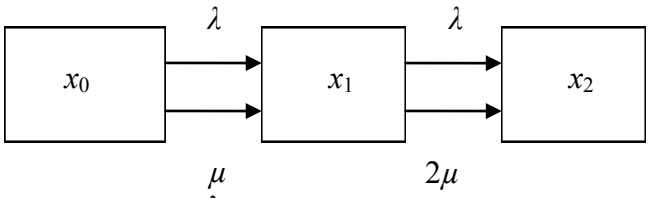

Рис. 3. Процесс обслуживания клиентов

Составим систему уравнений Колмогорова:

$$\begin{cases} \mu P_1 - \lambda P_0 = 0. \\ 2\mu P_2 - (\lambda + \mu)P_1 + \lambda P_0 = 0, \\ -2\mu P_2 + P_1 = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Можно показать, что система уравнений будет неопределенной. Чтобы сделать ее определенной, к ней добавляется нормировочное условие:

$P_2 + P_1 + P_0 = 1.$

Получаем вероятности состояний:

$$P_2 = \frac{\lambda^2}{2\mu^2 + 2\mu\lambda + \lambda^2}; \quad P_2 = \frac{2\mu\lambda}{2\mu^2 + 2\mu\lambda + \lambda^2}; \quad P_2 = \frac{2\mu^2}{2\mu^2 + 2\mu\lambda + \lambda^2}.$$

Если, например, λ =0,31; μ =0,15; тогда $P_2 = 0{,}411; \; P_1 = 0{,}397; \; P_0 = 0{,}192.$

Вывод: в установившемся режиме в среднем 41,1% времени будут заняты 2 продавца, 39,7% времени-1 продавец и 19,2% времени оба продавца будут свободны. Таким образом, данному магазину либо надо изыскивать средства для увеличения потока покупателей, либо сократить количество продавцов до одного.

Заметим, что формула (3) представляет собой шаблон оценки деятельности малого предприятия с двумя работниками. Аналогичные формулы можно получить для предприятий с большим количеством сотрудников.

Заключение

В статье авторами разработаны четыре вида математических шаблонов – два из математического анализа и по одному из теории вероятностей и теории массового обслуживания. Разработанные шаблоны охватывают темы: 1) вычисление производных сложных функций; 2) задачи, сводящиеся ко второму замечательному пределу; 3) задачи из раздела «Алгебра событий»; 4) составление систем уравнений Колмогорова.

Разработанные в статье шаблоны с успехом применялись в учебном процессе Тверской ГСХА в течение многих лет для студентов очной и заочной форм обучения.

В рамках дальнейших исследований разработанные в данной статье шаблоны, вместе с другими будут составлять основу базы моделей системы поддержки решения математических задач.

Список литературы

Власов Д.А. К вопросу об информатизации учебного процесса по дисциплине «Теория принятия решений» // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2018. № 2 (10). С. 115-121.

Ганичева А.В. Учебное пособие как интеллектуальная система обучения // Перспективы науки и образования. 2018. № 2 (32). С. 224-229.

Ганичева А.В., Ганичев А.В. Информатизация решения вероятностных задач // Педагогическая информатика. 2020. № 3. С. 69-75.

Герасимчук А.В. Нейронные интеллектуальные обучающие системы в процессе освоения математических дисциплин высшей школы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2018. № 2 (10). С. 127-137.

Зубаков А.П., Толмачева М.Н. Автоматизированный обучающий программный комплекс по теории вероятностей и математической статистике, разработанный на основе метода динамического программирования // Вестник российских университетов. Математика. 2008. Т. 13. вып. 1. С.93-97.

Кирилина Ю.П. Использование информационных технологий в исследовательских работах на уроках математики // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2017. № 3 (7). С. 96-103.

Магомедов А.Р. Возможности использования информационных технологий для решения задач при обучении математике // Омский научный вестник. 2008. № 3. С. 133-136.

Некоторые особенности применения инновационных педагогических технологий в процессе обучения математике / Э.М. Мардонов [и др.] // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2017. № 3 (7). С. 85-91.

Печников А.Н., Шиков А.Н. Проектирование и применение компьютерных технологий обучения. СПб: Издательство ВВМ, 2014.

Рыбаков А.В., Шутенко А.С., Колесниченко М.Д. Применение системы автоматизированной поддержки информационных решений в учебном процессе // Вестник МГТУ «Станкин». 2018. № 2 (45). С. 80-84.

Смирнова Н.В. К автоматизированной проверке решений одного класса задач в следящих интеллектуальных обучающих системах // Управление большими системами: сборник трудов. 2014. № 48. С. 172-197.

Токмалаева Н.В. Информационные технологии при изучении математики // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2013. № 3. С. 11-15. URL: http://e-koncept.ru/2013/13047.htm.

Юрков Н.К. Интеллектуальные компьютерные обучающие системы. Пенза: Издательство ПГУ, 2010.

TECHNOLOGY OF PROBLEM CONSTRUCTIONS FOR TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES

Ganicheva A. V.
Ph.D. (Physical and mathematical sciences),
Associate Professor
tgan55@yandex.ru
Tver
Tver Tver State Agricultural Academy

Ganichev A. V.
alexej.ganichev@yandex.ru
Tver
Tver State Technical University

Abstract. The development of information technologies of education is one of the important problems of improving the efficiency of the educational process. This problem can be successfully solved only as a result of interdisciplinary research based on a systematic approach of mathematicians, teachers, specialists in intellectual information and communication technologies and psychologists. The use of mathematical methods, algorithms and templates is especially relevant in the conditions of modern digitalization of the educational process. The purpose of the article is to develop a new method for creating a special type of formalized constructions – templates designed to support the solution of mathematical problems. Templates are understood as mathematical constructions designed to solve problems by substituting source data in them. In this article, the authors have developed four new types of mathematical templates: 1) calculation of derivatives of complex functions; 2) problems that reduce to the second remarkable limit; 3) problems from the "Algebra of Events" section; 4) tasks for compiling systems of Kolmogorov equations in queuing theory. To increase the clarity of the material presented, template development methods are considered on specific examples. The use of templates increases the effectiveness of training, makes it interactive, increases the interest of students in the task under consideration. The step-by-step process of designing templates allows you to identify errors in the process of solving the problem and timely form hints when students have difficulties. Also, the step-by-step design makes it easy to compose algorithms and programs in various programming languages. Solution templates will form the basis of a database of models for support systems for solving mathematical problems when introducing new digital technologies into the educational process.

Keywords: teaching mathematics, derivative of a complex function, the second remarkable limit, algebra of events, Kolmogorov system of equations.

References

Ganicheva, A. V. (2018). Manual as intellectual system of training. *International Scientific Electronic Journal*, 2 (32), 224-229.

Ganicheva, A. V., Ganichev, A. V. (2020). Informatization of probabilistic problems. *Pedagogical Informatics*, 3, 69-75. (In Russ., abstract in Eng.).

Gerasimchuk, A. V. (2018). Neural network intelligent tutoring system in the development of the mathematical disciplines of the higher school. *Continuum Math. Informatics. Education*, 2 (10), 127-137. (In Russ., abstract in Eng.).

Kirilina, Yu. P. (2017). The use of information technology in research work in the lessons of mathematics. *Continuum Math. Informatics. Education*, 3 (7), 96-103. (In Russ., abstract in Eng.).

Magomedov, A. R. Using information technology for problem solving when teaching mathematics. *Omsk Scientific Bulletin*, 3, 133-136. (In Russ., abstract in Eng.).

Mardonov, E. M., Abdullayev, A. N., Inatov, A. I., Ostonov, K. (2017). Some peculiarities of using information technologies in the process of teaching mathematics. *Continuum Math. Informatics. Education*, 3 (7), 85-91. (In Russ., abstract in Eng.).

Pechnikov, A. N., Shikov, A. N. *Proyektirovaniye i primeneniye komp'yuternykh tekhnologiy obucheniya*. SPb: Izdatel′stvo VVM, 2014. (In Russ).

Rybakov, A. V., Shutenko, A. S., Kolesnichenko, M. D. (2018). The use the system of automated support of information solutions in the educational process. *Vestnik MSUT «Stankin»,* 2 (45), 80-84. (In Russ., abstract in Eng.).

Smirnova, N. V. (2014). Towards diagnosing students' input in mathematical tasks of particular type for use in model-tracing intelligent tutoring systems. *About Large-scale Systems Control*, 48, 172-197.

Tokmalayeva, N. V. (2013). Information technology in the study of mathematics // scientific and methodological electronic journal «Koncept», 3, 11-15. Retrieved from http://e-koncept.ru/2013/13047.htm. (In Russ., abstract in Eng.).

Vlasov, D. A. (2018). Revisiting monitoring and evaluation of educational outcomes from the perspective of fses. *Continuum Math. Informatics. Education*, 2 (10), 115-121. (In Russ., abstract in Eng.).

Yurkov, N. K. *Intellektual'nyye komp'yuternyye obuchayushchiye sistemy*. Penza Izdatel′stvo PGU, 2010. (In Russ).

Zubakov, A. P., Tolmacheva, M. N. (2008). Avtomatizirovannyy obuchayushchiy programmnyy kompleks po teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistike, razrabotannyy na osnove metoda dinamicheskogo programmirovaniya. *Russian Universities Reports. Mathematics*, 13 (1), 93-97. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 22.06.2023
Принята к публикации 01.08.2023