References

1. Luk, A.N. (1976). *Thinking and creativity* [*My`shlenie i tvorchestvo*]. Moscow.
2. Matyushkin, A. M. (1984). The Main directions of research thinking and creativity [*Osnovny`e napravleniya issledovanij my`shleniya i tvorchestva*]. *Psychological journal*. Vol. 1. Pp. 9–17.
3. Molotkova, N.V., Popov A.I. (2019). Organization of training of engineering personnel for innovation [*Organizaciya podgotovki inzhenerny`x kadrov k innovacionnoj deyatel`nosti*]. *Alma mater (Bulletin of the higher school).* Vol. 4. Pp. 9–14.
4. Popov, A.I. (2019). *Algorithms for solving non-standard problems* [*Algoritmy` resheniya nestandartny`x zadach*]. Tambov: Publishing center of TSTU.
5. Popov, A.I. (2011). *Theoretical foundations for the formation of a cluster of professionally important creative competencies in higher education through the Olympiad movement*: monograph [*Teoreticheskie osnovy` formirovaniya klastera professional`no vazhny`x tvorcheskix kompetencij v vuze posredstvom olimpiadnogo dvizheniya*]. Tambov: Publishing house of TSTU.
6. Puchkov, N.P., Lobanova N.I. (2019). Mathematical methods in Economics as a means of its digitalization [*Matematicheskie metody` v e`konomike kak sredstvo eyo cifrovizacii*]. *Mathematical education in a digital society*. Samara. Pp. 271–274.
7. Tormasin, S.I. (2013). Formation of integrated student competencies in higher education (on the example of information and mathematical competence of a bachelor of computer science and engineering) [*Formirovanie integrirovanny`x kompetencij studenta v vuze (na primere informacionno-matematicheskoj kompetencii bakalavra informatiki i vy`chislitel`noj texniki)*]: Dissertation of the candidate of pedagogical Sciences: 13.00.08. Tambov.
8. Tormasin, S.I., Puchkov N.P. (2013). Formation of integrated competencies-a mechanism for preparing for activity [*Formirovanie integrirovanny`x kompetencij – mexanizm podgotovki k deyatel`nosti*]. *Activity pedagogy and pedagogical education: a Collection of abstracts of the conference*. Conf. Moscow: MAX Press. Pp. 134–136.
9. Shatrova, Yu.S. (2019). Possible threats in the organization of the educational process in a digital society [*Vozmozhny`e ugrozy` pri organizacii obrazovatel`nogo processa v cifrovom obshhestve*]. *Mathematical education in a digital society: materials of the conference. scientific. seminar's*. Samara: MSPU. Pp. 238–241.
10. The program «Digital economy of the Russian Federation», approved by the order of the government of the Russian Federation of 28.07.2017 No. 1632-R. URL: http://static.government.ru/media/files/9gFM4FHj4PsB79I5v7yLVuPgu4bvR7M0.pdf

УДК 378.147.34

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ СТУДЕНТОВ ВУЗОВ ГУМАНИТАРНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Татьяна Ивановна Трунтаева
к.п.н., доцент
TruntayevaTI@tksu.ru
г. Калуга

Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского

Аннотация. В статье рассматривается вопрос о конструировании учебных материалов по математике для студентов вузов гуманитарных направлений подготовки. Отбор содержания обучения математике студентов-гуманитариев осуществляется на основе концепции гуманитаризации математического образования. Согласно этой концепции обучение математике студентов, у которых осваиваемая профессиональная деятельность не связана с математикой, нацелено, главным образом, на формирование представлений о математике как о феномене человеческой культуры и включает изучение математических понятий, имеющих общенаучное значение, математических понятий, известных каждому образованному человеку. Ряд фундаментальных математических понятий, которые применяются в разных областях научного знания, в повседневной жизни, относятся к области математической логики. Поэтому изучение элементов математической логики, как правило, входит в математическую подготовку студентов-гуманитариев. Особое внимание в создании учебных материалов для обеспечения учебного процесса по математике для студентов вузов гуманитарных направлений подготовки уделяется реализации в этих материалах гуманитарного потенциала математики. В статье приводятся примеры тренировочных заданий по математической логике, в которых актуализируется гуманитарный потенциал данной области знания. Представленные в статье тренировочные задания нацелены на формирование таких фундаментальных понятий математической логики как логическое следование, дедуктивное рассуждение, непротиворечивость предложений, равносильность условий, логический вывод. Эти задания имеют практическую направленность, иллюстрируют применение метода математического моделирования, направлены на формирование логической грамотности и математической культуры обучающихся. Формулировки и способы решения задач корректировались в ходе применения этих задач в учебном процессе по математике в вузе.

Ключевые слова: математическое образование, обучение математике студентов-гуманитариев, обучение математической логике, гуманитарный потенциал математики, сюжетные задачи по математической логике.

Одним из принципов математического образования на современном этапе его развития является принцип гуманизации. В качестве одного из средств реализации этого принципа в математическом образовании рассматривается гуманитаризация математического образования, что включает решение ряда задач, в том числе такой задачи как выявление гуманитарного потенциала математики с целью обогащения содержания учебных курсов математики гуманитарными объектами [1, С. 34].

В содержательном и методическом аспектах гуманитаризация математического образования исследуется в контексте обучения математике студентов, обучающихся по направлениям, предполагающим использование математических знаний как таковых в осваиваемой профессиональной области деятельности (далее используется термин «профильные направления подготовки») [2; 4; 6; 9], студентов гуманитарных направлений подготовки [3; 5; 8].

Общее и различия гуманитаризации математического образования по этим направлениям можно увидеть в ее целях и условиях, благоприятствующих достижению этих целей.

Так к целям использования гуманитарного потенциала математики в обучении студентов профильных направлений подготовки относят, главным образом, цели воспитания духовно-нравственных качеств личности, а также цели овладения математическим аппаратом, необходимым для решения задач осваиваемой области деятельности, развития математического мышления, развития гуманитарной культуры с помощью внесения в преподавание математики стиля, свойственного преподаванию гуманитарных дисциплин, формирования представлений о математике как о феномене человеческой культуры и при обеспечении математической подготовки, которая позволит студентам продолжить свое математическое образование.

Для студентов гуманитарных направлений подготовки обучение математике нацелено на развитие качеств мышления, формирование логической грамотности, развитие речи, формирование представлений о роли математики в развитии общечеловеческой культуры, о математических понятиях, идеях, методах, известных каждому образованному человеку, формирование математического инструментария необходимого человеку для жизни в современном обществе.

То есть для профильных направлений подготовки гуманитаризация содержания обучения математике осуществляется через его обогащение гуманитарными объектами при ведущей специализирующей функции обучения математике. В то время как для гуманитарных направлений подготовки отбор содержания обучения математике осуществляется с позиции его гуманитаризации.

Такая область знания как математическая логика обладает значительным гуманитарным потенциалом, и на ее основе может быть разработан учебный материал, включение которого в содержание обучения математике студентов-гуманитариев может способствовать достижению целей их математической подготовки.

Приведем примеры тренировочных задач по математической логике, в содержании которых используется гуманитарный потенциал данной области знания. Эти задачи нацелены на формирование понятий о логической причинно-следственной связи, логическом выводе, непротиворечивости условий, равносильности предложений, дедуктивном рассуждении.

1. Определите, какое условие является логической причиной, а какое логическим следствием, ответ обоснуйте с помощью определения логической связки «следование». Используя эти условия логически верно сформулируйте предложения со структурой а) «Если А, то В»; б) «Все элементы со свойством А обладают свойством В»; в) «Для А необходимо В»; г) «Для В достаточно А».
   1) «Число делится на 3», «Число делится на 9».
   2) «Я умею играть на скрипке», «Я учился играть на скрипке».

Решение задачи 1): условие «число делится на 9» является логической причиной, а условие «число делится на 3» — соответственно логическим следствием, поскольку не существует чисел делящихся на 9 и не делящихся на 3. Далее остается увидеть, какое из заданных условий будет условием А, а какое условием В в предложенных типовых формулировках.

На примере 2) можно показать отличие логического и хронологического следований.

2. С помощью аппарата математической логики проверьте, противоречивы условия или нет. «Неверно, что некоторые крикливые барабашки – непугливые. Не все крикливые барабашки – пугливые»

Решение можно осуществить с помощью законов логики. По закону $\overline{(A \wedge B)} \sim (A \rightarrow \overline{B})$ предложение «Неверно, что некоторые крикливые барабашки – непугливые» равносильно предложению «Все крикливые барабашки являются пугливыми», которое по определению логической связки «следование» исключает случай «крикливый и непугливый» По закону $\overline{(A \rightarrow B)} \sim A \wedge \overline{B}$ предложение «Не все крикливые барабашки – пугливые» равносильно предложению «Есть крикливые и непугливые барабашки». Условия вместе не выполняются, то есть они противоречивы.

Также решение может состоять в проверке выполнимости формулы $\overline{(A \wedge B)} \wedge \overline{(A \rightarrow B)}$.

3. Условие противоречит следствию. Обязательно ли оно противоречит причине?

Можно провести следующее рассуждение.

Задача является логической, поэтому попробуем ее решить с помощью аппарата математической логики. Для этого данную задачу нужно свести к типовой задаче, решаемой с помощью аппарата математической логики, и сводится она к задаче на проверку справедливости логического вывода $(A \to B) \wedge \overline{(B \wedge C)} \to \overline{(A \wedge C)}$.

4. С помощью закона логики $(A \leftrightarrow B) \sim (A \to B) \wedge (\overline{A} \to \overline{B})$ сформулируйте предложения, утверждающие равносильность условий «Тебе хорошо» и «Мне хорошо».
5. Если задача не трудная, то она понятная. Если задача интересная, то она трудная. Если задача неинтересная, то она непонятная. Обязательно ли тогда все задачи трудные?

Приведем аналитический способ решения, адаптированный для школьников.

Выделим все характеристики задач и перечислим все возможные их комбинации:

1) понятная и трудная и интересная;
2) понятная и трудная и неинтересная;
3) понятная и нетрудная и интересная;
4) понятная и нетрудная и неинтересная;
5) непонятная и трудная и интересная;
6) непонятная и трудная и неинтересная;
7) непонятная и нетрудная и интересная;
8) непонятная и нетрудная и неинтересная.

Условие «Если задача не трудная, то она понятная» исключает случаи 7 и 8. Условие «Если задача интересная, то она трудная» исключает случаи 3 и 7. Условие «Если задача неинтересная, то она непонятная» исключает случаи 2 и 4. На всех оставшихся случаях 1, 5 и 6 условие «задача трудная» выполняется. Значит, обязательно.

Изложим дедуктивное решение данной задачи.

Согласно закону логики $(A \to B) \sim (\overline{B} \to \overline{A})$ предложение «Если задача неинтересная, то она непонятная» равносильно предложению «Если задача понятная, то она интересная».

Согласно правилу логического вывода $(A \to B) \wedge (B \to C) \to (A \to C)$ из предложений «Если задача не трудная, то она понятная» и «Если задача понятная, то она интересная» следует предложение «Если задача не трудная, то она интересная».

Согласно правилу логического вывода $(A \to B) \wedge (B \to C) \to (A \to C)$ из предложений «Если задача не трудная, то она интересная» и «Если задача интересная, то она трудная» следует предложение «Если задача не трудная, то она трудная».

Согласно закону логики $(A \to \overline{A}) \sim \overline{A}$ из предложения «Если задача не трудная, то она трудная» следует, что все задачи трудные.

Также задача может быть решена проверкой, является ли формула, отражающая структуру рассуждения, тождественно истинной с помощью таблицы истинности.

Представленные в статье задачи и аналогичные им предлагались по дисциплине «Математика» студентам 1-го курса гуманитарных направлений подготовки и студентам, обучающимся по направлению «Педагогическое образование», профиль «Физика и математика» в Калужском государственном университете им. К.Э. Циолковского.

Наибольшую трудность для студентов представлял дедуктивный способ решения задач. Для решения сюжетных задач на логический вывод, в которых предлагалось выбрать способ решения, студенты гораздо чаще выбирали либо решение с помощью таблицы истинности, либо способ, адаптированный для школьников, но с применением краткой формы записи комбинаций с помощью 1 и 0 [7].

В решении задач на проверку непротиворечивости условий студенты чаще предпочитали способ, предполагающий переформулирование предложений с помощью законов логики, нежели способ решения с помощью таблицы истинности. В этих задачах большинству студентов было затруднительно составить логическую формулу, отражающую логическую структуру рассуждения.

В целом, задачи были интересны студентам, они отмечали их практическое значение. Многие студенты в работе с этим материалом впервые задумались над значением слов – терминов математической логики «логическая причинно-следственная связь», «рассуждение непротиворечиво», «дедуктивное рассуждение», которые всем известны и используются в повседневной жизни.

Приведенные в статье тренировочные задания по математической логике и задания, аналогичные им, имеют практическую направленность, являются занимательными по содержанию, реализуют связи математической теории с повседневной жизнью, используют фундаментальные понятия математической логики, то есть актуализируют гуманитарную составляющую этой области знания, поэтому могут быть также предложены студентам профильных направлений подготовки в учебном процессе по математике в контексте гуманитаризации его содержания.

Список литературы

1. Ананьева М.С., Магданова И.В. Гуманитарный потенциал математики и гуманитаризация математического образования: учебно-методическое пособие. Направление подготовки – «Педагогическое образование». Магистерская программа – «Математическое образование». Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2013.
2. Дворяткина С.Н., Мкртчян М.А., Розанова С.А. Духовно-нравственный эффект как результат интеграции математического и гуманитарного знания в высшей школе // Интеграция образования. 2018. Т. 22. №2 (91). С. 353–368.
3. Миронова Е.П. Гуманизация педагогического математического образования // Геометрия многообразий и ее приложения: Материалы 4-ой научной конференции с международным участием. Бурятский государственный университет, 2016. С. 239–245.
4. Мукосеенко О.А. Гуманитаризация процесса изучения курса высшей математики // Поддержка одаренности – развитие креативности: Материалы международного конгресса: в 2 томах. Витебск: Витебский государственный университет им. П.М. Машерова, 2014. С. 276–279.
5. Секинаева Б.Ш. Гуманитарный потенциал высшей математики в современном вузе // Современные проблемы науки и образования. 2014. №6. С. 886.
6. Стельмах Я.Г. Особенности математической подготовки студентов академического бакалавриата // Самарский научный вестник. 2016. №2 (15). С.185–189.
7. Трунтаева Т.И., Алмазова Т.А. Обучение математической логике в контексте гуманитаризации педагогического математического образования // Современные проблемы науки и образования. 2019. № 3. URL: http://www.science-education.ru/article/view?id=28921 Дата последнего обращения 25.09.2019.
8. Успенский В.А. Апология математики или о математике как части духовной культуры // Новый мир. 2007. №12. С. 127–149.
9. Цыренова В.Б., Миронова Е.П. Развитие гуманитарной культуры студентов средствами математики // Вестник Бурятского государственного университета. 2015. Вып. 15. С. 78–82.

TEACHING MATHEMATICAL LOGIC OF STUDENTS OF UNIVERSITIES OF HUMANITARIAN DIRECTIONS OF TRAINING

T.I. Truntaeva
Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor
TruntayevaTI@tksu.ru
Kaluga

Tsiolkovsky Kaluga State University

Abstract. The paper is discussed the development of educational materials in mathematics for university students in the humanitarian areas of training. The selection of the content of teaching mathematics to students of humanitarian directions of training is based on the concept of humanitarization of mathematical education. According to this concept, teaching mathematics to students whose are mastering professional activity which is not related to mathematics is mainly aimed at the formation of ideas about mathematics as a phenomenon of human culture and includes the study of mathematical concepts of general scientific value, mathematical concepts are known to every educated person. A number of fundamental mathematical concepts that are applied in various fields of scientific knowledge, in everyday life, belong to the field of mathematical logic. Therefore, the study of the elements of mathematical logic, as a rule, is included in the mathematical training of humanitarians students. Particular attention in the creation of teaching materials to ensure the educational process in mathematics for university students of humanitarian areas of training is paid to the implementation of the humanitarian potential of mathematics in these materials. The paper is given examples of training tasks in mathematical logic, in which the humanitarian potential of this field of knowledge is used. The tasks presented in the paper are aimed to the formation of such fundamental concepts of mathematical logic as logical following, deductive reasoning, consistency of sentences, equivalence of conditions, logical conclusion. These tasks have a practical orientation, illustrate the application of the method of mathematical modeling, and are aimed at the formation of logical literacy and the mathematical culture of students. The formulations and methods for solving problems were adjusted during the application of these tasks in the educational process in mathematics at the university.

Keywords: mathematical education, teaching mathematics to students of humanitarian directions of training, teaching mathematical logic, the humanitarian potential of mathematics, plot tasks in mathematical logic.

References

1. Ananyeva, M.S. The humanitarian potential of mathematics and the humanization of mathematical education: a teaching tool. The direction of preparation is “Pedagogical education”. Master's program - “Mathematical Education” [*Gumanitarnyy potentsial matematiki i gumanitarizatsiya matematicheskogo obrazovaniya: uchebno-metodicheskoye posobiye. Napravleniye podgotovki – «Pedagogicheskoye obrazovaniye». Magisterskaya programma – «Matematicheskoye obrazovaniye»*]. URL: http://www.iprbookshop.ru/32033.html (accessed 20.01.2020).
2. Dvoryatkina, S.N., Mkrtchyan. M.A., Rozanova, S.A. (2018). Spiritual and moral effect as a result of the integration of mathematical and humanitarian knowledge in higher education [*Dukhovno-nravstvennyy effekt kak rezul'tat integratsii matematicheskogo i gumanitarnogo znaniya v vysshey shkole*]. *Integration of Education*. Vol. 22. No. 2 (91). Pp. 353–368.

3. Mironova, E.P. (2016). Humanization of pedagogical mathematical education [*Gumanizatsiya pedagogicheskogo matematicheskogo obrazovaniya*]. Geometry of manifolds and its applications: materials of the 4th scientific conference with international participation. Buryat State University. Pp. 239–245.
4. Mukoseenko, O.A. (2014). Humanitarianization of the process of studying the course of higher mathematics [*Gumanitarizatsiya protsessa izucheniya kursa vysshey matematiki*]. Support for giftedness - development of creativity: materials of the international congress: in 2 volumes. Vitebsk State University. P.M. Masherova. Pp. 276-279.
5. Sekinaev, B.S. (2014). The humanitarian potential of higher mathematics in a modern university [*Gumanitarnyy potentsial vysshey matematiki v sovremennom vuze*]. *Modern problems of science and education*. Vol. 6. Pp. 886.
6. Stelmakh, Y.G. (2016). Features of the mathematical preparation of students of the academic undergraduate [*Osobennosti matematicheskoy podgotovki studentov akademicheskogo bakalavriata*]. *Samara Scientific Bulletin*. Vol. 2 (15). Pp.185–189.
7. Truntaeva, T.I., Almazova, T.A. Teaching mathematical logic in the context of the humanization of teacher education [*Obucheniye matematicheskoy logike v kontekste gumanitarizatsii pedagogicheskogo matematicheskogo obrazovaniya*]. URL: http://www.science-education.ru/article/view?id=28921 (accessed 25.09.2019).
8. Uspenskiy, V.A. (2007). Apology of mathematics or about mathematics as part of spiritual culture [*Apologiya matematiki ili o matematike kak chasti dukhovnoy kul'tury*]. *New World*. Vol. 12. Pp. 127–149.
9. Tsyrenova, V.B, Mironova, E.P. (2015). The development of the humanitarian culture of students by means of mathematics [*Razvitiye gumanitarnoy kul'tury studentov sredstvami matematiki*]. *Bulletin of the Buryat State University*. Vol. 15. Pp.78–82.