

DOI: 10.24888/2500-1957-2022-1-16-25

УДК
372.851

**МЕТОДИЧЕСКИЙ ПРИЕМ «БИКФОРДОВ ШНУР» В ЗАДАЧАХ
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ**

Газарян Роберт Мехакович
преподаватель
robertg@ Rambler.ru
г. Нальчик

ГБУ ДПО «Центр непрерывного повышения
профессионального мастерства педагогиче-
ских работников» Минпросвещения Ка-
бардино-Балкарской Республики

Симоновская Галина Александровна
к.п.н., доцент
simonovskaj_g@mail.ru
г. Елец

Елецкий государственный университет
им. И.А. Бунина

Аннотация. Математическая подготовка школьника осуществляется не только на учебных занятиях, но и в ходе организации внеурочной деятельности по предмету. Разрабатываемые курсы направлены на подготовку к успешному прохождению обучающимися итоговой аттестации, участию школьников в олимпиадах, конкурсах и на выбор будущей профессии. Руководствуясь требованиями к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы, озвученными Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования, были выделены требования, направленные на формирование у школьников умений применять полученные знания при решении различных задач, находить нестандартные способы их решения. В ходе исследования были подобраны линейки математических задач повышенной трудности, каждая из которых имеет свой нестандартный подход в решении. Рассматривая суть предложенного авторами эвристического приема решения «Бикфордов шнур», различные аспекты его применения, выделялась задача-тренажер, на которой апробировался впервые данный способ решения. В статье представлен один из наборов задач олимпиадного характера. Анализируются разнообразные конструкции из элементарной математики, которые при выполнении определенных действий сильно упрощаются и практически сразу приводят к верному ответу. Представленные в статье задачи, решаемые нетрадиционными методами (олимпиадного характера), могут быть использованы в практике работы учителя математики с целью формирования у школьников более высокого уровня предметных компетентностей. Установлены особенности конструирования содержания внеурочного обучения, ориентированного на освоение математической деятельностью с учетом типологии математических способностей, которое включает освоение математической теории, овладение математическими методами и моделями, развитие способности к выдвижению нестандартных идей.

Ключевые слова: внеурочная деятельность, олимпиадная математическая задача, нестандартный метод решения.

Введение

Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни. Она является базой для разработки новых технических направлений, устойчивым фундаментом в междисциплинарных исследованиях, основным компонентом мирового научно-технического прогресса. Без высокого уровня математического образования невозможна реализация поставленных задач социально-экономического развития нашей страны. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе. Трудно сегодня представить профессию, где математические знания были бы не нужны.

Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, положительно влияя на изучение других дисциплин. Новый Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования призван решить проблему повышения уровня математического образования. Среди требований к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы необходимо выделить следующие:

- сформированность умений применять полученные знания при решении различных задач;

- умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач.

На современном этапе развития науки и образования необходимой составляющей выпускника является умение решать задачи по математике нестандартными методами. Это, в свою очередь, развивает у обучаемых нестандартность мышления, что является неотъемлемой частью инновационной школы.

Изначальным стимулом развития математического знания является потребность в решении конкретных практических задач, которая «неизбежно приобретает внутренний размах и выходит за рамки непосредственной полезности» (Курант, 2001). Увлекая учащихся красотой, рациональностью, практическим смыслом математики, современный учитель может поддерживать их познавательный интерес к предмету.

Но следует обратить внимание, что результаты исследования в рамках Международной программы по оценке качества образования (PISA) определяет достаточно низкий уровень математических компетентностей российских учащихся. Решение математических задач, практической направленности, сопряжено с подбором, чаще всего, нестандартного метода. Умение увидеть особенный подход к задаче, успешно его реализовать невозможно без наличия опыта такого вида деятельности. Школьник должен обучаться видеть не только классическое решение математической задачи, но искать другой, не стандартный (творческий) путь решения.

На ключевую роль нестандартных задач в обучении математике указывали ученые А. Столяр, Ю.М. Колягин, др. Именно нестандартные задачи развивают интеллект. Проблеме обучения школьников решению математических задач нестандартными методами посвящены работы (Столяр, 1986; Колягин, 1973; Миракова, 1989; Пивоварук, 1985; Буслаева, 1995; Дрозина, 2008; Дильман, 2008 и др.).

Авторы (Дрозина, 2008; Дильман, 2008) раскрывают в целом сущность математических задач, в том числе, рассматривают отдельно и нестандартные задачи.

Классификацией таких задач посвящены исследования (Потапов, 2007; Дорофеев, 2007; Розов, 2007; Егорченко, 2003 и др.).

Достаточно много исследований посвящено непосредственно разработке нестандартных математических задач (Агаханов, 2017; Будак, 2021; Горяшин, 2021; Клименко, 2018; Козко, 2021; Панфёров, 2021; Подлипский, 2017; Сергеев, 2021; Разборов, 2021; Супрун, 2017; Шарыгин, 2010; Шевкин, 2004; Шейпак, 2021; Юмашев, 2021 и др.).

Практически все авторы отмечают, что процесс решения нестандартной задачи носит творческий характер, поэтому, все методы решения можно отнести к авторским находкам. Сам «механизм» поиска решения нужно отнести к творческой деятельности.

Цель исследования заключается в установлении особенностей конструирования содержания внеурочного обучения, ориентированного на освоение математических методов решения нестандартных математических задач; обучению школьников использованию эвристического метода при поиске путей решения заданий олимпиадного характера.

Особенность эвристического приема «Бикфордов шнур»

В ходе изучения проблемы обучения школьников умению применять нестандартные методы решения к математическим задачам, в рамках внеурочной деятельности был разработан курс «Нестандартные методы решения математических задач».

Данный курс направлен, во-первых, на подготовку обучающихся к итоговой аттестации. Свободное владение классическими и нестандартными математическими методами позволит школьникам успешно справляться с заданиями повышенной сложности второй части контрольно измерительных материалов ЕГЭ. Во-вторых, содержание курса способствует развитию логического мышления, интеллекта, умения самостоятельно приобретать и применять знания. Создаются условия для самореализации учащихся в процессе учебной деятельности. В-третьих, подобранный задачный материал позволяет проводить подготовку школьников к участию в предметных олимпиадах.

В ходе обучения школьникам предлагалась задача, при решении которой классический способ не давал результата (или решение было громоздким, с большими математическими выкладками). Данная задача играла роль тренажера. Далее рассматривались всевозможные подходы к решению, «мозговой штурм» приводил к абсолютно диаметрально противоположным методам. Но именно эта методика выявляла верный, результативный путь. На данном этапе помощь учителя необходима. Решив задачу, поняв суть метода, осуществлялся переход к следующим заданиям, для которых применяется аналогичный метод решения. Но использование рассмотренного метода было возможным лишь после того как задача была переконструирована и «отредактирована». Если возникали сложности в адаптации задания к рассматриваемому методу, то возвращались к «тренажеру» и выявляли новые аспекты метода.

Такой подход позволил школьнику правильно видеть структуру задачи, выделять основные компоненты, которые помогут определить результативный метод решения. Обладая определенным опытом, достаточными знаниями школьник сможет успешно решать задачи творческого, олимпиадного характера.

Красота в математике — это тонкая грань между простотой и сложностью, естественностью и необычностью, загадкой и её решением. Красиво то, что позволяет нам увидеть больше, чем мы видели мгновение назад. Красиво то, что нас удивляет. Два из основных требований к математической красоте: во-первых, это удивительно; во-вторых, это просто.

Описание решения нестандартных задач с применением нового приема

Рассмотрим следующие математические задачи, при решении которых используются нестандартные подходы. В предложенных заданиях используется метод, при котором достаточно одного действия для упрощения самой задачи и быстрого выхода на ответ. Следует отметить, что к решению данных задач применяется один подход, но по уровню сложности они разные.

Рассмотрим ряд математических конструкций, характерную особенность которых условно можно проиллюстрировать термином «бикфордов шнур».

Бикфордов шнур — это огнепроводный шнур для взрывов (Ожегов, 2018).

Начать знакомство с такими задачами целесообразно с задания, в котором не нужно использовать дополнительные знания. Здесь нужно проиллюстрировать суть метода.

Упростите следующее выражение

$$(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8) \cdots (a^{2^n} + b^{2^n})$$

Здесь «зажигалкой» бикфордова шнура является бином $(a-b)$. Умножив и поделив выражение на $(a-b)$ и воспользовавшись формулой сокращенного умножения для разности квадратов двух чисел, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a-b}(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)\cdots(a^{2^n}+b^{2^n}) = \\ & \frac{1}{a-b}(a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)\cdots(a^{2^n}+b^{2^n}) = \\ & \frac{1}{a-b}(a^4-b^4)(a^4+b^4)(a^8+b^8)\cdots(a^{2^n}+b^{2^n}) = \frac{1}{a-b}(a^8-b^8)(a^8+b^8)\cdots(a^{2^n}+b^{2^n}) = \\ & = \dots = \frac{1}{a-b}(a^{2^{n+1}}-b^{2^{n+1}}), \end{aligned}$$

или окончательно.

$$(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)\cdots(a^{2^n}+b^{2^n}) = \frac{1}{a-b}(a^{2^{n+1}}-b^{2^{n+1}})$$

При решении данной задачи возможно ещё одно затруднение при обобщении вычислений, преодолевая переход к последней скобке.

Можно сконструировать задачи разной сложности для олимпиад по математике для 7-9 классов, реализующих эту идею. Допустим, такие:

а) Вычислить $(2+1)\cdot(2^2+1)\cdot(2^4+1)\cdot(2^8+1)\cdots(2^{2^n}+1)$.

Очевидно, достаточно умножить это выражение на $1=2-1$.

Можно чуть усложнить задание, вычислив суммы в скобках:

б) Вычислить $3\cdot 5\cdot 17\cdot 257\cdot 65537$. Здесь, очевидно, задание а) до $n=8$.

Следующий классический пример — сумма натуральных чисел от 1 до 100 (арифметическая прогрессия):

$$1+2+3+\dots+97+98+99+100 = (1+100) + (2+99) + (3+98) + \dots + (50+51) = 50\cdot 101 = 5050.$$

Если взять нечетное число слагаемых $1+\dots+99$, то получится $(1+99)+(2+98)+\dots+(49+51)+50=4950$.

В следующей конструкции рассматривается геометрическая прогрессия.

$$S(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n.$$

Очевидно, тривиальный случай $x=1$ не будем рассматривать ($S(1) = n+1$).

Не составит особого труда увидеть здесь сумму n членов геометрической прогрессии со знаменателем x . Особый случай, если знаменатель меньше нуля, получим убывающую геометрическую прогрессию, для которой так же можно представить целый набор интересных, олимпиадного уровня математических задач. И если вспомнить

соответствующую формулу $S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$, то становится понятно, что «зажигалкой» здесь

будет $(x-1)$, то есть, умножив и поделив на $(x-1)$, получим:

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}, x \neq 1.$$

Такая конструкция встречается, в частности, в финансовых задачах ЕГЭ на аннуитетные платежи.

Рассмотрим теперь эффектные конструкции из тригонометрии.

Упростите выражение $\cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha \cos 8\alpha \dots \cos 2^{n-1} \alpha$.

«Зажигалкой» является $\sin \alpha$. Умножим и поделим на $\sin \alpha$. Получим:

$$\frac{1}{\sin \alpha} \sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha \cos 8\alpha \cdots \cos 2^{n-1} \alpha = \frac{1}{2 \sin \alpha} \sin 2\alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha \cos 8\alpha \cdots \cos 2^{n-1} \alpha =$$

$$\frac{1}{2^2 \sin \alpha} \sin 4\alpha \cos 4\alpha \cos 8\alpha \cdots \cos 2^{n-1} \alpha = \frac{1}{2^3 \sin \alpha} \sin 8\alpha \cos 8\alpha \cdots \cos 2^{n-1} \alpha = \cdots =$$

$$\frac{1}{2^n \sin \alpha} \sin 2^n \alpha.$$

То есть, окончательно $\cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha \cos 8\alpha \cdots \cos 2^{n-1} \alpha = \frac{1}{2^n \sin \alpha} \sin 2^n \alpha$.

Еще одна конструкция, когда $\sin \alpha$ является «зажигалкой», но здесь уже конструкция начинается, как бы, «выгорать» изнутри. В этих преобразованиях будем использовать формулу $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$.

Рассмотрим такое выражение:
 $\cos 2\alpha + \cos 4\alpha + \cos 6\alpha + \cdots + \cos 2n\alpha =$

$$= \frac{1}{\sin \alpha} (\sin \alpha \cos 2\alpha + \sin \alpha \cos 4\alpha + \sin \alpha \cos 6\alpha + \cdots + \sin \alpha \cos 2n\alpha) =$$

$$= \frac{1}{2 \sin \alpha} (\sin 3\alpha - \sin \alpha + \sin 5\alpha - \sin 3\alpha + \sin 7\alpha - \sin 5\alpha + \cdots + \sin(2n+1)\alpha - \sin(2n-1)\alpha) =$$

$$= \frac{(\sin(2n-1)\alpha - \sin \alpha)}{2 \sin \alpha} = \frac{2 \sin(n-1)\alpha \cos n\alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{\sin(n-1)\alpha \cos n\alpha}{\sin \alpha}.$$

Итак, получается:

$$\cos 2\alpha + \cos 4\alpha + \cos 6\alpha + \cdots + \cos 2n\alpha = \frac{\sin(n-1)\alpha \cos n\alpha}{\sin \alpha}.$$

Аналогичный процесс «выгорания изнутри» можно увидеть в следующей конструкции.

Предварительно, желательно доказать *лемму* $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+a} = \frac{n+a-n}{n(n+a)} = \frac{a}{n(n+a)}$, то есть

$\frac{a}{n(n+a)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+a}$. Тогда рассмотрев следующую сумму и применив к ней лемму при $a=1$

получим следующую конструкцию:

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n-1}{2(n+1)}.$$

Можно привести еще несколько аналогичных примеров, например, следующая тригонометрическая конструкция начинает «гореть» одновременно с двух сторон.

Упростите выражение

$$\operatorname{tg} 1^\circ \operatorname{tg} 2^\circ \operatorname{tg} 3^\circ \cdots \operatorname{tg} 87^\circ \operatorname{tg} 88^\circ \operatorname{tg} 89^\circ.$$

Рассмотрим предложенную конструкцию, и применим к ней формулу для дополнительных углов $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha)$, и формулу $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$. В результате имеем

$$\operatorname{tg} 1^\circ \operatorname{tg} 2^\circ \operatorname{tg} 3^\circ \cdots \operatorname{tg} 87^\circ \operatorname{tg} 88^\circ \operatorname{tg} 89^\circ = \operatorname{tg} 1^\circ \operatorname{tg} 2^\circ \operatorname{tg} 3^\circ \cdots \operatorname{ctg} 1^\circ \operatorname{ctg} 2^\circ \operatorname{ctg} 3^\circ = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

Здесь очевидно, единственным тангенсом, оставшимся без ко-пары, остается $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$.

Можно рассмотреть и варианты этого «шнура» в виде

$$\operatorname{ctg} 1^\circ \operatorname{ctg} 2^\circ \operatorname{ctg} 3^\circ \cdots \operatorname{ctg} 87^\circ \operatorname{ctg} 88^\circ \operatorname{ctg} 89^\circ$$

или в следующем виде

$$\lg \operatorname{tg} 1^\circ + \lg \operatorname{tg} 2^\circ + \lg \operatorname{tg} 3^\circ + \cdots + \lg \operatorname{tg} 87^\circ + \lg \operatorname{tg} 88^\circ + \lg \operatorname{tg} 89^\circ.$$

Рассмотрим еще одну конструкцию с тангенсами:

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}2\alpha + \operatorname{tg}2\alpha \cdot \operatorname{tg}3\alpha + \operatorname{tg}3\alpha \cdot \operatorname{tg}4\alpha + \operatorname{tg}4\alpha \cdot \operatorname{tg}5\alpha + \dots + \operatorname{tg}n\alpha \cdot \operatorname{tg}(n-1)\alpha$$

Из формулы тангенса разности двух углов $\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg}x - \operatorname{tg}y}{1 + \operatorname{tg}x \cdot \operatorname{tg}y}$

получается $\operatorname{tg}x \cdot \operatorname{tg}y = \frac{\operatorname{tg}x - \operatorname{tg}y}{\operatorname{tg}(x-y)} - 1$. Применяв эту конструкцию к нашей задаче, получим

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{tg}2\alpha - \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}(2\alpha - \alpha)} - 1 + \frac{\operatorname{tg}3\alpha - \operatorname{tg}2\alpha}{\operatorname{tg}(3\alpha - 2\alpha)} - 1 + \frac{\operatorname{tg}4\alpha - \operatorname{tg}3\alpha}{\operatorname{tg}(4\alpha - 3\alpha)} - 1 + \dots + \frac{\operatorname{tg}n\alpha - \operatorname{tg}(n-1)\alpha}{\operatorname{tg}(n\alpha - (n-1)\alpha)} - 1 = \\ = \frac{\operatorname{tg}n\alpha - \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} - (n-1) = \frac{\operatorname{tg}n\alpha}{\operatorname{tg}\alpha} - n. \end{aligned}$$

В частности, при $n = 2020$ и $\alpha = \frac{\pi}{47}$ получается:

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}2\alpha + \operatorname{tg}2\alpha \cdot \operatorname{tg}3\alpha + \operatorname{tg}3\alpha \cdot \operatorname{tg}4\alpha + \dots + \operatorname{tg}2019\alpha \cdot \operatorname{tg}2020\alpha = \frac{\operatorname{tg}\frac{2020\pi}{47}}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{47}} - 2020.$$

Упростив по формулам приведения $\operatorname{tg}\frac{2020\pi}{47} = \operatorname{tg}\left(43\pi - \frac{\pi}{47}\right) = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{47}$, получим

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{2020\pi}{47}}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{47}} - 2020 = -\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{47}}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{47}} - 2020 = -2021.$$

Естественно, рассматриваются задачи, решение которых основано на выбранном методе, здесь достаточно заметить лишь одно свойство, и ответ готов. К таким заданиям можно отнести следующую конструкцию-шутку.

а) Вычислить произведение всех целых чисел от $-n$ до n .

Здесь, очевидно, «взрыватель» в виде числа 0 находится внутри (в данном случае в середине) шнура.

Предложим чуть усложненный вариант задачи.

б) Вычислить: $\lg \operatorname{tg}1^\circ \cdot \lg \operatorname{tg}2^\circ \cdot \lg \operatorname{tg}3^\circ \cdot \dots \cdot \lg \operatorname{tg}87^\circ \cdot \lg \operatorname{tg}88^\circ \cdot \lg \operatorname{tg}89^\circ$. Задача поначалу обескураживает, так как нет формулы произведения логарифмов и непонятно, как тут преобразовывать. Но если заметить, что «взрыватель» в виде $\lg \operatorname{tg}45^\circ = \lg 1 = 0$ спрятан в середине произведения, который обращает все в ноль.

В заключении рассмотрим конструкцию, в которой происходит «самовозгорание» и ничего для этого делать не надо. Здесь надо лишь применить формулу $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$, то есть при умножении b «сокращается». Тогда не трудно будет увидеть, как будет «сгорать» следующее произведение:

10. $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_m 2^n$, все промежуточные числа от 3 до m ($2, 3, 4, \dots, m$) «сократятся» и останется $\log_2 2^n = n$. То есть окончательно получаем

$$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \dots \cdot \log_m 2^n = n$$

Выводы

Разбор математических задач повышенной трудности, задач олимпиадного характера позволяет познакомить школьника с нестандартными методами их решения. Что, несомненно, повышает интерес к предмету, позволяет выявить учащихся, имеющих склонности к занятиям математикой, что весьма важно для решения вопроса о дальнейшем выборе профессии. Успехи в интеллектуальной работе помогает школьнику в определении дальнейшей сферы деятельности, способствуют его профессиональной ориентации.

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Успешное овладение нестандартными методами решения математических задач позволит школьнику постоянно расширять свою эрудицию, совершенствовать практические навыки при работе с различными задачами. Проявлять творчество, нестандартный подход и оригинальность в ходе поиска решения. Все это направлено на развитие творческого мышления школьников.

Установлены особенности конструирования содержания внеурочного обучения, ориентированного на освоение математической деятельностью с учетом типологии математических способностей, которое включает освоение математической теории, овладение математическими методами и моделями, развитие способности к выдвижению нестандартных идей.

Введен эвристический прием решения заданий для математических олимпиад и конкурсов «Бикфордов шнур» и раскрыты особенности его применения.

При организации внеурочной деятельности школьников с высоким уровнем интеллектуального развития (математически одаренных школьников) необходимо использовать разнообразные приемы и содержание обучения адекватное их возможностям, образовательным потребностям и психолого-педагогическим особенностям.

Список литературы

- Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. Муниципальный этап XLIII Всероссийской олимпиады школьников по математике в Московской области // Математика в школе. 2017. № 3. С. 21-33.
- Асташова И.В., Будак Б.А., Горяшин Д.В., Зеленский А.С., Панкратьев А.Е., Панфёров В.С., Сергеев И.Н., Шейпак И.А. Олимпиада «Ломоносов - 2019-2020» по математике для 10-11 классов // Математика в школе. 2021. № 2. С. 13-20.
- Борисенко И.В., Киричек К.А. Об электронном учебнике «Тождественные преобразования в курсе математики основной школы» // Научное отражение. 2019. Т. 15. № 1. С. 8-9.
- Будак Б.А., Горяшин Д.В., Зеленский А.С., Козко А.И., Панфёров В.С., Разборов А.Г., Сергеев И.Н., Шейпак И.А., Юмашев М.В. Олимпиада по математике «Покори Воробьёвы горы!» - 2019-2020 // Математика в школе. 2021. № 1. С. 28-39.
- Буслаева И.П. О различных подходах к определению нестандартной задачи // Научные труды Московского педагогического государственного университета им. В.И. Ленина. Серия: Естественные науки. М.: Прометей, 1995.
- Васильева М.В. Математические методы и стратегии решения нестандартных задач по алгебре в профильном классе (элективный курс) // Инновационные проекты и программы в образовании. 2014. № 2. С. 31-36.
- Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. М.: ООО «Издательство Астрель», ООО «Издательство АСТ», 2006.
- Гиглавый А.В. Потенциал проектно-исследовательской деятельности учащихся в условиях развития цифровой образовательной среды // CONTINUUM. Математика. Информатика. Образование. Елец. 2021. Т. 23. № 3. С. 74-79.
- Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы. М.: Издательство: Дрофа, 2007.
- Дрозина В.В., Дильман В.Л. Механизм творчества решения нестандартных задач. Руководство для тех, кто хочет научиться решать нестандартные задачи: учебное пособие. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.
- Егорченко И.В. Математические абстракции и методическая реальность в обучении математике учащихся средней школы: Дис. докт. пед. наук. Саранск, 2003.
- Зарипова З.Ф. Электронная олимпиада по математике: компетентностный подход // Теория и практика современного профессионального образования. 2014. № 1. С. 132-137.
- Кацман В.И., Козлов И.А., Новиков Ф.А. Игрофикация процесса решения типовых учебных задач на основе выбора правил преобразования // Современная наука: актуальные

проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. 2020. № 9. С. 63-68.

Клименко И.И. Преобразование тригонометрических выражений // Уральский научный вестник. 2018. Т. 1. № 2-1. С. 062-065.

Колягин Ю.М. Учебные математические задачи творческого характера. М., 1973.

Курант Р., Робинс Г. Что такое математика? М.: МЦНМО, 2001.

Миракова Т.Н. Система творческих задач курса алгебры 6-8 (7-9) классов и методика ее использования: дис. канд. пед. наук. М., 1989.

Митенева С.Ф. Нестандартные задачи по математике как средство развития творческих способностей учащихся: дис. канд. пед. наук. Вологда, 2005.

Нежурина М.А., Нестерова Н.А. Олимпиада – эффективная форма внеклассной работы по математике // Вестник научных конференций. 2021. 65. № 1-1. С. 84-86.

Ожегов С.И. Словарь русского языка. Издание 27-е, испр. и доп. М.: «Мир и образование», 2018.

Пивоварук Т.В. Обучение поиску решения нестандартных задач по алгебре в 6-8 классах: дис. канд. пед. наук. Минск, 1985.

Рыжик В.И. Упростить? Нет ничего проще?! // Математика в школе. 2012. № 1. С. 31-37.

Столяр А.А. Педагогика математики. Минск: Высшая школа, 1986.

Супрун В.П. Математика для старшеклассников: задачи повышенной сложности. М.: КД «Либроком» / URSS, 2017.

Умеренкова Е.Е., Бочарова О.Е. Применение нестандартных задач на уроках математики 5-6 классах как средство развития творческих способностей учащихся // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном образовательном пространстве. IV Всероссийская (с международным участием) научно-практическая конференция, посвященная 75-летию факультета физики, математики, информатики Курского государственного университета. Курск, 2020. С. 162-167.

Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Задачи на смекалку. 5 – 6 классы: пособие для учащихся общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2010.

Шевкин А.В. Школьная олимпиада по математике. Задачи и решения. М., 2004.

METHODOLOGICAL RECEPTION OF "BEAKFORD CORD" IN PROBLEMS OF ELEMENTARY MATHEMATICS

Ghazaryan R. M.

teacher

robertg@rambler.ru

Nalchik

Simonovskaya G. A.

Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor

simonovskaj_g@mail.ru

Yelets

GBU DPO "Center for Continuous Professional Development of Pedagogical Workers" of the Ministry of Education of the Kabardino-Balkarian Republic
Bunin Yelets State University

Abstract. Mathematical training of the student is carried out not only in the classroom, but in the course of organizing extracurricular activities in the subject. The developed courses are aimed at preparing students for the successful passage of the final certification, the participation of schoolchildren in olympiads, competitions and the choice of a future profession. Guided by the requirements for the results of mastering the basic educational program by students, voiced by the Federal State Educational Standard of Secondary General Education, requirements were identified aimed at

developing in schoolchildren the ability to apply the acquired knowledge in solving various problems and find non-standard ways to solve them. In the course of the study, lines of mathematical problems of increased difficulty were selected, each of which has its own non-standard approach to solving. Considering the essence of each method, various aspects of its use, a simulator task was singled out, on which this solution method was tested for the first time. The article presents one of the sets of problems of the Olympiad nature. Various constructions from elementary mathematics are analyzed, which, when performing certain actions, are greatly simplified and almost immediately lead to the correct answer. The tasks presented in the article, solved by non-traditional methods (of an Olympiad nature), can be used in the practice of the work of a mathematics teacher in order to form a higher level of mathematical competencies in schoolchildren. The features of constructing the content of extracurricular education, focused on the development of mathematical activities, taking into account the typology of mathematical abilities, which includes the development of mathematical theory, mastery of mathematical methods and models, and the development of the ability to put forward non-standard ideas, are established.

Keywords: Extracurricular activities, Olympiad mathematical problem, Non-standard solution method.

References

- Agakhanov, N. Kh., Podlipsky, O. K. (2017). Municipal stage of the XLIII All-Russian Olympiad for Schoolchildren in Mathematics in the Moscow Region. *Mathematics at School*, 3, 21–33. (In Russ., abstract in Eng.)
- Astashova, I. V., Budak, B. A., Goryashin, D. V., Zelensky, A. S., Pankratiev, A. E., Panferov, V. S., Sergeev, I. N., Sheypak, I.A.(2021). Olympiad "Lomonosov - 2019-2020" in mathematics for grades 10-11. *Mathematics at school*, 2, 13-20. (In Russ., abstract in Eng.)
- Borisenko, I. V., Kirichek, K. A. (2019). About the electronic textbook "Identical transformations in the basic school mathematics course". *Scientific reflection*, 1(15), 8-9. (In Russ., abstract in Eng.)
- Budak, B. A., Goryashin, D. V., Zelensky, A. S., Kozko, A. I., Panferov, V. S., Razborov, A. G., Sergeev, I. N., Sheypak, I. A., Yumashev, M. V. (2021). Olympiad in Mathematics "Conquer the Sparrow Hills!" – 2019-2020. *Mathematics at school*, 1, 28-39. (In Russ., abstract in Eng.)
- Buslaeva, I. P. (1995). O razlichnykh podkhodakh k opredeleniyu nestandartnoy zadachi [On various approaches to the definition of a non-standard task]. *Nauchnye trudy Moskovskogo pedagogicheskogo gosudarstvennogo universiteta im. V.I. Lenina. Seriya: Estestvennye nauki*. Moscow: Prometheus. (In Russ.)
- Vasilyeva, M. V. (2014). Mathematical methods and strategies for solving non-standard algebra problems in the profile class (elective course). *Innovative projects and programs in education*, 2, 31-36. (In Russ., abstract in Eng.)
- Vygodsky, M. Ya. (2006). *Spravochnik po elementarnoy matematike*. Moscow: OOO «Izdatel'stvo Astrel'», OOO «Izdatel'stvo AST». (In Russ.)
- Giglav, A. V. (2021). The potential of students' design and research activities in the context of the development of the digital educational environment. *CONTINUUM. Mathematics. Computer science. Education*, 3(23), 74-79. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dorofeev, G. V., Potapov, M. K., Rozov, N. Kh. (2007). *Posobie po matematike dlya postupayushchikh v VUZy*. Moscow: Drofa. (In Russ.)

- Drozina, V. V., Dil'man, V. L. (2008). *Mekhanizm tvorchestva resheniya nestandartnykh zadach. Rukovodstvo dlya tekhn, kto khochet nauchit'sya reshat' nestandartnye zadachi: uchebnoe posobie*. Moscow: BINOM. (In Russ.)
- Egorchenko, I. V. (2003). *Matematicheskie abstraktsii i metodicheskaya real'nost' v obuchenii matematike uchashchikhsya sredney shkoly* [Doctoral Dissertation]. Saransk. (In Russ.)
- Zaripova, Z. F. (2014). Electronic Olympiad in mathematics: competence approach. *Theory and practice of modern vocational education, 1*, 132-137. (In Russ., abstract in Eng.)
- Katsman, V. I., Kozlov, I. A., Novikov, F. A. (2020). Gamification of the process of solving typical educational tasks based on the choice of transformation rules. *Modern science: actual problems of theory and practice. Series: Natural and Technical Sciences, 9*, 63-68. (In Russ., abstract in Eng.)
- Klimenko, I. I. (2018). Transformation of trigonometric expressions. *Ural Scientific Bulletin, 2-1*, 62-65. (In Russ., abstract in Eng.)
- Kolyagin, Yu. M. (1973). *Uchebnye matematicheskie zadachi tvorcheskogo kharaktera*. Moscow. (In Russ.)
- Kurant, R., Robins, G. (2001) *Chto takoe matematika?* Moscow: MTsNMO. (In Russ.)
- Mirakova, T. N. (1989). *Sistema tvorcheskikh zadach kursa algebry 6-8 (7-9) klassov i metodika ee ispol'zovaniya* [PhD thesis]. Moscow. (In Russ.)
- Miteneva, S. F. (2005). *Nestandartnye zadachi po matematike kak sredstvo razvitiya tvorcheskikh sposobnostey uchashchikhsya* [PhD thesis]. Vologda. (In Russ.)
- Nezhurina, M. A., Nesterova, N. A. (2021). Olympiad - an effective form of extracurricular work in mathematics. *Bulletin of scientific conferences, 1-1(65)*, 84-86. (In Russ., abstract in Eng.)
- Ozhegov, S. I. (2018). *Slovar' russkogo yazyka*. Moscow: "Peace and Education". (In Russ.)
- Pivovarov, T. V. (1985). *Obuchenie poisku resheniya nestandartnykh zadach po algebre v 6-8 klassakh* [PhD thesis]. Minsk. (In Russ.)
- Ryzhik, V. I. (1986). Simplify? Is there nothing easier?! *Mathematics at school, 1*, 31-37. (In Russ., abstract in Eng.)
- Stolyar, A. A. (1986). *Pedagogika matematiki 3-e izd.* Minsk: Vysshaya shkola. (In Russ.)
- Suprun, V. P. (2017). *Matematika dlya starsheklassnikov: zadachi povyshennoy slozhnosti*. Moscow: CD "Librocom" / URSS. (In Russ.)
- Umerenkova, E. E., Bocharova, O. E. (2020). *Primenenie nestandartnykh zadach na urokakh matematiki 5-6 klassakh kak sredstvo razvitiya tvorcheskikh sposobnostey uchashchikhsya* [The use of non-standard tasks in math lessons in grades 5-6 as a means of developing students' creative abilities] *Aktual'nye problemy teorii i praktiki obucheniya fiziko-matematicheskim i tekhnicheskim distsiplinam v sovremennom obrazovatel'nom prostranstve. IV Vserossiyskaya (s mezhdunarodnym uchastiem) nauchno-prakticheskaya konferentsiya, posvyashchennaya 75-letiyu fakul'teta fiziki, matematiki, informatiki Kurskogo gosudarstvennogo universiteta*. Kursk. (In Russ.)
- Sharygin, I. F., Shevkin, A. V. (2010). *Zadachi na smekalku. 5 – 6 klassy: posobie dlya uchashchikhsya obshcheobrazovat. uchrezhdeniy. 10-e izd.* Moscow: Prosveshchenie. (In Russ.)
- Shevkin, A. V. (2004). *Shkol'naya olimpiada po matematike. Zadachi i resheniya*. Moscow. (In Russ.)