DOI: 10.24888/2500-1957-2022-1-26-37

УДК 378.147 378.046.2

ПОДГОТОВКА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К ОБУЧЕНИЮ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Глебова Мария Владимировна
к.ф.-м.н., доцент
mvmorgun@mail.ru
г. Пенза
Пензенский государственный университет

Селютин Владимир Дмитриевич
д.п.н., профессор
selutin_v_d@mail.ru
г. Орёл
Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева

Яремко Наталия Николаевна
д.п.н., доцент
yaremki@yandex.ru
г. Москва
Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»

Аннотация. Статья посвящена проблеме подготовки будущих учителей математики к обучению школьников решению олимпиадных задач. В практике работы современной школы очень остро стоит вопрос об олимпиадных достижениях учащихся, которые невозможны без соответствующей подготовки учителей. В настоящее время констатируется высокая востребованность профессионалов, способных готовить школьников к решению олимпиадных задач. В то же время проведенные опросы позволяют сделать вывод о недостаточном формировании готовности студентов педагогического вуза — будущих учителей математики — к одному из видов их будущей профессиональной деятельности, а именно, обучению школьников решению олимпиадных задач. Мы предлагаем разработанную и апробированную методику подготовки будущих учителей математики к обучению решению школьников олимпиадным задачам. В качестве содержательной основы такой подготовки выбрана теория графов ввиду ее активного использования в олимпиадных задачах и, в то же время, лишь фрагментарного, не системного обучения основам теории графов в школьном курсе математики. Кроме того, мы выявили высокий познавательный интерес школьников к задачам такого сорта. В ходе педагогического исследования нами произведен отбор математического содержания, выполнено его структурирование, предложены формы, методы и средства обучения; произведена диагностика достигнутых результатов обучения студентов и школьников. В ходе эксперимента зафиксирована положительная динамика сформированности готовности студентов — будущих учителей математики — к обучению школьников решению олимпиадных задач, причем положительный образовательный результат достигался не за счет увеличения количества часов на конкретный учебный предмет, а эффективным и целенаправленным формированием математического содержания, адекватным выбором организационных форм обучения, среди которых большая роль принадлежала педагогической практике, кружковой работе. Зафиксирован рост числа решенных школьниками олимпиадных задач на применение теории графов. Результаты исследования позволяют сделать вывод об эффективности разработанной методики. В эксперименте приняли участие преподаватели Пензенского государственного университета; студенты педагогического института, обучающиеся по направлению «Педагогическое образование» профиля «Математика»; слушатели курсов переподготовки учителей при Пензенском государственном университете, а также учащиеся межшкольного городского факультатива при педагогическом институте ПГУ и школ г. Пензы.

Ключевые слова: профессиональная подготовка учителей математики, олимпиадная математическая задача, графы.

Введение

Национальный проект РФ «Образование», принятый в 2019 году и рассчитанный до 2024 года, среди своих приоритетных целей ставит обеспечение глобальной конкурентоспособности российского образования, вхождения РФ в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования, воспитание гармоничной личности. Развитие массового олимпиадного движения в РФ предоставляет все возможности для достижения поставленных целей. В настоящее время приоритетной стала расширенная математическая подготовка школьников, рассчитанная на участие школьников в олимпиадах. В этом направлении проделывается огромная работа для повышения мотивации школьников в изучении математики. В настоящее время кроме традиционных математических олимпиад появилось большое количество интернет-олимпиад с интересными практико-ориентированными задачами по математике (Дворяткина, 2021). Широкую известность в школах России получили Международный конкурс-игра «Кенгуру, математика для всех», олимпиады «Эйдос», «Турнир городов», олимпиады школы «Авангард», «Ломоносов», «Олимпиада им. Эйлера», «Высшая проба», «Покори Воробьевы горы». Проводятся математические олимпиады ведущими вузами Росси, регионами, городами. Появились и широко востребованы образовательные платформы, в которых разработаны математические игры, требующие решение задач олимпиадного характера (Карпачева, 2020). Например, платформы «Учи.ру», «Фоксфорд» и т. д., рассчитанные, в основном, на начальную школу, но и они расширяют круг своих предложений.

Как итог, увеличивается число школьников, желающих подготовиться к олимпиадам по математике. Но на практике учителя математики, особенно учителя старших классов, не готовы обучать школьников решению олимпиадных задач. Такое противоречие приводит к необходимости его разрешения. Отдельным вопросам этой проблемы посвящено наше исследование.

Методология исследования

Методологической основой исследования являются компетентностный, системно-деятельностный, контекстный научно-педагогические подходы в высшем образовании. При разработке методики на теоретическом уровне мы опирались на принципы фундаментальности, целостности, визуализации; на практическом уровне — на принципы активного взаимодействия, цифровизации, вариативности.

Готовность студентов — будущих учителей математики — к обучению школьников решению олимпиадных задач на основе теории графов мы определим как личностное синергетическое образование в составе трех взаимосвязанных и взаимодействующих компонентов: 1) знаниевого — владение основами теории графов; 2) деятельностного — владение приемами и методами решения задач на основе теории графов; 3) профессионального — владение профессиональными педагогическими компетенциями, нахождение «зоны ближайшего развития» школьника при организации и проведении учебного процесса. Такая готовность предполагает овладение знаниями в области теории графов, основными методами и приемами решения задач по теории графов, общей методологией решения математических задач; знание структурных и деятельностных компонентов математической задачи, методологии поиска решения математической задачи, осуществления решения и проверки полученного результата. Готовность студентов —

будущих учителей математики — к обучению школьников решению олимпиадных задач на основе теории графов предполагает владение основными приемами и методами педагогической деятельности при обучении математике: создавать проблемные ситуации, стимулировать школьников к учению, ставить вопросы, сравнивать, создавать условия для индивидуального развития учащихся с учетом их индивидуальных особенностей.

В исследовании применялся комплекс теоретических и эмпирических методов: сравнительный анализ нормативных документов и теоретических положений обучения решению олимпиадных задач, экспертные оценки, наблюдение, опрос, педагогический эксперимент, наглядное представление, количественный и качественный анализ его результатов. Экспериментальной базой явился Пензенский государственный университет, школы г. Пензы.

Результаты

Наше исследование мы начали с выяснения состояния проблемы обучения школьников решению олимпиадных задач. Был проведен опрос среди студентов, направляемых на педагогическую практику. За время обучения будущие учителя математики проходят две активных практики, на которой они пробуют себя в качестве учителей математики. Первая — это практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности, вторая — производственная, то есть педагогическая. Обе эти практики являются обязательным видом учебной работы бакалавра. Первая практика проходит в 7 семестр, вторая — в 8 семестре на базе образовательных организаций (школ, лицеев, гимназий) г. Пензы. На данных практиках студенты проводят уроки в качестве учителя математики, проводят внеклассные мероприятия по математике, организуют работу математического кружка. В течение таких практик многие студенты в дальнейшем определяются с выбором места работы, часть из них остаются работать учителями в тех школах, где проходили практику.

На конференции по педагогической практике был проведен опрос.

1. Согласились бы вы готовить школьников 5-9 классов к олимпиаде по математике? Если нет, то по какой причине?

2. Согласились бы вы готовить школьников 10–11 классов к олимпиаде по математике? Если нет, то по какой причине?

3. Есть ли у вас уверенность, что вы сами решите все задания из предложенной олимпиады? Возникает ли у вас страх перед олимпиадными задачами по математике?

4. Как вы считаете, достаточна ли ваша математическая подготовка для решения олимпиадных задач по математике?

5. Как вы считаете, нужно ли уделить решению олимпиадных задач при подготовке учителей по математике больше внимания?

6. Знакомы ли вы с методическими особенностями подготовки школьников к олимпиаде?

7. Во время прохождения вашей педагогической практики идет подготовка к школьному туры олимпиад по предметам, принимали ли вы участие в подготовке школьников к олимпиаде по математике или в ее проведении, или в проверке работ?

Данный опрос показал, что более 80% студентов не готовы работать с олимпиадными задачами. Одной из причин низкого уровня математической подготовки студентов связано с тем, что сегодня на педагогические специальности поступают в целом более слабые выпускники школ (Тестов, 2019). Но практически 100% студентов считают такую работу необходимой, своевременной, выражают намерение обучаться решению олимпиадных задач.

Аналогичные результаты мы получили в результате анкетирования магистров, где 90% уже работающие учителями в школе, и у студентов заочной формы обучения, также работающих в школе. Таким образом, мы констатировали, что студенты имеют недостаточную математическую и методическую подготовку для обучения школьников успешному участию в олимпиадах по математике.

К решению этой проблемы мы подошли системно: сначала необходимо включать олимпиадные задачи в предметные математические дисциплины и курсы, начиная с первого года обучения студентов — будущих учителей математики. Затем переходить к специализированным дисциплинам, таким как «Практикум решения задач» (имеется в виду школьных задач), «Решение олимпиадных задач», «Решение задач повышенной трудности по геометрии» и т. п., которые начинаются с 3 курса. И многие студенты высказывают мнение, что за эти два года они многое из школьных знаний забывают, приходится тратить время на изучение школьных тем заново, вместо того чтобы углублять знания, полученные в школе. Поэтому мы предлагаем при изучении плановых дисциплин и курсов на первом и втором годах обучения «Математический анализ», «Геометрия», «Алгебра» включать олимпиадные задачи по математике.

Так, например, на первом курсе, при изучении дисциплины «Алгебра» изучаются темы «Метод математической индукции», разделы «Теория чисел», «Алгебра многочленов», при изучении которых можно включать олимпиадные задачи. На 3 курсе при изучении «Практикум решения задач по алгебре (геометрии)» увеличить количество решаемых олимпиадных задач по математике. Например, при решении уравнений, неравенств, систем обязательно на занятии рассматривать хотя бы по одной олимпиадной задаче на данную тему.

Также предлагаем усилить математические знания по некоторым специализированным темам. Например, «Принцип Дирихле при решении математических задач», «Использование графов при решении задач».

Остановимся подробнее на теории графов.

При анализе олимпиадных задач по математике выяснилось, что в каждой олимпиаде встречается задача, решаемая с помощью графов. Графы являются отличным средством поиска решения задач благодаря тому, что они соединяют в себе простоту, доступность и наглядность решения. Это хорошо демонстрируется на следующей задаче.

Задача 1 из Международного математического конкурса-игры «Кенгуру»: «Сидор-сын брата жены Петра. Тогда Петр — …Выберите правильный вариант ответа:

а) отец жены брата Сидора;

б) отец брата жены Сидора;

в) отец мужа сестры Сидора;

г) муж сестры матери Сидора;

д) муж сестры отца Сидора».

Комментарий к решению. Строим граф-дерево, соответствующее генеалогическому древу данной семьи. По этому графу-дереву видно, что Петр — муж сестры отца Сидора. Ответ: д).

Приведем еще несколько задач из олимпиад старших классов для осознания насколько глубоко надо знать теорию графов для решения этих задач.

Возьмем XLVIII Всероссийскую математическую олимпиаду школьников региональный этап, 2021–2022 учебный год. Присутствует задача, которая предполагает решение с помощью графов.

11 класс. «В компании некоторые пары людей дружат (если A дружит с B, то и B дружит с A). Оказалось, что при любом выборе 101 человека из этой компании количество пар дружащих людей среди них нечетно. Найдите наибольшее возможное количество человек в такой компании. (Е. Бакаев, И. Богданов) Ответ: 102.»

Решение (предлагаемое на официальном сайте этой олимпиады). Предлагается 3 способа решения, но «во всех решениях ниже мы рассматриваем, так называемый, граф «дружб», в котором вершины — это люди в компании, а два человека соединены ребром, если они дружат. Рассмотрим 102 вершины, и построим на них следующий граф. Одну вершину x соединим с тремя другими v1, v2, v3. Остальные 98 вершин разобьем на пары и соединим вершины в каждой паре. Получился граф с 98/2+3 = 52 ребрами. При удалении любой вершины удаляется нечетное число ребер, то есть остается также нечетное число.

Поэтому компания, описанная в условии, может состоять из 102 человек. Осталось показать, что не существует такой компании из 103 человек (тогда и компании из более чем 103 человек тоже быть не может). Ниже мы приводим несколько различных способов сделать это; в каждом способе мы предполагаем, от противного, что такая компания нашлась.

Первый способ. Существует всего $n = C_{103}^{2} = 51 \cdot 103$ способа выбросить две вершины из 103, оставив 101. Пронумеруем эти способы числами от 1 до n. Пусть a_i — количество ребер на оставшихся 101 вершинах в i-м способе; по предположению, все числа ai нечетны, а значит, нечетна и их сумма S (поскольку число n нечетно). С другой стороны, рассмотрим любое ребро uv. Это ребро учтено в числе a_i ровно тогда, когда вершины u и v не выброшены в i-м способе, то есть когда выброшена какая-то пара из оставшихся 101 вершин. Это происходит в $k = C_{101}^{2} = 50 \cdot 101$ способах. Итак, каждое ребро учтено в S четное количество k раз, поэтому S должно быть четным. Противоречие.

Второй способ. Назовем вершину четной, если ее степень четна, и нечетной иначе. Рассмотрим два случая.

Случай 1. Пусть общее количество ребер в графе нечетно. Тогда, выкидывая любую пару вершин, мы должны выкинуть из графа четное число ребер (чтобы осталось нечетное число). С другой стороны, если мы выкидываем вершины со степенями d_1 и d_2, то число выкинутых ребер равно $d_1 + d_2$, если эти вершины не соединены ребром, и $d_1 + d_2 - 1$, если соединены. Отсюда следует, что вершины одинаковой четности всегда не соединены ребром, а вершины разной четности — всегда соединены. Значит, если в графе k четных вершин, то общее число ребер равно $k(103-k)$, то есть четно. Но мы предполагали, что это количество нечетно — противоречие.

Случай 2. Пусть общее количество ребер в графе четно. Аналогично получаем, что вершины одинаковой четности всегда соединены ребром, а вершины разной четности не соединены. Поэтому, если в графе k четных вершин, то число отсутствующих ребер равно $k(103-k)$, то есть четно. Поэтому общее число ребер есть $C_{103}^{2} - k(103-k) = 103 \cdot 51 - k(103-k)$, то есть нечетно. Но мы предполагали, что это количество четно.

Замечание 1. Разумеется, существуют и другие примеры компании из 102 человек, удовлетворяющей условию.

Замечание 2. Существует и такая вариация второго решения. Рассмотрим произвольные 102 вершины и индуцированный подграф на этих вершинах, пусть в нем k ребер. Выбрасывая из них произвольную вершину (скажем, степени d), получаем 101 вершину с нечетным количеством ребер $k-d$. Значит, степень любой вершины в нашем подграфе имеет четность, отличную от четности k, то есть степени всех 102 вершин имеют одну и ту же четность. Рассмотрим теперь весь граф на 103 вершинах. Назовем вершину четной, если после ее удаления остается граф, в котором все степени вершин четны, и нечетной иначе. Тогда две вершины одной четности соединены с одними и теми же из остальных вершин, а две вершины разной четности — с наборами вершин, дополняющими друг друга до всего множества из 101 оставшейся вершины. Отсюда несложно выяснить, как и во втором решении, что граф — либо полный двудольный, либо объединение двух полных графов. Далее можно действовать как и в этом решении».

Задача 2 из школьного тура Московской олимпиады по математике, 2018-19 уч.г.: «В стране 100 городов. Между любыми двумя городами либо нет соединения, либо налажено авиасообщение, либо есть железная дорога (одновременно и авиасообщение, и железной дороги быть не может). Известно, что если два города соединены с третьим железной дорогой, то между ними есть авиалиния, а если два города соединены с третьим авиалиниями, то между ними есть железная дорога. Из-за стихийного бедствия отменила все авиарейсы в стране. Правительство постановило в некоторых городах разместить центы гуманитарной помощи, причем так, чтобы из каждого города можно было добраться в подобный центр. Докажите, что необходимо открыть хотя бы 20 таких центров».

Комментарий к доказательству. Сначала строим граф, соответствующий условию задачи: города — вершины графа, сообщение между городами — ребро графа. Далее доказывается методом от противного, что никакой город не соединен железной дорогой более чем с 2-мя городами другими. Про такие города, связанные железной дорогой, будем говорить, что они образуют связанный подграф. Далее доказывается, что такие подграфы содержат не более 5 вершин. И делается вывод, что чтобы из каждого города можно было добраться до гуманитарного центра, его необходимо открыть в каждом таком связанном подграфе. Значит, этих центров надо хотя бы 20.

Задача 3 из Международного математического конкурса — игра “Кенгуру”, 2019 год: «Полина хочет раскрасить восемь кружков на рис. 1 в три цвета так, чтобы любые два кружка, соединенные отрезком, были покрашены в разные цвета. Какие два кружка на рис. 28 будут обязательно покрашены в один цвет?»

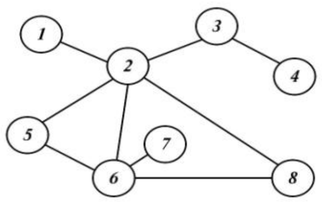

Рис. 1. Схема к задаче математического конкурса – игры “Кенгуру”

Задача 4 из Всероссийской олимпиады школьников, 2018 год, региональный этап, второй день, 9 класс. «В компании 100 детей, некоторые дети дружат (дружба всегда взаимна). Известно, что при выделении любого ребенка оставшихся 99 детей можно разбить на 33 группы по 3 человека так, чтобы в каждой группе все трое попарно дружили. Найдите наименьшее возможное количество пар дружащих детей».

Решение (авторское оформление решения с использованием графов, на сайте предлагается решение на основе графов, но в более абстрактном виде). Построим граф, в котором вершины будут соответствовать детям, а ребра — их дружбе. При исключении любой из вершин данного графа, из остальных вершин составляются 33 группы, где каждая из трех вершин является смежной с двумя другими. Предстоит определить минимальное число ребер в указанном графе. Возможные варианты.

Например, есть единственная группа, состоящая из трех вершин, назовем её “трио”. В этом случае, для возможности выполнения условия необходимо добавить еще одну вершину, смежную со всем “трио” (рис. 2).

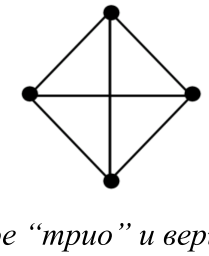

Рис. 2. Единственное “трио” и вершина, смежная с ним

Тогда, при единственном “трио” граф состоит из 4 вершин и 6 ребер.

В случае двух “трио” и вершины, смежной с каждой из них имеем граф, представленный на рисунке 3.

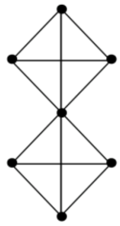

Рис. 3. Два “трио” и вершина, смежная с каждым из них

Граф на рис. 3 имеет 7 вершин и 12 ребер.

Теперь берем три “трио” и вершину, смежную каждой тройке. Получается граф, изображенный на рис. 4.

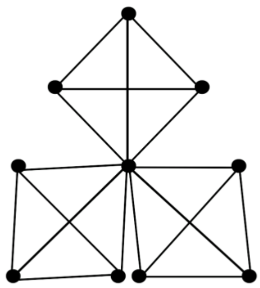

Рис. 4. Три “трио” и вершина, смежная с каждым из них

В случае трех “трио” граф содержит 10 вершин и 18 ребер.

Заметим закономерность, каждый раз при добавлении “трио” число вершин можно было узнать по формуле $3n+1$, где n — количество “трио”. Число ребер равно $6n$, n также обозначает “трио”. Из условия имеем 100 вершин, т.е. 33 “трио” и единственная вершина, смежная с каждым из них. Число ребер равно $6\times33=198$. Ответ. 198.

Обзор и анализ олимпиадных задач позволяет констатировать, что в содержании каждой олимпиады, начиная даже с 3 класса, присутствует задача, которая может быть решена с помощью графов.

Проанализировав решения, выявляем необходимое содержание и навыки по теории графов: уметь строить граф, соответствующий условию задачи, проводить подсчет ребер графа, знать и использовать лемму о рукопожатии, знать понятия степени графа, четной и нечетной вершины графа, подграфа, понятие полного, двудольного графа, операции над графами, владеть понятиями связных/несвязанных графов, граф-дерево, раскраска графов.

Обзор и анализ содержания школьных учебников по теме «Графы» приводит к следующим выводам. Несмотря на то что, использование графов при решении задач позволяет условие задачи, ее решение оформить более наглядно, в большинстве школьных учебников нет сведений о графах. Только в некоторых учебниках представлены задания, решение которых осуществляется посредством графов, но эти математические объекты никак не названы и не обозначены. Поэтому школьники, порой, хотя и встречались с графами, порой не знают сам термин, за исключением некоторых (двух, трех) учебников.

Например, в учебнике Н.Я. Виленкина для 6 класса имеются задачи, в решении которых используются графы. В упражнении 1220 школьники впервые узнают о таких понятиях как «граф», «вершина графа», «ребро графа». «Решать некоторые математические задачи помогают специальные схемы, состоящие из точек и соединяющих их дуг или стрелок. Такие схемы называют графами, точки называют вершинами графа, а дуги — ребрами графа».

Задача 5. Ответьте на вопросы, используя графы.

а) В спортивном зале собрались Витя, Коля, Петя, Сережа и Максим (рис. 5.а). Оказалось, что каждый из мальчиков знаком только с двумя другими. Кто с кем знаком? (Ребро графа означает "мы знакомы").

б) Во дворе гуляют братья и сестры одной семьи. Кто из этих детей мальчики, а кто девочки (рис. 5.б)? (Пунктирные ребра графа исходят от сестер, сплошные — от братьев).

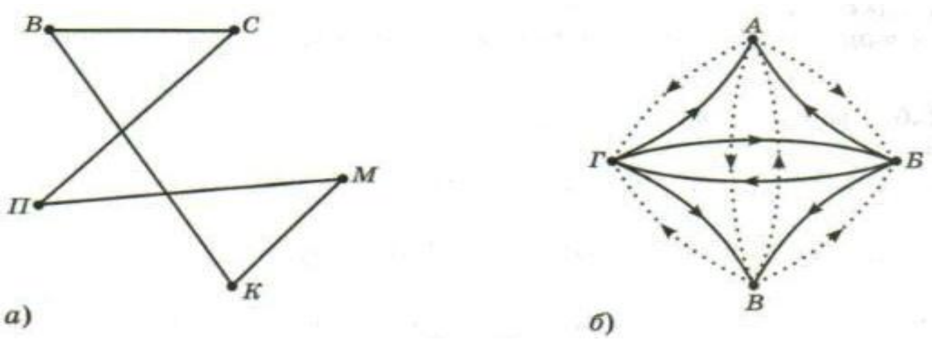

Рис. 5. Графы к задаче 5

В учебнике Геометрия 7-9 класс (авт. И.М. Смирнова, В.А. Смирнов) теории графов посвящено три параграфа: 24, 25 и 26. В них рассматриваются основные понятия графов, теорема Эйлера и проблема четырех красок. Содержатся несколько увлекательных задач, среди которых определить какие из изображенных графов являются уникурсальными, нарисовать фигуры, изображенные на картинке одним росчерком, раскрасить карты. Но как правило, учителя, даже работающие по учебникам этих авторов, обходят эту тему, поскольку они при обучении отдают предпочтение чисто техническим вопросам, ориентируясь на выпускные проверочные работы. Такое ущемление элементов дискретной математики в школьной программе, приводит к тому, что у учащихся плохо формируется математическое мышление, связанное с восприятием дискретных объектов (Тестов, 2021).

В вузовском обучении не существует отдельного курса по теории графов. Этот материал фрагментом включен в раздел дисциплины «Дискретная математика». На изучение темы «Графы» предусмотрено 5 лекций и 7 практических занятий на 4-ом году обучения.

Мы предлагаем рассмотреть следующие темы: «Псевдограф, мультиграф, граф и их ориентированные аналоги», «Степень вершины графа», «Путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл», «Связные графы», «Изоморфные графы», «Эйлеровы графы», «Гамильтоновы графы», «Планарные графы», «Плоские графы», «Теорема Эйлера и ее следствия», «Непланарность графов K5 и K3,3», «Раскраска вершин и ребер графа», «Деревья».

При изучении этого раздела необходимо доказать свойства степени вершин графа, свойства связных графов, матриц смежности и инцидентности графа, изучить изоморфные графы и их свойства, подобрать примеры изоморфных и неизоморфных графов, установить необходимые условия изоморфизма графов, доказать критерий существования эйлерова пути и цикла в графе, знакомство с алгоритмом нахождения гамильтонова цикла и пути в графе, доказательство лемм о наложениях графов, теоремы Эйлера об эйлеровой характеристике плоского связного графа доказательство теоремы о 5-хроматичности плоского графа, изучение проблемы 4 красок, раскраска вершин и ребер графа изучение свойств деревьев. При решении задач студенты учатся использовать свойства графа, доказывать изоморфизм графов, отыскивать эйлеров и гамильтонов пути и циклы в графах, знакомятся с приложениями графов при решении олимпиадных задач, начинают применять теорию графов в алгебре при изучении самодополнительных графов, составлении алгоритма нахождения эйлерова цикла в графе. Завершением этого курса служат занятия по теме «Использование графов при решении олимпиадных задач». В спецкурсе по выбору «Решение олимпиадных задач» на тему «Графы» необходимо выделить 4 практических занятия, на которых рассматривать олимпиадные задачи повышенной сложности для старших школьников, решаемые с помощью графов.

Одним из эффективных способов активизации работы по обучению школьников решению олимпиадных задач является педагогическая практика, где студенты получают практический опыт применения тех компетенций, формирование которых начинается в условиях вуза, а продолжается в квази-профессиональной деятельности в общеобразовательной школе. Необходимость применения различных форм методико-математической подготовки обусловлена нормативными требованиями: эффективная подготовка будущих учителей математики требует целенаправленной работы по приобщению к основным видам их профессиональной деятельности (Торогельдиева, 2017; Тестов, 2019; Селютин, 2019).

Организация обучения школьников решению олимпиадных задач на уроках и во внеурочное время в период педагогической практики многообразна (Селютин, 2021; Яремко, 2021). Возможно проведение внеклассного мероприятия по математике, ориентированного на подготовку школьников к олимпиаде (Фарков, 2018). Причем, чтобы это мероприятие было ориентировано на весь класс, необходимо выбрать тему, не требующую глубоких теоретических знаний по математике. Например, «Использование графов при решении олимпиадных задач», «Олимпиадные задачи на логику», «Комбинаторика в олимпиадных задачах». В период первой педагогической активной практики студенты попадают в школу в период, когда там проходят школьные туры олимпиад по предметам. И здесь студенты обязательно включаются в работу по подготовке и проведению таких олимпиад. Вторая педагогическая практика студентов совпадает с периодом подготовки и проведения международных олимпиад «Кенгуру», «Эйдос», которые ежегодно стартуют в марте. Студенты-практиканты становятся активными участниками обучения школьников решению олимпиадных задач.

В период прохождения педагогической практики студенты разрабатывают тематические планы уроков, готовят планы-конспекты внеурочных мероприятий, организуют проектно-исследовательскую деятельность школьников, используя при этом свой опыт решения олимпиадных задач, полученный в вузовском курсе (Гревцева, 2015; Попов, 2013).

Результаты применения описанной выше методики нашли свое отражение при проведении повторного анкетирования студентов и школьников, см. таблицу 1.

Таблица 1.
Результаты опроса школьников и студентов

Утверждение	Студенты 2019	Школьники 2019	Студенты 2021	Школьники 2021
Я берусь за решение олимпиадных задач с использованием графов	5%	2%	90%	80%
Я не берусь за решение олимпиадных задач с использованием графов	95%	98%	10%	20%

Сформированность готовности студентов — будущих учителей математики — к обучению школьников решению олимпиадных задач на основе теории графов по трем компонентам: знаниевому, деятельностному и профессиональному, проверялась методом экспертной оценки и дала следующие результаты (таблица 2).

Таблица 2.
Сформированность знаниевого, деятельностного и профессионального — компонентов готовности студентов к обучению школьников решению олимпиадных задач

	Знаниевый компонент готовности (%)	Деятельностный компонет готовности (%)	Профессиональный компонент готовности (%)
2020 г.	12	8	16
2021 г.	35	22	47
2022 г.	67	58	83

Заключение

Проведенное исследование и большой интерес студентов и школьников к решению олимпиадных математических задач на основе теории графов подтверждает его актуальность. В ходе эксперимента изменилось отношение студентов и школьников к олимпиадным задачам на теорию графов, исчезло отрицательное отношение к такого сорта задачам, исчезла стереотипная установка студентов и школьников, что «если задача олимпиадная, то это непонятная и трудная задача» (так они писали в своих ответах на анкетировании), у студентов-будущих учителей математики — появилась уверенность в своей профессиональной компетенции, сформировалась готовность к выполнению деятельности по решению и обучению решению олимпиадным задачам. Педагогический эксперимент подтвердил эффективность разработанной методики. В дальнейшем мы видим перспективной разработку подобных методик по другим дисциплинам методико-математической подготовки, в которых главенствующую роль играет, во-первых, фундаментальная предметная подготовка и, во-вторых, практические навыки профессиональной педагогической работы, приобретаемые в рамках педагогической практики.

Список литературы

Гревцева Г.Я. Педагогическая олимпиада – одна из форм подготовки будущих специалистов к профессиональной деятельности // Современная высшая школа: инновационный аспект. 2015. № 1. С. 98-106.

Дворяткина С.Н., Жук Л.В. Многоэтапные комплексы исследовательских задач математике в гибридной интеллектуальной образовательной среде школы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2021. Т. 44. № 4. С. 8-21.

Карпачева И.А., Меренкова В.С., Дворяткина С.Н. Управление процессом обучения: от традиционных моделей к интеллектуальному управлению // Психология образования в поликультурном пространстве. 2020. Т. 51. № 3. С. 95-109.

Попов А.И. Олимпиадное движение студентов как форма организации творческой самостоятельной работы в вузе // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2013. Т. 2. № 5. С. 166-170.

Селютин В.Д., Яремко Н.Н Особенности методического обеспечения освоения студентами векторных пространств в условиях пандемии // Ученые записки Орловского государственного университета. 2021. Т. 90. № 1. С. 257-260.

Селютин В.Д., Яремко Н.Н. Обучение бакалавров математике на основе понятия «корректность»: монография. Орёл: ОГУ имени И.С. Тургенева, 2019.

Селютин В.Д., Яремко Н.Н Варьирование математической задачи как средство овладения теорией вероятностей // Образование и общество. 2021. Т. 127. № 2. С. 55-60.

Тестов В.А. Особенности подготовки учителей математики в современных условиях // Информационные и педагогические технологии в современном образовательном учреждении. Материалы X Всероссийской научно-практической конференции. 2019. С. 166-171.

Тестов В.А. О проблеме отбора содержания обучения математике в условиях цифровизации общества // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов: материалы 40-го международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Брянск, 2021. С. 11-15.

Торогельдиева К.М. Некоторые аспекты эффективной подготовки будущих учителей математиков // Молодой ученый. 2017. Т. 138.1. № 4.1. С. 98-100.

Фарков А.В. Математические олимпиады. Методика подготовки и проведения. 5-11 классы. М.: «Вако», 2018.

Яремко Н.Н., Глебова М.В. Решение степенно-показательных уравнений в школьном курсе математики // Образование и общество. 2021. Т. 126. № 1. С. 38-43.

MATHEMATICS FUTURE TEACHERS PREPARATION TO TEACH STUDENTS IN OLYMPIAD PROBLEMS SOLVING BASED ON GRAPH THEORY

Glebova M. V.
PhD, Associate Professor
mvmorgun@mail.ru
Penza
Penza State University

Selutin V. D.
Dr. Sci. (Pedagogy), Professor
selutin_v_d@mail.ru
Oryol
Turgenev Oryol State University named

Yaremko N. N.
Dr. Sci. (Pedagogy), Professor
yaremki@yandex.ru
Moscow
National Research Technological University "MISIS"

Abstract. The article is devoted to the problem of preparing future mathematics teachers to teach schoolchildren to solve Olympiad problems. In the practice of a modern school, the question of students' Olympiad achievements is very acute, which are impossible without appropriate teacher training. Currently, there is a high demand for professionals who are able to prepare schoolchildren for solving Olympiad tasks. At the same time, the conducted surveys allow us to conclude that there is insufficient formation of readiness of students of a pedagogical university — future teachers of mathematics — for one of the types of their future professional activity, namely, teaching schoolchildren to solve Olympiad problems. We offer a developed and proven methodology for preparing future mathematics teachers to teach students how to solve Olympiad problems. Graph theory was chosen as the substantive basis of such training due to its active use in Olympiad problems and, at the same time, only fragmentary, not systematic teaching of the basics of graph theory in the school mathematics course. In addition, we have revealed a high cognitive interest of schoolchildren in tasks of this kind. In the course of pedagogical research, we selected mathematical content, structured it, proposed forms, methods and means of teaching; made diagnostics of the achieved learning outcomes of students and schoolchildren. During the experiment, a positive dynamics of the formation of the readiness of students — future teachers of mathematics — to teach schoolchildren to solve Olympiad problems was recorded, and a positive educational result was achieved not by increasing the number of hours for a specific academic subject, but by effective and purposeful formation of mathematical content, an adequate choice of organizational forms of education, among which a large role belonged to pedagogical practice, circle work. An increase in the number of Olympiad problems solved by schoolchildren for the application of graph theory has been recorded. The results of the study allow us to conclude about the effectiveness of the developed methodology. The experiment was attended by teachers of Penza State University; students of the Pedagogical Institute studying in the direction of "Pedagogical education" of the profile "Mathematics"; students of teacher retraining courses at Penza State University, as well as students of the interschool city elective at the Pedagogical Institute of PSU and schools of Penza.

Keywords: Professional training of mathematics teachers, Olympiad mathematical problem, Graphs.

References

Dvorjatkina, S. N., Zhuk, L. V. (2021). Multi-stage complexes of research problems in mathematics in a hybrid intellectual educational environment of the school. *Continuum. Maths. Informatics. Education*, *4*(24), 8–21. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-8-21 (In Russ., abstract in Eng.)

Farkov, A. V. (2018). *Matematicheskie olimpiady. Metodika podgotovki i provedenija. 5-11 klassy*. Moscow: Vako .

Grevceva, G. Ja. (2015). Pedagogical Olympiad as one of the Forms for Future Specialist Professional Training. *Contemporary higher education: innovative aspects*, *1*, 98-106. (In Russ., abstract in Eng.)

Jaremko, N. N., Glebova, M. V. (2021). Power-exponential equation's solving in school mathematics. *Obrazovanie i obshhestvo*, *1*(126), 38-43. (In Russ., abstract in Eng.)

Karpacheva, I. A., Merenkova, V. S., Dvorjatkina, S. N. (2020). Managing the learning process: from traditional models to intelligent management. *Educational Psychology in Polycultural Space*, *3*(51), 95–109. (In Russ., abstract in Eng.)

Popov, A. I. (2013). Olympiad movement of students as a form of creative independent work in a higher education institution. *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*, *5*(2), 166–170. (In Russ., abstract in Eng.)

Seljutin, V. D., Jaremko, N. N. (2021). Specifics of the methodical provision of students' mastering of vector spaces in the conditions of a pandemic. *Scientific Notes of the Oryol State University*, *1*(90), 257–260. (In Russ., abstract in Eng.)

Seljutin, V.D., Jaremko, N.N (2019). *Obuchenie bakalavrov matematike na osnove ponjatija «korrektnost'»: monografija*. Orjol: OGU imeni I.S. Turgeneva. (In Russ.)

Seljutin, V.D., Jaremko, N.N (2021). Varying the mathematical problem as a means for students to master probability theory. *Education and Society*, *2*(127), 55-60. (In Russ., abstract in Eng.)

Testov, V. A. (2019). Osobennosti podgotovki uchitelej matematiki v sovremennyh uslovijah. *Informacionnye i pedagogicheskie tehnologii v sovremennom obrazovatel'nom uchrezhdenii. Materialy X Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii*, 166-171. (In Russ.)

Testov, V. A. (2021). O probleme otbora soderzhanija obuchenija matematike v uslovijah cifrovizacii obshhestva. *Razvitie obshhego i professional'nogo matematicheskogo obrazovanija v sisteme nacional'nyh universitetov i pedagogicheskih vuzov. Materialy 40-go Mezhdunarodnogo nauchnogo seminara prepodavatelej matematiki i informatiki universitetov i pedagogicheskih vuzov. Brjansk*, 11-15. (In Russ.)

Torogel'dieva, K. M. Nekotorye aspekty jeffektivnoj podgotovki budushhih uchitelej matematikov. *Young Scientist*, *4.1*(138.1), 98-100. (In Russ.)