DOI: 10.24888/2500-1957-2022-3-40-58

УДК 372.851

ТЕХНОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ «ПРОБЛЕМНЫХ ЗОН» ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВЕ ПОДДЕРЖКИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ГИБРИДНОЙ СРЕДЫ

Смирнов Евгений Иванович
д.п.н., профессор
smiei@mail.ru
г. Ярославль
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

Уваров Артем Дмитриевич
к.ф.-м.н., доцент
smiei@mail.ru
г. Ярославль
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

Аннотация. Личность обучающегося изменилась в современный период в направлении учета и реализации ее интересов, преференций и социальной активности. В то же время интенсивность информационного поля, развитие наук, эффективные приложения современных достижений в науке (фрактальная геометрия, нечеткие множества и fuzzy logic, нейронные сети и искусственный интеллект, теория кодирования и шифрования информации, клеточные автоматы, неевклидовы геометрии, цилиндр и конус Шварца и т.п.) к реальной жизни и высоким технологиям диктуют необходимость интеграции науки и образования как основополагающей парадигмы развития школьного математического образования. Поэтому *проблема исследования* такова – каковы технологии управления образовательными процессами освоения математики школьниками на основе поддержки гибридных интеллектуальных систем в ходе исследования уровневого сложного знания. классификация, абстрагирование и т.п.) определения сущности обобщенных конструктов. Решение данной проблемы способно дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин и их приложений на базе адаптации современных научных достижений; как следствие, повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т.п.) и будет повышен научный потенциал, креативность и самоорганизация школьника. *Методы* решения проблемы адаптации современных достижений в науке к школьному образованию обоснованы: использованием средств математического и компьютерного моделирования; актуализации опыта и мотивации школьников в освоении сложного знания на основе наглядного моделирования и экспериментальной математики; фундированием опыта личности в ходе выявления и исследования «проблемных зон» в содержании, технологиях и личностном восприятии математического образования; теоретические методы (анализ, синтез, сложного знания; потребностью в диалоге культур и диверсификации интересов обучающихся. *Результаты:* в статье разработана технология и этапы эффективного интеллектного управления исследовательской деятельностью каждого школьника в условиях множественности целеполагания обобщенных конструктов сложного знания, наличия насыщенной информационно-образовательной среды, развертывания иерархических баз и комплексов многоэтапных математико-информационных исследовательских заданий, наличия эффективной обратной связи и мониторинга роста научного потенциала каждого школьника. Представлена реализация технологии для исследования фрактальных характеристик многогранных поверхностей цилиндра Шварца, боковой поверхности конуса. Результаты получены с использованием информационных сред Qt Creator, GeoGebra, MathCad. *Перспективы* исследования связаны с актуализацией феномена проявления синергетических эффектов, развитием научного потенциала и самоорганизации школьников в освоении математики, цифровая трансформация и актуализация сложного уровневого знания в насыщенной информационно-образовательной среде развертывания иерархической исследовательской деятельности (в том числе, на основе адаптации современных достижений в науке).

Ключевые слова: математическое образование, симбиоз математического и компьютерного моделирования, гибридные интеллектуальные системы, цилиндр Шварца.

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-14009.

Введение

Математическое образование в России претерпевает в современный период существенные изменения как объективного, так и субъективного характера. Эффективность функционирования современного общества, и реализация высокотехнологических трендов в производстве и технике требуют воспитания креативных личностей в условиях саморазвития их научного потенциала. Сама личность обучающегося изменилась в современный период в направлении учета и реализации ее интересов, преференций и социальной активности. В то же время интенсивность развития наук, эффективные приложения современных достижений в науке (фрактальная геометрия, нечеткие множества и fuzzy logic, нейронные сети и искусственный интеллект, теория кодирования и шифрования информации, клеточные автоматы, неевклидовы геометрии, цилиндр и конус Шварца и т.п.) диктуют необходимость интеграции науки и образования как основополагающей парадигмы развития школьного математического образования. Проблемы адаптации современных достижений в науке к школьному образованию обоснованы необходимостью учета опыта и мотивации в освоении сложного знания; наличия «проблемной зоны» в содержании, технологиях и личностном восприятии математического образования, актуализации сущности обобщенного конструкта сложного знания, лежащая в основе «проблемной зоны» математического образования. Такая когнитивная деятельность возможна средствами актуализации исследовательской деятельности обучающихся на основе симбиоза математического и компьютерного моделирования, осознанием необходимости работы в команде, потребностью в диалоге культур и диверсификации интересов обучающихся. Это приводит к необходимости эффективного управления исследовательской деятельностью каждого школьника в условиях множественности целеполагания, наличия насыщенной информационно-образовательной среды, развертывания иерархических баз и комплексов многоэтапных математико-информационных исследовательских заданий, наличия эффективной обратной связи и мониторинга роста научного потенциала каждого школьника. Поэтому *проблема исследования* – каковы технологии управления образовательными процессами освоения математики школьников на основе интеллектного управления исследованием уровневого сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования. Решение данной проблемы способно дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин и их приложений на базе адаптации современных научных достижений; как следствие, повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т.п.) и будет повышен научный потенциал и самоорганизация школьника. Эти задачи может успешно решать только креативная личность в условиях преодоления сложного и обогащенная когнитивной деятельностью в насыщенной математико-информационной среде освоения математики.

Ведущая идея, определяющая цели исследования, такова: ключевым аспектом феномена проявления синергетических эффектов и самоорганизации в освоении математики может стать цифровая трансформация и актуализация сложного уровневого знания в насыщенной информационно-образовательной среде развертывания иерархической исследовательской деятельности (в том числе, на основе адаптации современных достижений в науке), создания условий для выбора многоэтапных математико-информационных заданий с обобщенной сущностью, коммуникаций и диалога культур, выявления атрибутов самоорганизации личности в ходе освоении «проблемных зон» математики.

Задачи: выявить методологические, содержательные и технологические основы конструирования и актуализации процессов цифровой трансформации освоения иерархических баз и комплексов многоэтапных математико-информационных заданий и сопровождения исследовательской деятельности школьников в условиях реализации насыщенной информационно-образовательной среды и эффективного роста их научного потенциала (развить креативность и критическое мышление школьников в гибридной интеллектуальной системе проектно-исследовательской деятельности по освоению обобщенных конструктов сложного знания; разработать гибридную интеллектуальную систему поддержки роста научного потенциала каждого школьника в процессе освоения обобщенных конструктов сложного знания; определить методологию, архитектуру, параметры и функционал организации интеллектного управления проектно-исследовательской деятельностью каждого школьника в насыщенной информационно-образовательной среде освоения сложного математического знания).

Тем самым, настоящее исследование представляет собой попытку разработки технологии цифровой трансформации содержания сложного знания с поддержкой гибридных интеллектуальных систем в ходе реализации этапов исследовательской деятельности и роста научного потенциала каждого школьника на основе адаптации современных достижений в науке средствами симбиоза математического и компьютерного моделирования (постановка проблемы, ее определение и пояснение).

Обзор литературы и методология

Реализация технологии связана с освоением обучающимися сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования в насыщенной информационно-образовательной среде разноуровневого образования при поддержке интеллектуальных систем сопровождения роста научного потенциала школьников. Эффективным инструментом освоения сложного математического знания и развития интеллектуальных операций мышления обучающихся может стать исследование и адаптация к школьной или вузовской математике современных достижений в науке, ярко и значимо представленных в приложениях к реальной жизни, развитию других наук, высоким технологиям и производствам. Математическое образование как сложная и открытая социальная система несет в себе при этом огромный потенциал самоорганизации и позитивного проявления синергетических эффектов в разных направлениях: развитие и воспитание личности в проектной деятельности, упорядоченность содержания и структуры когнитивного опыта, коммуникации и социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур.

Античные философы Платон, Аристотель, Стагирит устанавливали онтологическое различие между простым и сложным, которое выражается в традиционных для древнегреческой мысли парах противоположностей, таких как «единое-многое», «элементарное-составное», «необходимое-случайное». Решение проблем вычислительной сложности (А. Тьюринг, С. Кук, М. Рабин и др.) показало, что именно временные характеристики играют наиболее важную роль в оценке сложности задачи (задачи P-класса (P-трудность) – полиномиальное время, задача коммивояжера – экспоненциальное время и т.п.). «Сложность означает много разных вещей – существует дескриптивная сложность и вычислительная сложность. Алгоритм может быть чрезвычайно сложным в смысле способа его построения и при этом работать очень быстро, так как его вычислительная сложность низка. Таким образом, мы имеем различные понятия о сложности. Мне не ясно, имеют ли в виду одно и тоже понятие инженеры-электронщики, экономисты, математики, специалисты по информатике и физики, когда употребляют термин сложность» (Карп, 1993, 498- 521). Существуют подходы, когда сложность связывается со временем образования системы или с ее иерархической структурой, а также, с вероятностью образования системы из исходных элементов, иногда сложность может означать способность системы к генерированию семиотических информационных связей и осуществлять на их основе взаимодействие с внешней средой, позволяющее реализовать иерархическую структуру управления. Следуя И.Р. Пригожину, понятия «сложность есть возникновение бифуркационных переходов вдали от равновесия и при наличии подходящих нелинейностей, нарушение симметрии выше точки бифуркации, а также образование и поддержка корреляций макроскопического масштаба» (Синергетике 30 лет…, 2000; Пригожин, 1964). Постнеклассическое мышление современного индивидуума, базирующееся на нелинейного окружающей реальности, ситуативности и неопределенности в принятии решения, множественного целеполагания и неоднозначности выбора настоятельно диктует необходимость и возможность освоения и принятия нового знания (математической грамотности) посредством преодоления сложного (современные достижения в науке), включающего новое знание, как императива перехода от хаоса к порядку. Поливалентность, множественность, многополярность, непредсказуемость, эмерджентность и неравновесность современного мира не может не быть увязана с категориями развития сущности объектов, явлений и процессов посредством проявления закономерностей переходов на более высокие уровни сложности как составляющих конкретно-всеобщей теории развития (Ст. Бир, Н. Винер, Дж. фон Нейман и др.).Исследователи делают вывод о том, что сложность является интегрирующей характеристикой способности к самоорганизации при достижении определенных критических ее уровней, способности к эффективному развитию и саморазвитию мышления и личностных качеств обучающегося. Ученые философы, педагоги и психологи (С.П. Курдюмов, Г. Хакен, К. Майнцер, А.Н. Поддъяков, В.С. Степин и др.) убедительно показали, что эффективное развитие личности происходит при освоении сложного знания (разных уровней его сложности в зависимости от личностного развития обучающихся, включая инклюзивное образование), создания ситуаций преодоления трудностей в процессе освоения знаний и единой картины мира на основе высокой степени развертывания учебной и профессиональной мотивации обучающихся в единой сети взаимодействий, самостоятельности и когерентности. В познании сложного сам процесс познания «становится коммуникацией, петлей между познанием (феноменом, объектом) и познанием этого познания» (Э. Морен).

Сложное знание возникает в сложных системах и порождает множественные сложные подзадачи. Исторический опыт решения мировых проблем математики показывает, что, например, результат познания следующих задач является сложным математическим знанием: элементы фрактальной геометрии (Б. Мандельброт, Р. Кроновер, М. Барнсли и др.), задача о 4-х красках для раскраски карт (В. Хакен, К. Аппель); гипотеза Римана о нулях дзета-функции; бинарная проблема Гольдбаха; трансцендентность чисел π+e; рациональность числа Эйлера-Маскерони; проблема P = NP – трудности для вычислительной эффективности переборных задач (С. Кук, Л. Левин, А. Вигдерсон и др.); Великая теорема Ферма (А. Вайлс); фрактальные характеристики цилиндра и «кубка» Шварца (Т. Шварц, Б. Мандельброт, Е.И. Смирнов и др.).

Это приводит к выявлению следующих характеристик сложного знания о нелинейных системах, объектах и явлениях реального и виртуального мира:

– наличие возможности интерпретации и генерации компонентов содержания и семиотических информационных связей с выраженными прикладными эффектами;

– информация о единстве дескриптивного и вычислительного многообразия, возможность построения иерархий представления содержания и семиотических информационных связей;

– возможность актуализации бифуркационных переходов и различных интерпретаций, генераций форм проявления сущности методами математического и компьютерного моделирования.

Научно-педагогический анализ позволяет выделить критерии отбора сложного знания и генезис научного познания (проявляется в решении сложных задач): красота и гармония математических формул и процедур с проявлением синергетических эффектов (самоорганизация, точки бифуркации, аттракторы, бассейны притяжения и т.п.); эффективность и доступность процессов адаптации сложного знания (современных достижений в науке к школьной математике) и достижение математико-информационного результата (в том числе, побочного); возможность исследования «проблемных зон» математики (содержательных, процессуальных, личностных) с использованием информационных сред (GeoGebra, MathCad, MatLab, Qt Creator, Maple и т.п.); значимое и доступное решение и интерпретация прикладной задачи средствами математического и компьютерного моделирования; возможность диалога культур в процессе познания (математической, естественнонаучной, информационной и гуманитарной); вариативность и актуализация модальностей восприятия сложного знания обучающимися (знаково-символической, образно-графической, вербальной и конкретно-деятельностной); возможность эффективно решать проблемы жизни, коммуникации, техники и производства.

Методология исследования основывается на личностно-деятельностном и синергетическом подходах (А.Г. Асмолов, Г. Хакен (Haken, 1996), И. Пригожин, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий и др.); процессах самоорганизации в живой и неживой природе через разрушения и созидания (хаоса и порядка) в сложных системах (Ст. Бир, Н. Винер, А.Н. Подъяков, Э. Морен и др.); концепции фундирования опыта личности и наглядного моделирования в условиях неопределенности и стохастичности обобщенных конструктов сложного знания; актуализации феномена сложного знания и адаптивности гибридных нейронных сетей к динамике роста научного потенциала школьников в исследовании многоэтапных математико-информационных заданий (М. Клякля, В.С. Секованов и др.).

При этом важнейшей задачей математического образования является актуализация феномена перехода процессов развития личности в процессы саморазвития. Актуализируются технологические аспекты развивающих парадигм (Выготский Л.С., Рубинштейн С.Л., Занков Л.К., Давыдов В.В. и др.) «зон ближайшего развития» личности, рост научного потенциала и творческой самостоятельности обучающихся в контексте педагогического сопровождения когнитивной деятельности. Таким образом, реализация личностно-деятельностного и синергетического подходов является важнейшим методологическим фактором успешности освоения математики в условиях интеллектного управления исследовательской деятельностью школьников с опорой на разработку параметров и функционала гибридной интеллектуальной системы (Смирнов, 2021). Это соответствует решению проблем цифровой трансформации образования (Кондаков, 2018), реализации важнейших идей интеграции науки и образования (Вербицкий, 1991; Кельчевская, 2018) и учета приоритетов личностных ценностей в освоении математического знания (Шадриков, 2009).

Ключевым фактором и результатом определения эффективности и технологизации интеллектного сопровождения исследовательской деятельности школьников в ходе освоения сложного знания может стать актуализация и обеспечение информационно-педагогической поддержкой фокус-центров когнитивных трансформаций:

– функционирование наглядно-цифровых моделей освоения обобщенных конструктов сложного знания на основе симбиоза математического и компьютерного моделирования (Смирнов, 2020; Уваров, 2017; Секованов, 2016);

– создание эмоционального отклика обучающихся на прикладной эффект освоения современных достижений в науке (Смирнов, 1997);

– определение перспектив развития личностных преференций и фундирования опыта обучающихся (Смирнов, 2012; Шадриков, 2012; Асмолов, 2019);

– диалог математической, информационной, естественнонаучной и гуманитарной культур в освоении «проблемных зон» математического образования (Дворяткина, 2017; Дворяткина, 2016; Бонецкая, 1993).

Результаты

Разработана технология освоения «проблемных зон» школьного математического образования представлена как возможность проектировать и реализовывать этапы адаптации современной математики к текущему состоянию учебного опыта школьников, что позволяет интегрировать математическое и компьютерное моделирование в контексте освоения сложного уровневого знания.

В статье определены *технологические этапы* развертывания когнитивных процедур адаптации сложного знания к школьной математике с проявлением синергии и моделирования наглядно-цифровых моделей сущности обобщенного конструкта сложного знания:

1. *Освоение образцов* обобщенных конструктов сложного знания и результатов диагностических процедур в контексте конкретных проявлений сущности обобщенного конструкта (Вербицкий, 1991) (создание дидактического депозитария образцов сложного знания, возможность определить осознанный выбор содержания проектно-исследовательской деятельности и проектировать технологии управления когнитивной деятельностью школьников).

2. *Актуализация эмоционального отклика на прикладной эффект* в освоении моделей обобщенного конструкта сложного знания как элемента самоактуализации осознанного выбора и мотивации: освоение средств наглядного моделирования, создание ситуаций интерпретации математических конструктов сложного знания и проявления синергетических эффектов в освоении современных достижений в науке (Дворяткина, 2016).

3. *Определение «проблемных зон» и вариативности проблемных задач* на основе разработанных критериев для создания перспектив персонализации когнитивных предпочтений для малых групп школьников (осознанный выбор, направление и распределение социальных ролей, выбор этапов фундирования и адаптации обобщенного конструкта сложного знания, содержание практико-ориентированной деятельности) (Уваров, 2017).

4. *Множественное целеполагание* вариативности содержания и процессов исследования обобщенного конструкта сложного знания в «проблемной зоне» освоения математики с учетом интересов и готовности обучающихся (Поддьяков, 2015).

5. *Создание условий для дискуссий на основе множественности подходов и разнообразия средств решения проблем*; определение качественных характеристик обобщенного конструкта сложного знания, выявление и поиск путей решения практико-ориентированных подзадач, лабораторно-расчетные эксперименты и поиск релевантной информации, конструирование фундирующих комплексов подзадач обобщенных конструктов сложного знания на иерархической основе (Зубова, 2008; Поддьяков, 2015).

6. *Создание креативной среды* в ходе когнитивной деятельности по освоению компонентов сущности обобщенного конструкта (Я-концепция в когнитивной деятельности, создание ситуации успеха и наличие адекватной педагогической и информационной поддержки (в том числе, гибридных интеллектуальных систем); возможность ротации состава малых групп и реализация диалога математической, информационной, естественнонаучной и гуманитарной культур; восприятие неопределенности ситуаций поисковой и творческой активности и развитие дивергентного мышления; поддержка образцов творческой активности школьников и популяризация ее результатов); методика

сбора и представления информации; освоение методов математической статистики, систем компьютерной алгебры и сетевого взаимодействия) (Дворяткина, 2020).

7. *Поддержка социальных коммуникаций* на основе диалога культур в контексте актуализации средств компьютерного и математического моделирования в ходе содержательного наполнения этапов адаптации обобщенных конструктов сложного знания (Подготовка учителя…, 2002; Сороко, 2012; Смирнов, 2013).

8. *Выявление и представление атрибутов синергии* (точки и зоны бифуркации, предельные аттракторы, исследование флуктуации, определение бассейнов притяжения) в процессе исследования обобщенного конструкта сложного знания; поиск закономерностей, ассоциаций, диагностики результатов исследуемых процессов, явлений и фактов; прогноз и поиск «побочных продуктов» проектной деятельности (Малинецкий, 2006; Осташков, 2016).

9. *Проверка истинности выдвинутых гипотез, верификация прогноза и стратегий*; анализ эффективности стратегий и методов, выбор оптимальных путей решения исследовательской задачи: разработка и трансфер теоретических и эмпирических обобщений, рефлексивный контроль характеристик проектной и исследовательской деятельности; новые интерпретации задачи и определение методов ее решения, стремление к преодолению стереотипов, создание новых «побочных» продуктов, перспектива, оценка и прогноз дальнейших действий, самодиагностика и самоорганизация личности.

Типология уровней проектно-исследовательской деятельности школьников в гибридной интеллектуальной среде

Проектно-исследовательская деятельность школьника разворачивается в логике последовательного развертывания уровней освоения когнитивной деятельности с поддержкой реализации функционала гибридной интеллектуальной среды. На основе историогенезиса уровневости (Андреев В.И., Зимняя И.А., Савенков А.И., Поддъяков А.Н. (Поддъяков, 2006) нами предлагается следующая типология уровней проектно-исследовательской деятельности школьников в интеллектуальной среде (Дворяткина, Смирнов, 2021, 142-144):

– *Поисково-репродуктивный (ПР)*– характеризует процессы самоактуализация («мне это интересно») и определяет выраженность ценностного отношения личности к проблемам адаптации когнитивной деятельности школьников по реализации проб в освоении образцов исследования обобщенных конструктов сложного знания и результатов диагностики к текущему состоянию школьного опыта на: личностную значимость и соответствие ценностным императивам, выбор методов и приемов исследовательской деятельности по освоению качественных проявлений обобщенной сущности (содержания, форм или процессуального компонента; перспектива когнитивной доступности на основе анализа и наблюдения, прогноз трудности в освоении этапов научного познания, методов исследования и механизмов социальных взаимодействий и междисциплинарности на основе симбиоза математического и компьютерного моделирования; самоопределение и самоорганизацию, освоение принципов и стилей научного мышления.

Данный уровень интеллектуальной поддержки информационных сред обеспечивается базами данных (экспертные системы) образцов, эталонов и «проблемных зон» современного научного знания с потенциалом симбиоза математического и компьютерного моделирования, базами данных методологии организации проектно-исследовательской деятельности, возможностями информационно-коммуникационных средств поддержки на основе результатов диагностики научного потенциала школьника. Предполагает различные формы педагогической поддержки и кооперации, организацию дискуссий, конференций, семинаров, открытость информационно-образовательной среды.

– *Эмпирический (Э)* (самоопределение («что я могу сделать»)) – проявляется в реализации экспериментальных проб и разработке наглядно-цифровых моделей средствами интеграции математического и компьютерного моделирования. При этом реализуется методика выявления конкретных проявлений сущности обобщенного конструкта сложного знания на основе творческой самостоятельности и выраженности личностных качеств обучающегося. Актуализируются: эмпирические связи и состав эмпирических обобщений, эффективность метода проб и ошибок, множественность постановок задач и выдвижения гипотез, точки и зоны бифуркации и определение бассейнов притяжения, аттракторов, алгоритмов итерационных процедур, анализ флуктуационных зависимостей, сравнительный анализ и выбор приоритетов в методах, содержании, информационных средствах поддержки проектно-исследовательской деятельности, функциональность действий по определению уровней сложности математического содержания, результаты компьютерного дизайна частных проявлений сущности обобщенного конструкта и определение коррекции состояния его параметров и условий, адекватность и эффективность направленности на «цель-результат».

Данный уровень обеспечивается содержанием разнообразных информационных сред: Mathcad, MathLab, Mathematica, Maple, GeoGebra, Qt Creator и др. с потенциалом симбиоза математического и компьютерного моделирования на основе результатов диагностики научного потенциала школьника и первых результатов исследовательских процедур с использованием функционала интеллектуальной среды. Предполагает различные формы педагогической поддержки и кооперации, организацию дискуссий, конференций, семинаров, публикации и презентации, открытость информационно-образовательной среды.

Теоретический (Т) – (самоорганизация («я способен управлять процессом»)) – проявляется в определении фундаментальных закономерностей в разработке технологии освоения школьниками инновационных проявлений и этапов адаптации сущности обобщенных конструктов сложного знания (современных достижений в науке). Реализуется: в процессе определения этапов и приемов осуществления творческой самостоятельности на основе диалога культур, выявлении законов и закономерностей в процессе проектной и исследовательской деятельности. Обучающийся разрабатывает и выявляет формы, методы и средства симбиоза математического и компьютерного моделирования, которые соответствуют его личностным предпочтениям в ходе развертывания локальных, модульных и глобальных проявлений фундирующих процедур в процессе освоения обобщенного конструкта сложного знания.

Данный уровень поддержки интеллектуальной среды обеспечивается базами данных (экспертные системы) образцов, эталонов теоретического анализа современного научного знания с потенциалом симбиоза математического и компьютерного моделирования, базами данных методологии научного общения и образцами научного мышления в проведении проектно-исследовательской деятельности, возможностями информационно-коммуникационных средств поддержки на основе результатов диагностики научного потенциала школьника и результатов теоретического анализа исследования. Предполагает различные формы педагогической поддержки и кооперации, организацию дискуссий, конференций, семинаров, публикации и презентации, открытость информационно-образовательной среды.

Творческий (ТВ) («я могу сделать что-то новое») плюс (оценка эмпирической верификации результатов с поддержкой интеллектуальной среды):

– проявляется в реализации функционала интеллектуальной среды и этапов мониторинга диагностических процедур измерения состояния научного потенциала обучающегося, определении возможностей перехода на более высокие уровни сложности освоения обобщенного конструкта научного знания, оптимизации состава технологических процедур в определении уровня освоения обобщенного конструкта и этапов фундирования сложного знания;

– характеризуется актуализацией процессов самоорганизации личности в условиях педагогической и информационной поддержки: содержанием и характеристиками переноса инноваций в учебный процесс освоения школьной математики; нахождением побочных продуктов исследования и возможных приложений к математике и другим наукам; проявлением синергетических эффектов, информационным обменом, социализацией и верификацией инновационной деятельности; характеристиками роста научного потенциала школьников как параметров и результатов функционирования и поддержки гибридной интеллектуальной среды; параметрами и показателями становления и выраженности индивидуальных образовательных траекторий развертывания проектно-исследовательской деятельности школьников.

Данный уровень обеспечивается базами данных (экспертные системы) образцов, эталонов творческого исследования современного научного знания с потенциалом симбиоза математического и компьютерного моделирования, базами данных образцов верификации научных результатов и научного общения, образцами эффективных приемов научного мышления в проведении проектно-исследовательской деятельности, возможностями информационно-коммуникационных средств поддержки на основе результатов диагностики научного потенциала школьника и творческих результатов исследования функционалом поддержки интеллектуальной среды. Предполагает различные формы педагогической поддержки и кооперации, организацию дискуссий, конференций, семинаров, публикации и презентации, открытость информационно-образовательной среды.

Синергетический эффект исследования многогранных поверхностей «сапога» и «колпака» Шварца

Современное математическое образование способствует реализации значительного позитивного потенциала самоорганизации каждого обучающегося и проявления синергетических эффектов в таких направлениях как: систематизация содержания и структуры когнитивного опыта, социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур, динамика роста научного потенциала каждого школьника в условиях педагогической поддержки и использования функционала гибридной интеллектуальной среды в сопровождении проектно-исследовательской деятельности школьников. При этом гибридная интеллектуальная среда способна сопровождать и поддерживать направленность и интенсивность проектно-исследовательской деятельности каждого школьника на основе функционирования инструментария отслеживания и диагностики роста научного потенциала в контексте актуализации приемов и способов отражения и сопровождения динамики технологических параметров. Объектом реализации проектно-исследовательской деятельности школьников становятся обобщенные конструкты сложного знания на фоне функционирования системы его адаптации к школьной математике и возможности получения новых, в том числе, побочных результатов исследования: в нашем случае обобщенный конструкт «проблемной зоны» школьной математики – понятие площади поверхности в трехмерном пространстве. Этот сложный феномен школьной математики косвенно актуализируется как обобщенный конструкт через компьютерное и математическое моделирование процессов исследования «площади» боковой поверхности цилиндра («сапога») и конуса «колпака» Шварца (Тихомиров, 2020).

Пример 1. Рассмотрим множественное целеполагание процессов определения площади поверхности способами нахождения площади многогранной боковой поверхности цилиндра Шварца: патологические свойства «площади» боковой поверхности цилиндра хорошо изучены в так называемом «регулярном» (см., например, Мандельброт, 2002) и «нерегулярном» случае (Уваров, 2017). При этом высота цилиндра H разбивается на m равных («регулярный» случай) и неравных частей («нерегулярный» случай), а окружность, лежащая в основании, делится на n равных частей с последующим сдвигом φ на каждом слое на $\frac{\pi}{n}$. Ввиду независимого характера стремления параметров к бесконечности результат предельного процесса становится слабо прогнозируемым (двойной предел) и многозначным, с отсутствием закономерностей в хаотическом развертывании фрактальных структур многогранников. Б. Мандельброт показал, что при $m = n^k$ площадь многогранной поверхности растет как n^k ($k \neq 2$), причем в качестве результата может дать в пределе любое число, большее реальной площади боковой поверхности цилиндра (в том числе и бесконечность).

В работе (Уваров, 2016) исследовано специальное поведение функции и угла между триангуляционными треугольниками с общим основанием, если $m = f^n(a_0) \cdot n^2$ и $m, n \to \infty$, где $f(a_0) = xa_0 \cdot (1 - a_0)$ – логистическое отображение, адекватное сценарию П. Ферхюльста (Кроновер, 2000).

Авторами получена следующая бифуркационная диаграмма (рис. 1) с использованием информационных технологий (среда Qt Creator).

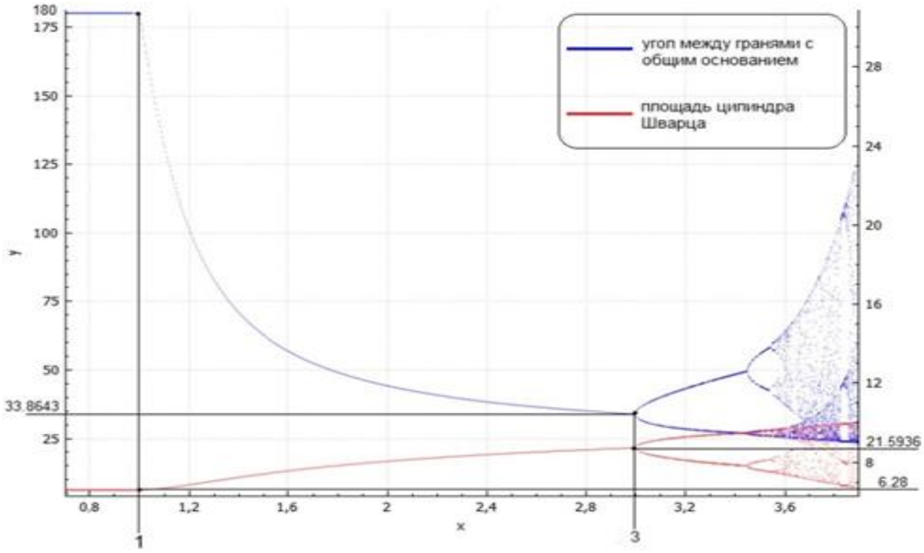

Рис. 1. Бифуркационные диаграммы площади и угла между гранями треугольников

На рис. 1 изображены сразу две бифуркационные диаграммы, для которых

$0{,}7 \leq x \leq 3{,}9$ и $a = 0{,}2$.

При этом на левой вертикальной оси отложены значения угла между гранями с общим основанием, вычисляемые по формуле:

$$\alpha = 2 \cdot arctan\left(\frac{1}{1-cos\frac{\pi}{n}} \cdot m\right),$$

а на правой оси отложены значения площади многогранной поверхности цилиндра Шварца, вычисленной по формуле с учетом того, что $R = H = 1$ и n меняется от 500 до1000.

Топологическим пределом многогранной поверхности является боковая поверхность цилиндра, так как все точки поверхности многогранника неограниченно к ней приближаются по полярным радиусам (причем, сходимость равномерная). Таким образом, площадь многогранной поверхности имеет предел (во втором и третьем случаях), отличный от площади боковой поверхности цилиндра. Однако площадь многогранной поверхности как функционал не всегда стремится к площади боковой поверхности т.е. данный функционал (площади) не является непрерывным (это полунепрерывный снизу функционал в соответствующей метрике).

Рассмотрим окружность с центром в точке А и радиусом $g_1 = 1$. В окружность вписан правильный шестиугольник и проведен радиус AT так, что он пересекает сторону шестиугольника в точке U. Предположим, что точка T движется по окружности. При этом поставим в соответствие центральному углу $c_1 = \alpha$ длину отрезка UT, получим функцию $f(\alpha)$. Введенная функция является ограниченной и периодической, а именно

$$0 \leq |f(\alpha)| \leq 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

и период $T = \frac{\pi}{6}$. Функцию можно определить явным образом:

$$f(\alpha) = 1 - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{sin(120^0 - (\alpha - [\frac{\alpha}{60^0}] \cdot 60^0))} \quad (1)$$

Несложно определить функцию $f_n(\alpha)$, подобную функции из формулы (1) в случае, когда в окружность вписан произвольный правильный n-угольник. Действительно, обозначим через $\varphi = \frac{360^0}{n}$ центральный угол вписанного n-угольника, тогда $f_n(\alpha)$ примет вид:

$$f_n(\alpha) = 1 - \frac{\sin(90^0 - \frac{\varphi}{2})}{\sin(90^0 + \frac{\varphi}{2} - (\alpha - [\frac{\alpha}{\varphi}] \cdot \varphi))} \quad (2)$$

Определим следующую функцию $g(\alpha)$ как сумму функционального ряда:

$$g(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{k=n}(\alpha), \quad (3)$$

где функции $f_{k=n}(\alpha)$ определяются формулой (2). Теперь рассмотрим слой цилиндра Шварца, пересеченный плоскостью ортогональной его оси. Возникает фрактальная поверхность $s(\alpha, x)$. На рисунке 2 изображена часть поверхности $z = s(\alpha, x)$, при этом $0^0 \leq \alpha \leq 360^0$.

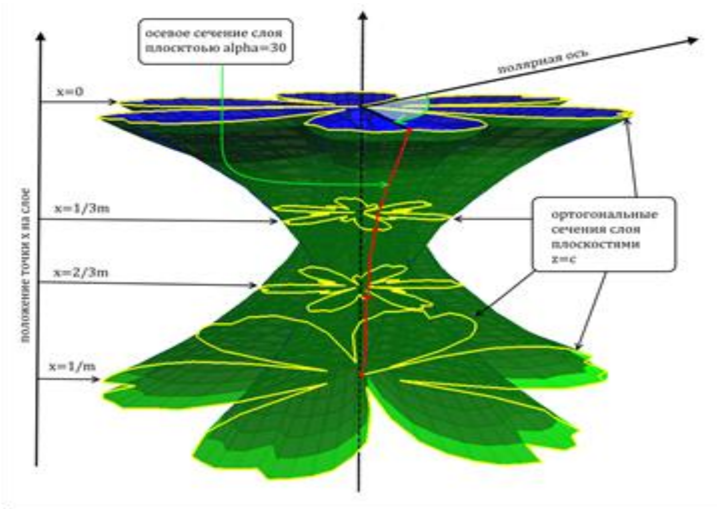

Рис. 2. Фрактальная поверхность как предельный объект цилиндра Шварца

Пример 2 (Дворяткина, Смирнов, Щербатых, 2021, 169-179). Рассмотрим конус высоты *H* и радиуса *R*. Разобьем высоту *H* на m равных частей. Через полученные точки проведем m плоскостей параллельных плоскости основания конуса. Каждая плоскость пересекает конус по окружности. На этих окружностях равномерно распределим n точек. При этом, каждый правильный n-угольник в слое повернем относительно n-угольника предыдущего слоя на угол $\frac{2\pi}{n}$. Слои отсчитываются от вершины конуса. Триангулируем полученное множество точек на конусе аналогично разбиению цилиндра Шварца. В результате проделанных манипуляций, получим некоторую поверхность – конус («колпак») Шварца (рис. 3).

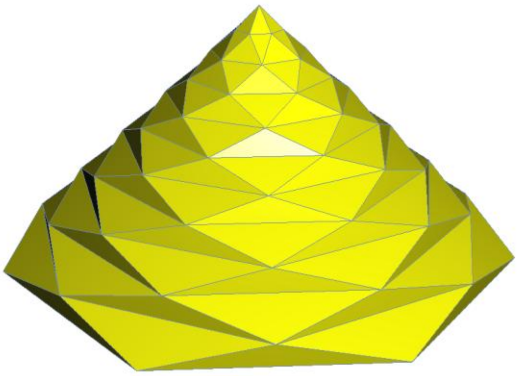

Рис. 3. Конус («колпак») Шварца

Выведем формулу для площади боковой поверхности конуса Шварца. Для определенности будем рассматривать конус с высотой $H = R = 1$. Рассмотрим более детально два слоя конуса.

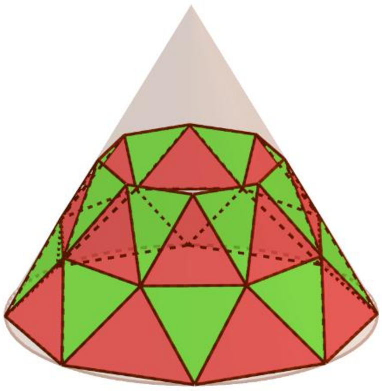

Рис. 4. Два слоя разбиения боковой поверхности конуса Шварца

Как видно из рисунка 4, каждый слой конуса Шварца состоит из равнобедренных треугольников двух типов. При этом вершины треугольников первого типа направлены вверх, а вершины треугольников второго типа направлены вниз. Несложно понять, что треугольники разных типов имеют разные площади даже в пределах одного слоя. И, совершенно очевидно, что их площади меняются от слоя к слою.

Вычислим площади для треугольников каждого типа в одном слое. Для этого рассмотрим следующий рисунок 5.

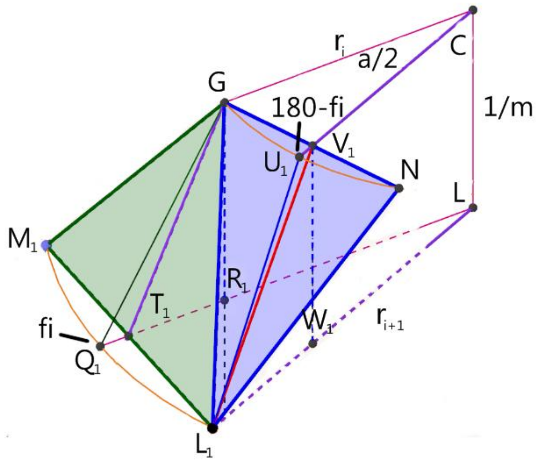

Рис. 5. Геометрия одного из тетраэдров слоя разбиения боковой поверхности конуса

Для начала вычислим площадь треугольника второго типа $S_{\Delta GNL_1} = \frac{1}{2} \cdot GN \cdot L_1V_1$, L_1V_1– высота, проведенная к основанию треугольника ΔGNL_1. При этом $GN = \sqrt{2r_i^2 - 2r_i^2 \cdot cos\alpha} = 2r_i \cdot sin\frac{\alpha}{2}$, где $\alpha = \angle GCN = \frac{\pi}{n}$, $L_1V_1 = \sqrt{L_1U_1^2 + U_1V_1^2 - 2 \cdot L_1U_1 \cdot U_1V_1 \cdot cos(180 - fi)}$,

$U_1V_1 = r_i - CV_1 = r_i \cdot \left(1 - cos\frac{\alpha}{2}\right)$ и $L_1U_1 = GQ_1 = \frac{\frac{1}{m}}{sin(fi)} = \frac{1}{m \cdot sin(fi)}$.

Заметим, что $\angle fi = \angle GQ_1T_1 = arctan\left(\frac{H}{R}\right)$.

Окончательно имеем:

$$S_{\Delta GNL_1} = \frac{1}{2} \cdot GN \cdot L_1V_1 = r_i \cdot sin\frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{4r_i^2 \cdot sin^4\left(\frac{\alpha}{4}\right) + \frac{2}{m^2} + \frac{4r_i \cdot sin^4\left(\frac{\alpha}{4}\right)}{m}} \ (4).$$

Аналогично можно вычислить площадь треугольника первого типа.
А именно:

$$S_{\Delta GM_1L_1} = r_{i+1} \cdot sin\frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{4r_{i+1}^2 \cdot sin^4\left(\frac{\alpha}{4}\right) + \frac{2}{m^2} - \frac{4r_{i+1} \cdot sin^2\left(\frac{\alpha}{4}\right)}{m}} \ (5)$$

Площадь S_i слоя с индексом *i* равна $S_i = 2n \cdot \left(S_{\Delta GNL_1} + S_{\Delta GM_1L_1}\right)$.
Наконец площадь боковой поверхности конуса Шварца вычисляется по формуле:

$$S = \sum_{i=0}^{m-1} S_i \ (6)$$

Следует отметить, что в случае, когда $R = H = 1$, радиус $r_i = \frac{i}{m}$.

Формула (6) представлена в виде суммы и из нее весьма сложно понять зависимость площади боковой поверхности конуса Шварца от предела $q = \lim_{m,n\to\infty} \frac{m}{n^2}$. Однако, можно оценить площадь *S* с помощью последнего предела. Рассмотрим меридианы на конусе Шварца. Они получаются при рассечении конуса плоскостями, проходящими через ось конуса и вершины правильного *2n* – угольника, лежащего в основании конуса. При этом число граней на двух соседних меридианах отличается на единицу. Каждый меридиан проходит через грани двух типов, описанных выше. Проведем суммирование площадей граней первого и второго типов вдоль меридиана (рис. 6).

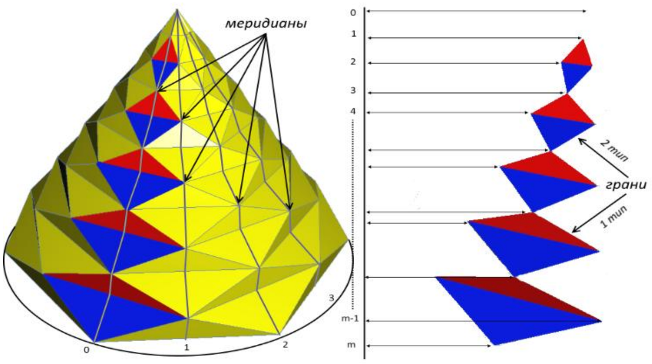

Рис. 6. Меридианы и треугольники в многогранной поверхности конуса

С учетом вычислительных процедур получаем оценку для *S* площади боковой поверхности конуса («колпака») Шварца

$$S < \sqrt{2}\pi + \frac{1}{3}\pi^3 \frac{m}{n^2} \ (7)$$

Следующее изображение демонстрирует поведение площади поверхности конуса Шварца с высотой $H = 1$ и радиусом $R = 1$ при $m = n$, при этом $200 \le n \le 800$.

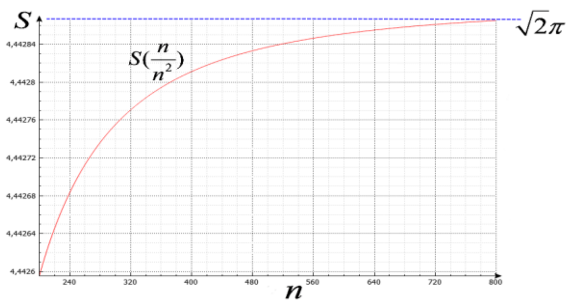

Рис. 7. Зависимость площади конуса Шварца от $\lim_{m,n\to\infty} \frac{m}{n^2}$

Как и предписывает неравенство (7) в случае, когда $\lim_{m,n\to\infty}\frac{m}{n^2}=0$, площадь конуса Шварца стремится к площади боковой поверхности обычного конуса с $R=H=1$, то есть к $\sqrt{2}\pi$. На следующем рисунке 8 показано поведение площади поверхности конуса Шварца с высотой $H=1$ и радиусом $R=1$ при $m=n^2$, при этом $200\le n\le 800$.

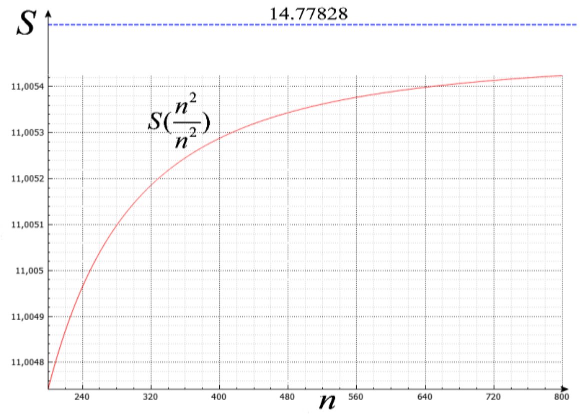

Рис. 8. Площадь поверхности конуса Шварца при $m=n^2$

Следующий рис. 9 показывает, что площадь S стремится к бесконечности при$m=n^{2,5}$примерно с той же скоростью, что и функция$\sqrt{2}\pi+\frac{1}{3}\pi^3\frac{n^{2,5}}{n^2}$.

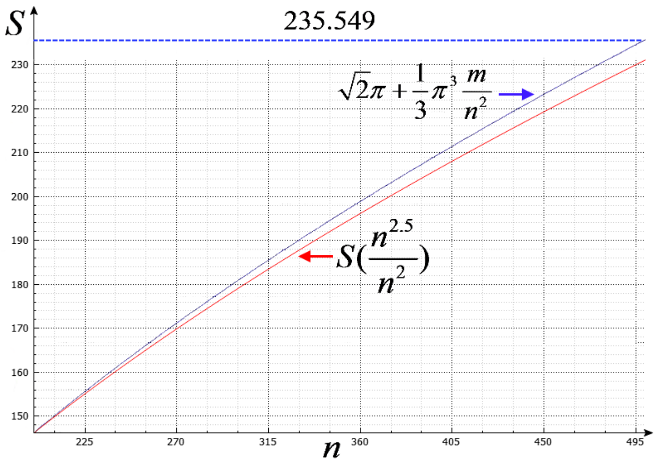

Рис. 9.Площадь поверхности конуса Шварца при$m=n^{2,5}$

Таким образом, рисунки 7, 8 и 9, а также неравенство (7) показывают достаточно хорошую корреляцию площади боковой поверхности конуса Шварца и предела $\lim_{m,n\to\infty}\frac{m}{n^2}=0$.

Обсуждение

Реализация разработанной технологии в исследовании «проблемных зон» с использованием функционала и информационной поддержки гибридной интеллектуальной среды позволит повысить качество математического образования каждого обучающегося, включая развитие личностных качеств и научного потенциала школьников. Существенным фактором развития технологии является возможность интеграции науки и образования, адаптация современных достижений в науке к школьной математике, роста научного потенциала, креативности и учебной мотивации школьников. При этом проявляется синергия математического образования, самоорганизация когнитивной деятельности и приобщение школьников к решению практико-ориентированных подзадач исследования обобщенных конструктов сложного знания (современных достижений в науке, например, теории кодирования и шифрования информации, фрактальной геометрии, теории нечетких множеств и fuzzy logic, клеточных автоматов и др.). При этом сложное знание проявляется и в освоении других понятий школьной математики (в нашем случае, площадь поверхности), например, понятия предела, меры, длины дуги, производной и интеграла, неевклидовых геометрий, вероятностных и статистических закономерностей и др. Побочными продуктами реализации технологии управления исследовательской деятельностью школьников с поддержкой гибридной интеллектуальной среды могут стать: надситуативный уровень мышления, стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексивных выходов, новый творческий продукт, оценка и прогноз дальнейших действий, мотивация самоактуализации; выявление закономерностей, аналогий, ассоциаций, динамики исследуемых процессов, явлений и фактов; прогноз и «побочные продукты» исследования (новые факты, видео-клипы, проектные методы, компьютерный дизайн и интеллектуальные системы, веб-квесты, презентации).

Заключение

Разработана технология организации проектной и исследовательской деятельности и интеллектным управлением роста научного потенциала школьников с поддержкой функционала гибридной интеллектуальной среды. При этом впервые выявлены и характеризованы содержание, компьютерный дизайн и технология исследования обобщенных конструктов выявления сущности одной из «проблемных зон» школьной математики – площади поверхности в детализации нелинейной динамики роста площадей многогранных комплексов при измельчении триангуляций боковой поверхности цилиндра или «сапога» Шварца, а также конуса или «колпака» Шварца средствами компьютерного и математического моделирования. Выявлены и характеризованы точки бифуркации, бассейны притяжения, вычислительные процедуры и флуктуации параметров состояния, компьютерный дизайн и побочные результаты исследования «площади» боковой поверхности цилиндра и конуса Шварца. Определены технология, иерархии форм и средств исследовательской деятельности школьников: этапы, содержание и структура, ресурсные и лабораторно-расчетные занятия, комплексы многоэтапных математико-информационных заданий, проектные методы и сетевое взаимодействие, побочные продукты творческой деятельности.

Список литературы

Асмолов А.Г., Гусельцева М.С. О ценностном смысле социокультурной модернизации образования: от реформ – к реформации // Вестник РГГУ. Серия: Психология. Педагогика. Образование. 2019. № 1. С. 18−43.

Бонецкая Н.К. М.М. Бахтин и традиции русской философии // Вопросы философии. 1993. № 1. С. 83-93.

Вербицкий А.А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход. М.: Высшая школа, 1991.

Дворяткина С.Н., Евтеев В.С. Особенности технологии обучения математике на основе диалога культур в системе профильного гуманитарного образования // Ярославский педагогический вестник. 2017. № 6. С. 123-129.

Дворяткина С.Н., Лопухин А.М. Концептуальная модель синергии математического образования в контексте диалога культур: методологические и содержательные аспекты // Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU-2016): материалы VI Международной научно-практической конференции. Казань, 25–26 ноября 2016 г. Казань: Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета, 2016. С. 257-264.

Дворяткина С.Н., Смирнов Е.И., Щербатых С.В. Интеллектное сопровождение проектно-исследовательской деятельности школьников в гибридной среде обучения математике: монография. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2021. 209 с.

Дворяткина С.Н., Смирнов Е.И., Щербатых С.В. К вопросу о развитии креативности обучаемых в гибридных интеллектуальных системах // Развитие креативности личности в современном мультикультурном пространстве. Сборник материалов Международной научно-практической конференции. Елец, 2020. С. 64-68.

Зубова Е.А., Осташков В.Н., Смирнов Е.И. Критерии отбора исследовательских профессионально-ориентированных задач при обучении математике студентов технических вузов // Ярославский педагогический вестник. 2008. Т.57. № 4. С. 16-22.

Карп Р. Комбинаторика, сложность, случайность. Лекции лауреатов премии Тьюринга. М.: Мир, 1993.

Кельчевская Н.Р., Ширинкина Е.В. Интеграция образовательных и профессиональных стандартов в условиях реформирования: проблемы и пути решения // Университетское управление: практика и анализ. 2018. Т.22. №1. С.16-25.

Кондаков А.М., Вавилова А.А., Григорьев С.Г. и др. Концепция совершенствования (модернизации) единой информационной образовательной среды, обеспечивающей реализацию национальных стратегий развития Российской Федерации // Педагогика. 2018. № 4. С. 98-125.

Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Russia, Постмаркет, 2000.

Мандельброт Б.Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.

Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подласов А.В. Нелинейная динамика: подходы, результаты, надежды. М.: УРСС.2006.

Монахов В.М., Тихомиров С.А. Системный подход к методическому раскрытию прогностического потенциала образовательных стандартов // Ярославский педагогический вестник. Серия психолого-педагогических наук. 2016. №6. С.117–126.

Осташков В.Н., Смирнов Е.И. Синергия образования в исследовании аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных отображений // Ярославский педагогический вестник. Серия психолого-педагогических наук. 2016. №6. С.146-157.

Поддъяков А.Н. Методологические основы изучения и развития исследовательской деятельности // Исследовательская деятельность учащихся в современном образовательном пространстве. 2006. №1. С.61-75.

Подготовка учителя математики: Инновационные подходы / Под ред. В.Д. Шадрикова. М.: Гардарики. 2002.

Поддъяков А.Н. Психология обучения в условиях новизны, сложности, неопределенности // Психологические исследования. 2015. Т. 40. № 8. С. 6-10.

Пригожин И. Неравновесная статистическая механика. М.: Изд-во «Мир», 1964.

Синергетике – 30 лет. Интервью с профессором Г. Хакеном // Вопросы философии. 2000. № 3. С. 54.

Сороко С.И. Индивидуальные стратегии адаптации человека в экстремальных условиях // Философия человека. 2012. Т.38. №6. С.78-86.

Секованов В.С. Элементы теории дискретных динамических систем. С-Петербург: Лань, 2016.180 с.

Смирнов Е.И. Активность и развитие интеллектуальных операций у школьников во взаимодействии физики и математики // Вестник развития науки и образования. 2013. №3. С. 25-50.

Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога. Ярославль: Канцлер, 2012. 654 с.

Смирнов Е.И., Богун В.В., Уваров А.Д. Синергия математического образования: Введение в анализ. Ярославль: Канцлер, 2016.

Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1997.

Тихомиров С.А., Смирнов Е.И., Уваров А.Д. Синергия геометрических инвариантов двумерных многообразий на основе математического и компьютерного моделирования // Научно-методический журнал «Образовательные технологии и общество». 2020. Т.23. №1.С.61-67.

Уваров А.Д., Смирнов Е.И., Смирнов Н.Е. Компьютерный дизайн нелинейного роста «площадей» нерегулярного цилиндра Шварца // Евразийское научное обозрение. 2017. Т.30. №8. С. 35-55.

Шадриков В.Д. От индивида к индивидуальности. М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2009.

Шадриков В.Д. Психология деятельности и способности человека. М.: Логос, 1996.

Haken H. Principles of Brain Functioning. A Synergetic Approach to Brain Activity. Behavior and Cognition. Berlin. Springer, 1996.

TECHNOLOGY FOR THE STUDY OF "PROBLEM AREAS" OF SCHOOL MATHEMATICS BASED ON THE SUPPORT OF AN INTELLIGENT HYBRID ENVIRONMENT

Smirnov E. I.
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
smiei@mail.ru
Yaroslavl
Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinsky

Uvarov A. D.
Dr. Sci. (Mathematics), professor
smiei@mail.ru
Yaroslavl
Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinsky

Abstract. The personality of the student has changed in the modern period in the direction of taking into account and realizing her interests, preferences and social activity. At the same time, the intensity of the information field, the development of sciences, effective applications of modern achievements in science are increases. Applications of fractal geometry, fuzzy sets and fuzzy logic, neural networks and artificial intelligence, the theory of information encoding and encryption, cellular automata, non-Euclidean geometries, Schwarz cylinder and cone, etc. to real life and high technology dictate the need for integration of science and education as a fundamental paradigm for the development of school mathematics education. Therefore, the *research problem* is as follows – what are the technologies for managing the educational processes of mastering mathematics by schoolchildren based on the support of hybrid intelligent systems during the study of level-level complex knowledge. The solution of this problem can give a powerful motivational charge to the study of mathematical disciplines and their applications based on the adaptation of modern scientific achievements; as results. The interest in mastering mathematics will increase with real development of theoretical and empirical thinking (comparison, analogy, analysis, synthesis, etc.) and scientific potential, creativity and self-organization of the student will be increased. The *methods* of solving the problem of modern achievements adapting in science to school education are justified by using the following position. There are mathematical and computer modeling tools; updating the experience and motivation of schoolchildren in mastering complex knowledge based on visual modeling and experimental mathematics; founding the experience of the individual during the identification and research of "problem areas" in the content, technologies and personal perception of mathematical education. It could be the theoretical methods (analysis, synthesis, complex knowledge; the need for cultures dialogue and diversification of student's interests. *Results:* the article develops the technology and stages of effective intellectual management of research activities for each student in the conditions of goal-setting multiplicity of complex knowledge generalized constructs. It will be presented the creation of rich information and educational environment, the deployment of hierarchical bases and complexes of multi-stage mathematical and informational research tasks, the availability of effective feedback and monitoring of scientific potential growth of each student. The technology implementation for the study of fractal characteristics of polyhedral surfaces of Schwartz cylinder, the lateral surface of the cone is presented. The results were obtained using the information environments Qt Creator, GeoGebra, MathCad. The prospects of the research are related to the phenomenon actualization of synergetic effects manifestation, the development of scientific potential and self-organization of schoolchildren in mathematics development, digital transformation and actualization of complex level knowledge in saturated information and educational environment of hierarchical research activities deployment (including based on adaptation of modern achievements in science).

Keywords: mathematical education, symbiosis of mathematical and computer modeling, hybrid intelligent systems, Schwarz cylinder.

References

Asmolov, A. G., Guseltseva, M. S. (2019). On the value sense of socio-cultural modernization of education: from reforms to reformation. *Bulletin of the Russian State Humanitarian University*, *1*, 18–43. (In Russ., abstract in Eng.)

Bonetskaya, N. K. (1993). M.M. Bakhtin and traditions of Russian philosophy. *Questions of philosophy*, *1*, 83-93. (In Russ.)

Dvoryatkina, S. N., Evteev, V. S. (2017). Features of Mathematics Training Technology Based on the Dialogue of Cultures in the System of Specialized Humanities Education. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin, 6*, 123-129. (In Russ., abstract in Eng.)

Dvoryatkina, S. N., Lopukhin, A.M. (2016). Conceptual model of mathematics education synergy in the context of the dialogue of cultures: methodological and substantive aspects. *Matematicheskoe obrazovanie v shkole i vuze: teoriya i praktika (MATHEDU-2016): materialy VI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii*. (pp. 257-264). Kazan': Izdatel'stvo Kazanskogo (Privolzhskogo) federal'nogo universiteta. (In Russ., abstract in Eng.)

Dvoryatkina, S. N., Smirnov, E. I., Shcherbatyh, S.V. (2021). *Intellektnoe soprovozhdenie proektno-issledovatel'skoj deyatel'nosti shkol'nikov v gibridnoj srede obucheniya matematike: monografiya*. Yelets. (In Russ.)

Dvoryatkina, S. N., Smirnov, E. I., Shcherbatyh, S. V. (2020). K voprosu o razvitii kreativnosti obuchaemyh v gibridnyh intellektual'nyh sistemah [To the question of the development of the Creativity of Students in Hybrid Intellectual Systems]. Razvitie kreativnosti lichnosti v sovremennom mul'tikul'turnom prostranstve. Materialy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii (pp. 64-68). Yelets, 2020 (In Russ., abstract in Eng.)

Haken, H. (1996). *Principles of Brain Functioning. A Synergetic Approach to Brain Activity. Behavior and Cognition*. Berlin. Springer.

Karp, R. (1993). *Combinatorics, complexity, randomness. Lectures by Turing Prize winners*. Moscow: Mir. (In Russ.)

Kelchevskaya, N. R, Shirinkina, E. V. (2018). Integration of educational and professional standards in the context of reform: problems and solutions. *University management: practice and analysis, 22(1)*, 16-25. (In Russ., abstract in Eng.)

Kondakov, A. M., Vavilova, A. A, Grigoriev, S. G. et al. (2018). The concept of improving (modernizing) a single information educational environment that ensures the implementation of national development strategies of the Russian Federation. *Pedagogy, 4,* 98-125. (In Russ., abstract in Eng.)

Kronover, R. M. (2000). *Fractals and chaos in dynamical systems. Fundamentals of theory*. Moscow: Postmarket. (In Russ.)

Malinetsky, G. G., Potapov, A. B, Podlasov, A. V. (2006). *Nelinejnaya dinamika: podhody, rezul'taty, nadezhdy*. Moscow: URSS. (In Russ.)

Mandelbrot, B. B. (2002). *Fraktal'naya geometriya prirody*. Moscow: Institut komp'yuternyh issledovanij. (In Russ.)

Monakhov, V. M., Tikhomirov, S. A. (2016). Systematic approach to the methodological disclosure of the prognostic potential of educational standards. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, *6*, 117-126. (In Russ., abstract in Eng.)

Ostashkov, V. N., Smirnov, E. I. (2016). Synergy of education in the study of attractors and pools of attraction of nonlinear maps. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin. Series of psychological and pedagogical sciences, 6*, 146-157. (In Russ., abstract in Eng.)

Poddyakov, A. N. (2006). Methodological foundations of study and development of research activities. *Research activities of students in the modern educational space, 1,* 61-75. (In Russ., abstract in Eng.)

Poddyakov, A. N. (2015). Psychology of learning in conditions of novelty, complexity, uncertainty. *Psychological research*, *8*(40), 6-10. (In Russ., abstract in Eng.)

Podgotovka uchitelya matematiki: Innovacionnye podhody. Ed. V.D. Shadrikova. Moscow: Gardariki. 2002. (In Russ)

Prigogin, I. (1964). *Neravnovesnaya statisticheskaya mekhanika*. Moscow: Mir. (In Russ.)

Sekovanov, V. S. (2016). *Elementy teorii diskretnyh dinamicheskih sistem*. St. Petersburg. (In Russ.)

Shadrikov, V. D. (1996). *Ot individa k individual'nosti*. Moscow: Logos. (In Russ.)

Smirnov, E. I. (2013). Activity and development of intellectual operations among schoolchildren in the interaction of physics and mathematics. *Bulletin of the development of science and education, 3,* 25-50. (In Russ., abstract in Eng.)

Smirnov, E. I. (2012). *Fundirovanie opyta v professional'noj podgotovke i innovacionnoj deyatel'nosti pedagoga.* Yaroslavl. (In Russ.)

Smirnov, E. I., Bogun, V. V., Uvarov, A. D. (2016). *Synergy of mathematical education: Introduction to analysis*. Yaroslavl: Chancellor. (In Russ.)

Smirnov, E. I. Technology of visual and model mathematics training. *Yaroslavl. Publishing House of YAGPU*, 1997. (In Russ.)

Soroko, S. I. (2012). Individual strategies for human adaptation in extreme conditions. *Human philosophy*, 38(6), 78-86. (In Russ., abstract in Eng.)

Synergetics - 30 years. Interview with Professor G. Haken. *Questions of philosophy*, 2000, 3, 54.

Tikhomirov, S. A., Smirnov, E. I., Uvarov, A. D. (2020). Synergy of geometric invariants of two-dimensional manifolds based on mathematical and computer modeling. *Scientific and methodological journal "Educational Technologies and Society, 23*(1), 61-67. (In Russ., abstract in Eng.)

Uvarov, A. D., Smirnov, E. I., Smirnov, N. E. (2017). Computer design of non-linear growth of the "areas" of the irregular Schwartz cylinder. *Eurasian Scientific Review*, 30(8), 35-55. (In Russ., abstract in Eng.)

Verbitsky, A. A. (1991). *Aktivnoe obuchenie v vysshej shkole: kontekstnyj podhod*. Moscow: Higher School. (In Russ)

Zubova, E. A., Ostashkov, V. N., Smirnov, E. I. (2008). Criteria for the selection of research professional-oriented problems in teaching mathematics to students of technical universities. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin, 57*(4), 16-22. (In Russ., abstract in Eng.)