

ПЕРСОНАЛИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2023-4-93-108

УДК
517.91**АЛЕКСЕЙ ФЕДОРОВИЧ АНДРЕЕВ. МАТЕМАТИК И
ЧЕЛОВЕК. К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ****Андреева Ирина Алексеевна**

к.ф.-м.н., доцент

irandr@inbox.ru

г. Санкт-Петербург

Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого

Аннотация. В статье рассказывается о яркой и нелёгкой судьбе научной и человеческой, а также систематизируются наиболее значимые математические достижения профессора кафедры дифференциальных уравнений математико-механического факультета ЛГУ – СПбГУ, почётного профессора СПбГУ (2008), заслуженного деятеля науки РФ (1999) Алексея Фёдоровича Андреева (1923 – 2017). В жизнь Алексея Фёдоровича, без семи лет вековую, вместились и отразились в ней целые эпохи жизни нашей страны и общества. Родился он в крестьянской семье, его родители практически все необходимые для жизни предметы, вещи и продукты производили самостоятельным крестьянским трудом. Алексей Фёдорович сквозь горнило Великой Отечественной войны и тяжелое ранение, приведшее к ампутации правой ноги в возрасте 19 лет, пронёс неукротимое стремление к знанию, любовь к науке, творчеству и людям. Сферой его научных интересов стала качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений и динамических систем. А.Ф. Андреев, в частности, привёл к успешному завершению изучение изолированной особой точки O плоской автономной аналитической системы ОДУ с ненулевым линейным приближением, рассмотрев случай нильпотентной особой точки (имеющей два нулевых характеристических корня), не поддававшийся исследованию со времён А. Пуанкаре и И. Бендиксона. В его работах зафиксирован первый в математике случай решения проблемы различения центра и фокуса для обширного класса систем обыкновенных дифференциальных уравнений, имеющих нильпотентную особенность. Проработав в ЛГУ – СПбГУ свыше 60 лет, с 1956 по 2017 гг., А.Ф. Андреев воспитал несколько поколений математиков, определивших и продолжающих определять научную атмосферу российских ВУЗов и бережно хранящих память о своём Учителе.

Ключевые слова: обыкновенные дифференциальные уравнения, сложные особые точки, нильпотентные особенности, метод Фроммера, качественная теория динамических систем.

Благодарности: Автор выражает глубокую благодарность Редакции журнала «Continuum. Математика. Информатика. Образование» за внимание, проявленное к судьбе Алексея Фёдоровича Андреева и его научной деятельности, и предоставленную возможность рассказать о ней на страницах издания, а также уважаемым рецензентам и читателям.

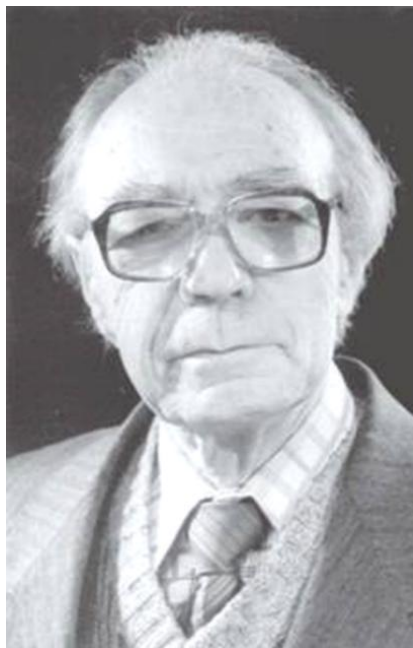


Рис. 1. Алексей Федорович Андреев (20.12.1923 – 22.03.2017)

Судьба Человека

Алексей Федорович Андреев родился около полуночи в морозную ночь с 19 на 20 декабря 1923 года в небольшой деревне Черес-Межник, расположенной примерно в 90 км на юго-восток от Пскова и в 4 километрах от поселка Верхний Мост, где были и есть школа, огромная каменная церковь и старинный погост при ней. В те поры Псков и Новгород относились к Ленинградской области, намного более обширной, чем ныне. Сейчас в Межнике не осталось ни одного обитателя, хотя стены под крышей родного дома Алексея Федоровича, построенного, вероятно, лет 110 назад, стоят у грунтовой дороги, являя собою пример деревянной крестьянской постройки «на века». Внутреннее убранство и даже перекрытия в доме практически не сохранились, будучи в свое время разобраны, но прочные скрипучие ступени крыльца и мощная деревянная дверь способны приоткрыть завесу в мир, которым этот дом когда-то был наполнен. На современных картах деревня называется «Черес-Межник», однако историческое её название происходит от имени протекающей неподалёку речушки Чересок, а вовсе не означает «через между», как ошибочно полагают современные картографы.

Отец Алексея Федоровича Федор Андреевич был грамотным человеком, ценным жителем окрестных селений мастером-плотником и рачительным хозяином; он держал несколько пчелиных ульев. Мать, Евфимия Васильевна, была второй его супругой (первая жена умерла от черной оспы в 1919 или 1920 году, оставив крошечную дочку Таисию, чудом от той же оспы выздоровевшую и навсегда сохранившую во внешности ее печать). Евфимия Васильевна также имела образование, считавшееся для тех времен в небольшой деревне очень хорошим, особенно для женщины – 4 класса церковно-приходской школы. Она умела писать, считать и читать даже рукописный текст, имела в доме немало (именно рукописных!) книг, по преимуществу священных, конечно. Жизнь же была суровой (как и будущая фамилия Таисии Федоровны – Суровая). В крестьянских хозяйствах того времени и места люди почти всем необходимым обеспечивали себя и детей сами. Так, родители Алексея Федоровича сажали лен, убирали его, сушили, трепали, мать пряла на ручной прялке, затем на домашнем станке ткала полотно, красила его и шила одежду всем членам семьи. Держали домашний скот: коз, свинью, корову, лошадь. Сами готовили молочные продукты из коровьего и козьего молока. Творог на зиму солили в бочке, а затем разводили водой и ели с репой и позднее – с картошкой. Алексей Федорович на всю жизнь сохранил любовь к брынзе

с картошкой и простой, умеренной, естественной пище своей полосы. К помидорам, например, привыкал долго и уже во взрослом возрасте. Всем фруктам предпочитал яблоки.



Рис. 2. Слева направо: Николай, брат Алексея Федоровича (1922-1983), мать Евфимия Васильевна (1898-1983), сестра Таисия (1918-2003), отец Федор Андреевич (1890-1959), младший сын Алексей в возрасте 8 -10 лет. Деревня Черес-Межник, около 1933 г.

До 1929-30 года жили при лучине, следуя распорядку светового дня. Электричество появилось, когда Алексею Федоровичу было уже лет 7. Он и его старший брат Николай Федорович (1922 года рождения) вначале учились в школе-семилетке в поселке Верхний Мост, куда приходилось ходить пешком за 4 км в любую погоду, а морозы зимой стояли крепкие. Алексей Федорович проявлял большую тягу к знаниям и демонстрировал блестящие успехи, поэтому для продолжения школьного курса обучения сначала его поселили у родственников в районном центре, а в выпускной 10-й класс он приехал учиться в Ленинград (жил в общежитии возле Нарвских ворот у сестры Таисии, которая к тому времени уже работала в Ленинграде на фабрике). Десятилетку закончил с отличием, и 18 июня 1941 года в их 370-й школе прошел выпускной вечер.

Через 4 дня грянуло 22 июня 1941 года. В Ленинграде с утра стояла ясная погода, и пятна солнца играли в свежей листве деревьев. Как только прозвучала речь В.М. Молотова, Алексей Федорович, которому было 17,5 лет, незамедлительно направился добровольцем в военкомат. В те годы людей с законченным десятилетним образованием было гораздо меньше, чем сегодня с высшим образованием. Руководство понимало, что война с фашистской Германией будет долгой. Поэтому образованных людей направляли по возможности в военные училища для подготовки военспецов и младшего командного состава. Алексею Федоровичу вручили повестку, которая предписывала ему явиться в Артиллерийское командное училище. Прибыв туда, Алексей Федорович узнал, что мест уже нет. Списочный состав курсантов укомплектован!

К вечеру того же дня вестовой принес ему новую повестку – в Военно-топографическое училище. Придя туда наутро, А.Ф. Андреев получил ручку и лист бумаги, на котором нужно было, как в мирных условиях, написать заявление о приеме в училище: «Прошу зачислить меня курсантом...».

Уже в начале июля 1941 года вновь набранных курсантов и преподавателей Ленинградского Высшего Военно-топографического училища эвакуировали на Волгу, где

училище было размещено в стенах покинутого монастыря. Курс обучения был сокращен с 5 лет до 1 года. Но все основные значимые предметы читались в нужном объеме: топография, геодезия, картография, военные дисциплины. Алексею Федоровичу при его склонности к точным наукам, высочайшей работоспособности и врожденной пунктуальности все предметы давались легко и усвоены им были блестяще.

По окончании училища, весной 1942 года, курсанты-выпускники проходили распределение на основании их успеваемости! Лучшие выпускники могли выбирать места службы из всего списка фронтов Великой Отечественной войны, существовавших на тот исторический момент. Слабые курсанты направлялись служить по остаточному принципу. Алексей Федорович был одним из первых по успеваемости и без колебаний выбрал Ленинградский фронт, стремясь защищать родные места. В блокадном Ленинграде у него оставалась старшая сводная сестра Таисия Федоровна, а на оккупированной Псковщине – родители. Отец его, Федор Андреевич Андреев, по возрасту уже не воевал (он был героем Первой мировой, участвовал в Брусиловском прорыве и имел Георгиевский крест). Старший брат отца Николай Федорович после ранения лечился в госпитале в Кирове.

Алексей Федорович получил назначение в 9-й топографический отряд 55-й Армии, дислоцированной тогда под Ленинградом, и прибыл туда в начале лета 1942 года. Армия в то время вела бои и атаки на противника в районах Колпино, Ям-Ижоры, в долине реки Большая Ижорка. С 19 августа 1942 года Армия проводила Усть-Тосненскую десантную операцию, в ходе которой был создан плацдарм на реке Тосна. Тяжелейшие бои на плацдарме велись до 9 сентября 1942 года, в итоге он был сохранен за советскими войсками до окончания блокады Ленинграда. В боевых действиях Армии важнейшую роль играла работа фронтовых топографов, поскольку расположение и численность войск – своих и противника – непрерывно менялись, и командованию каждого соединения необходимо было точно представлять на карте оперативную обстановку. Требовалась строгая привязка к местности и для работы артиллерии. Старые карты не отражали действительность, поскольку от населенных пунктов, где было до войны по 1,5 тысячи домов, оставались одни колокольни. Отец рассказывал, как их однажды разместили... внутри доменных печей Ижорского завода. Эти печи имели толщину стен около 2 метров. Внутри было достаточно места и воздуха для десятка человек. Только слой копоти на стенах огромный. Алексей Федорович сидел вечером внутри и читал при огарке свечи «Анну Каренину». Он постоянно носил в солдатском (лейтенантском!) вещмешке книги – непременно по математике, т.к. собирался после войны поступать в Ленинградский университет на математико-механический факультет, и что-то из художественной литературы. Кроме этих печей и колокольни ни одного целого здания в округе не оставалось. Наутро А.Ф.Андреев и его сослуживцы вышли перепачканные сажей, но невредимые, из печи и увидели, что их отрядные лошади лежат, убитые минометным обстрелом. Топографы же внутри печи даже не услышали ничего.

Алексей Федорович рассказывал, как в первые недели пребывания на переднем крае фронта он и другие молодые бойцы старались передвигаться ползком, потому что кругом летали трассирующие пули, выпущенные зачастую наугад. На излете они двигались даже, по его словам, «медленно», но ранить и убить еще могли. Напоминали они светлячков... Одна из таких пуль оставила в феврале 1943-го шрам на его подбородке. А через некоторое время, вспоминал Алексей Федорович, никто из его товарищей даже не пригибался, ходили между этими опасными «светлячками», думая лишь о деле и своей задаче. Прилетали и мины, и крупные снаряды. Обстрелы имели некоторую не просто выявляемую периодичность. Он научился распознавать по изменению высоты и тембра звука направление движения и размер летящего снаряда. Так, однажды он шел на задание и услышал: летит крупнокалиберный снаряд, должен упасть неподалеку. Оставалась пара секунд. Алексей Федорович успел прыгнуть в оказавшуюся рядом воронку и прижаться к той ее стенке, за которой ожидал падения снаряда. Действительно, снаряд тут же разорвался в правильно оцененном месте, а противоположная для него стенка воронки оказалась мгновенно изрыта множеством

осколков. Эти осколки попали бы в него, не прояви он быстроту оценки и реакции. Некоторой контузии, конечно, избежать не удалось.

На фронтовой день рождения – девятнадцатилетие – однополчане подарили Алексею большую стальную столовую ложку, которую было удобно носить за голенищем.

В феврале 1943 года Он получил очередное привычное задание – нанести на топографическую карту расположение передовых взводов в месте стыка расположений 55-й и соседней с ней армий. Важно было понять, нет ли разрыва в защищенных участках фронта, и не могут ли в такой разрыв вклиниться вражеские части. Надо отметить, что, поскольку работа топографа требует оборудования – теодолита, рейки, топографа, и военный в том числе, имеет помощника. У девятнадцатилетнего лейтенанта Алексея Федоровича Андреева таковым помощником был сорокалетний опытный рядовой по фамилии Самоц. Идя на это опасное задание, Андреев оставил своего рядового в расположении отряда, чтобы не подвергать лишней опасности, и отправился на разведку один. Он шел без оборудования, вернее, полз, т.к. это была передовая линия обороны, и не было ясно, где свои, а где чужие; полз, держась за провода телефонной связи, протянутые связистами между землянками. Таким образом, он посетил несколько окопов и нанес их расположение на карту, установив, что между линиями обороны действительно имеется километровый зазор, а в окопах и землянках, где должны были находиться, по мнению генерала, командующего 55-й Армией, сотни бойцов, в действительности оставалось по 3 – 5 человек. Тем же методом, вдоль проводов, Алексей возвратился в расположение отряда и доложил о добытых сведениях командиру.

Некоторое время спустя его вызвали...к командующему 55-й Армией генералу Владимиру Петровичу Свиридову.

Выяснилось, что на одно и то же задание, ввиду его особой важности, были направлены три топографа, причем о «дублировании» («триplete») ни один из них не знал. Но двое никуда не поползли, а взяли имевшиеся данные в штабной землянке и представили как свои. Один лишь Алексей Федорович математически строго, на своих коленях и животе, провел топографическую разведку лично. В итоге его данные полностью разошлись с данными, представленными двоими другими «коллегами». Он подробно доложил генералу о всех деталях обстановки, о своем пути и реальной численности находящихся в окопах бойцов. И 1 мая 1943 года от имени генерала В.П. Свиридова Алексей Федорович Андреев был награжден орденом Красной Звезды.



Рис. 3. 19-летний лейтенант-топограф А.Ф. Андреев 1 мая 1943 г. на Ленинградском фронте в день вручения ему ордена Красной Звезды. До ранения остается 1,5 месяца

55-я Армия к концу февраля освободила Красный Бор, Старую Мызу, Чернышево. С 19 марта 1943 года Армия предприняла попытку наступления на красноборском направлении навстречу 8-й армии, но на тот момент успеха не удалось добиться, и Армия закрепились на достигнутых рубежах до 1944 года.

13 июня 1943 года под Красным Бором Алексей Федорович вместе с красноармейцем Самоцем вёл текущую топографическую съёмку местности для привязки артиллерии и не заметил в высоком травостое минной растяжки. У Алексея оказались раздробленными обе ноги. Красноармеец Самоц вынес его, истекающего кровью, в полевой эвакогоспиталь. Там Андрееву перелили 12 литров крови. Здесь поражают два момента: во-первых, само число – ведь в организме мужчины приблизительно 5 литров крови. Это означает, что Алексей Федорович потерял почти всю кровь трижды. Во-вторых, в тяжелейших фронтовых условиях в госпитале на лесной поляне имелась эта кровь.

Когда жизнь Андреева Алексея Федоровича была «условно спасена» в первый момент, его на барже по Неве отправили в госпиталь, располагавшийся в Александро-Невской лавре. Там была проведена ему первая из последовавших трех операций по ампутации правой ноги. Низкий поклон хирургам, сохранившим ему коленный сустав. После первой операции продолжилась гангрена, и потребовалась вторая ампутация, выше. При второй ампутации забыли оставить кожу, чтобы закрыть срез. Пришлось пилить в третий раз.

В общей сложности Алексей Федорович провел в госпиталях блокадного Ленинграда 15 месяцев. Но молодой организм, выросший на природе, на натуральных продуктах, справился. В 1944 году он, еще не демобилизованный, учась ходить на протезе, преподавал в одной из школ Ленинграда военное дело.

Летом 1945-го, лишь только пришла Победа, Алексей Федорович поступил без экзаменов (как обладатель школьного аттестата с отличием, выпускник Военно-топографического училища и фронтовик) на 1-й курс математико-механического факультета Ленинградского государственного университета. На 1-м курсе набора сорок пятого встретились фронтовики и выпускники школ. Разница в возрасте велика не была, но имелась огромная разница в пережитом опыте. Среди однокурсников-фронтовиков у одного не хватало руки, у А.Ф. – ноги, у одного из сокурсников не было половины черепной коробки, и под кожей пугающе дышал неприкрытый мозг... Ходили многие в шинелях, в форме, другой одежды не имея. Брали картофельный суп из университетской столовой домой. Но вдохновение испытывали невероятное. Это был взрыв и кипение талантов, страстей и радости молодой жизни.

На первом же курсе Алексей Федорович встретил Людмилу Ивановну Антонову, ленинградку 1927 года рождения, и в начале 1946 года они вступили в брак, в котором прожили вместе целую эпоху – 68,5 лет, и непростых, и счастливых.

Алексея Федоровича Андреева всегда отличали целеустремленность, предельная добросовестность и аккуратность, глубочайшая доброжелательность к людям и порядочность, строгость подхода как к вопросам математических рассуждений, так и к задачам жизни.

Неправильно полагать, будто потеря ноги сделала Андреева «инвалидом» в прямом понимании этого термина как «лишенного возможностей». Он ходил на протезе без палочки до 70 лет, потом еще 20 – с элегантной тростью ради дополнительной устойчивости; катался на лыжах на протезе, причем в молодые годы даже и с горок, прекрасно ездил на велосипеде; водил автомобиль, хотя и с ручным управлением. С другой стороны, безусловно, разрыв большого круга кровообращения и тяжелейшая травма в юности ограничили природные возможности организма Алексея Федоровича.

Он прожил 93 года и 3 месяца – жизнь долгую, ярчайшую, насыщенную научными достижениями, увлеченностью научного поиска и горением творчества, уважением и вдохновением, радостью бытия.

Творчество математика

На математико-механическом факультете Ленинградского университета математический талант А.Ф. Андреева был замечен крупным специалистом в области дифференциальных уравнений профессором Николаем Павловичем Еругиным (1907 – 1990), ставшим его научным руководителем. По стечению обстоятельств, Н.П. Еругин также воевал и получил серьезное ранение и контузию под Красным Бором за год до того, как в тех же местах был тяжело ранен Алексей Федорович.

В 1953 году Алексей Федорович Андреев защитил в Московском отделении математического института им. Стеклова кандидатскую диссертацию под названием "Исследование поведения интегральных кривых системы двух дифференциальных уравнений в окрестности особой точки".



Рис. 4. Аспирант Н.П. Еругина (начало 1950-х годов)

По отзыву Н.П. Еругина, каждая из трёх глав этой диссертации по своему научному весу могла бы послужить отдельной кандидатской диссертацией (Адрианова и др., 40). В работе Алексеем Федоровичем был решен ряд проблем, имевших первостепенную важность на соответствующем этапе построения теории дифференциальных уравнений. Дадим краткий очерк полученных им результатов и их дальнейшего развития.

1. А.Ф. Андреевым приведено к успешному завершению «изучение изолированной особой точки O плоской автономной аналитической системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с ненулевым линейным приближением в точке O ».

Начало исследованиям в этом направлении положил основоположник многих ветвей в современной математике, физике и космологии (включая качественную теорию дифференциальных уравнений), глава Парижской Академии наук с 1906 года, иностранный член-корреспондент Петербургской Академии наук с 1895 года (и еще более чем 30 академий научного мира своей эпохи) Жюль Анри Пуанкаре (1854–1912).

На рубеже XIX и XX столетий проблемой занимался знаменитый российский математик Александр Михайлович Ляпунов (1857–1918), заложивший фундамент теории устойчивости равновесия и движения механических систем с конечным числом параметров. Трагический уход из жизни в 1918 году оборвал его научный поиск.

Исследования оказались выполненными в три этапа.

Первый этап осуществил сам А. Пуанкаре в восьмидесятых годах XIX века, рассмотрев случай простой особой точки аналитической системы ОДУ, т.е. особой точки, не

имеющей нулевых собственных значений, и доказательно определив, что такая точка может являться только узлом, фокусом, центром или седлом.

«Второй этап реализовал шведский математик Ивар Отто Бендиксон (1861–1935), в 1901 году изучивший случай особой точки с одним нулевым характеристическим корнем и установивший, что она может оказаться лишь седлом, узлом или седло-узлом» (Немыцкий, 2017).

Третий и последний, наиболее сложный этап, а именно оставшийся неисследованным случай нильпотентной особой точки, т.е. особой точки с двумя нулевыми характеристическими корнями, полностью изучил А.Ф. Андреев. Он установил, что нильпотентная особая точка может иметь «7 различных топологических типов, к коим относятся: центр, фокус, узел, седло, седло-узел, острие (двухсепаратрисное седло) и точка с эллиптическим сектором. Также сформулировал и доказал коэффициентные критерии возникновения каждого из перечисленных типов (с точностью до проблемы различения центра и фокуса)» (Андреев, 1958, 1970, 1974).

2. Проблему различения «центра и фокуса Алексей Федорович Андреев решил для (x, y) – системы ОДУ, имеющей нильпотентную линейную часть и нелинейности в виде кубических форм от x и y с произвольными постоянными коэффициентами, удовлетворяющими только тому условию, что для данной системы особая точка O является фокусом либо центром. А именно, определил коэффициентные необходимые и достаточные условия центра» (Андреев, 1953).

Это был первый в математике случай решения проблемы различения центра и фокуса для обширного класса систем обыкновенных дифференциальных уравнений, имеющих нильпотентную особенность.

3. «А.Ф. Андреев изучил вопрос о единственности O -кривой системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной области Фроммера 2-го типа, решил первую проблему различения М. Фроммера и доказал теорему единственности принципиально нового типа (Андреев, 1962, 1962), которая вобрала в себя на правах частных случаев все существовавшие на тот момент признаки единственности O -кривой (а именно, признаки Е.Р. Лонна, Р.Э. Винограда и Д.М. Гробмана, И.С. Куклеса)» (Андреев, 1964, 1962, 1965).

4. В 1979 году опубликовал монографию «Особые точки дифференциальных уравнений» (Андреев, 1979), где приведено строгое и детально проработанное изложение метода исследования изолированных особых точек, предложенного М. Фроммером в 1941 году (Фроммер, 1941), но намеченного последним лишь пунктирно, в общих чертах.

Монография А.Ф. Андреева на протяжении долгих лет оставалась (и, без особого преувеличения можно сказать, поныне остается, превратившись в раритетное издание) одной из наиболее востребованных в своей области. В 2003 году Алексей Федорович выпустил учебное пособие «Введение в локальную качественную теорию дифференциальных уравнений» (Андреев, 2003), в котором эти исследования и их толкование продолжены.

5. «В 1981 году А.Ф. Андреев защитил в ЛГУ докторскую диссертацию под названием “Исследование сложных особых точек систем дифференциальных уравнений” (Андреев, 1979), посвященную детальной разработке метода изучения сложной особой точки покоя O аналитической динамической системы второго порядка общего вида». «Основой метода служит исследование асимптотики O -кривых, т.е. характеристических кривых рассматриваемой системы, при условии стремления x к нулю».

«Ядром метода выступает процесс расщепления сложной особой точки первичной, исходной, системы на несколько особых точек вторичных, производных, систем».

«А.Ф. Андреев показал, что за счет выполнения конечного числа шагов такого процесса всегда можно выявить топологический тип расположения траекторий исходной системы в малой окрестности особой точки O (с точностью до различения расположений траекторий системы, относящихся к типам центр и фокус)».

«А.Ф. Андреев решал и другие задачи качественной теории дифференциальных уравнений на плоскости и в пространстве» (Andreev, 2003, Пилюгин, 2003).

«Время показало, что научные результаты Алексея Федоровича Андреева приобрели в мировой математической литературе существенный резонанс».

6. «Разработанный А.Ф. Андреевым каталог топологических типов нильпотентных сингулярностей плоских векторных полей, сопровождающийся строгим указанием критериев появления каждого типа, несомненно, послужил для многих современных исследователей стимулом к рассмотрению и изучению бифуркаций таковых сингулярностей, возникающих в условиях малых деформаций, определяющих их векторных полей в пространстве V всех аналитических (x, y) – векторных полей с особой точкой $O(0, 0)$ ».

7. «Из результатов, полученных А.Ф. Андреевым, вытекает, что нильпотентная особенность (сингулярность) типа острие (т.е. двухсепаратрисное седло) возможна для векторных полей, образующих множество коразмерности 2 в V , а нильпотентная особенность любого иного типа реализуема лишь для полей, образующих множество коразмерности 3 в V ». По пути, проложенному А.Ф. Андреевым, известные математики Р.И. Богданов и Ф. Дюмортье (F. Dumortier), Дж. Сотомайор (J. Sotomayor), Р. Руссари (R. Roussarie), исследуя плоские векторные поля, занимались изучением бифуркаций их нильпотентных особенностей O .

Успешно развивая тему исследований, белорусский математик А.П. Садовский решил «проблему различения центра и фокуса для нильпотентной особой точки O в случае динамических систем с однородными нелинейностями 5-й степени, и вместе с соавторами решил эту проблему в случае однородных нелинейностей 7-й степени, далее исследовав вопрос о цикличности точки O в случаях нелинейностей k -й степени для значений k , равных 3, 5, 7».

8. «Труды А.Ф. Андреева переведены на иностранные языки и широко известны математикам России и мира» (Андреев, 1958, Andreev, 2017, 2018, 2018, 2017, 2020).

«Принадлежащий А.Ф. Андрееву метод разрешения сложных особенностей широко применяется как в теоретических исследованиях математиками - специалистами в областях локальной и глобальной качественной теории дифференциальных уравнений», так и в прикладных разработках (Адрианова, 2009). По его книгам учились и учатся поколения студентов и аспирантов математических специальностей.

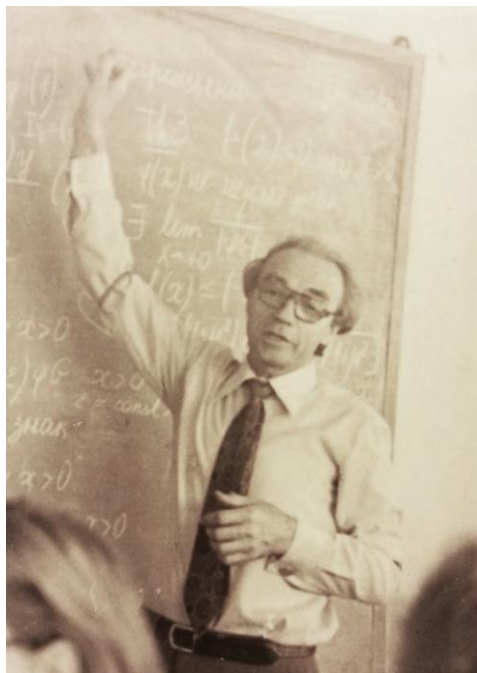


Рис. 5. Во время лекции на матмехе ЛГУ. 1985 г.

9. С наступлением XXI века внимание Алексея Федоровича Андреева привлекла новая объемная задача локальной качественной теории обыкновенных дифференциальных

уравнений. В ходе решения этой задачи А.Ф. Андреев в соавторстве с И.А. Андреевой опубликовал вторую монографию под названием: "Фазовые портреты одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре" (Андреев, Андреева, 2017) и ряд статей (Андреев, Андреева, 2007, 2008, 2008, 2009, 2010, 2017, 2018, 2019, 2018, 2020, 2007, 2017, 2018; Andreev, Andreeva, 2017, 2018, 2017; Andreev, Bibikov, 2003; Пилюгин, 2003). В настоящее время исследования продолжают ученики А.Ф. Андреева и научные его последователи (Andreev, Sadovskii 2017; Андреева, 2019, 2020, 2021, 2021, 2019; Андреева, Ефимова, 2020, 2021, 2020, 2022; Egorov 2020).

Алексей Федорович Андреев был замечательным педагогом, он воспитал 17 кандидатов наук, из которых двое стали впоследствии докторами наук, и множество поколений студентов математико-механического факультета ЛГУ– СПбГУ, где работал с 1956 по 2017 год, в том числе дипломников кафедры дифференциальных уравнений.



Рис. 6. На защите дипломных работ. Кафедра Дифференциальных уравнений ЛГУ (ныне СПбГУ), 1985 г. Сидят, слева направо: В.Е. Чернышев, А.Ф. Андреев, Л.Я. Адрианова, А.В. Осипов, Ю.В. Чурин, С.Ю. Пилюгин. За спиной В.Е. Чернышева стоит Д.Ю. Волков.

Основные награды А.Ф. Андреева: 1942 г. – медаль «За оборону Ленинграда», 1943 г. – орден Красной Звезды, 1985 г. – орден Отечественной войны I степени, 1999 г. – почетное звание «Заслуженный деятель науки Российской Федерации», 2003 г. – медаль «В память 300-летия Санкт-Петербурга», 2008 г. – звание Почетного профессора СПбГУ, 2013 г. – памятная медаль «Санкт-Петербургский государственный университет» за пребывание в стенах университета более 50 лет.

Основные вехи жизненного пути А.Ф. Андреева

- Родился 19/20.12.1923 в деревне Черес-Межник под Псковом в крестьянской семье.
- 18 июня 1941 – окончил 10 класс 370-й средней школы г. Ленинграда с отличием.
- 22 июня 1941 – пошел добровольцем на фронт и был направлен в военное училище.
- 1941-42 – Ленинградское Высшее Военно-топографическое училище (в эвакуации на Волге), курсант.
- 1942-43 – Ленинградский фронт, лейтенант.
- 1943-44 – Ранение (подорвался на mine при выполнении топографической съемки на передовой), 1,5 года в госпиталях в блокадном Ленинграде, ампутация правой ноги.
- 1945-50 – Мат-мех факультет ЛГУ, студент. Окончил с отличием.
- 1950-53 – Аспирант профессора Н.П. Еругина, ЛОМИ.

- 1953 – Защитил в МИАН СССР кандидатскую диссертацию «Исследование поведения интегральных кривых системы двух дифференциальных уравнений в окрестности особой точки», в которой решил ряд актуальных для того времени проблем, завершив начатые Пуанкаре исследования изолированной особой точки плоской автономной аналитической системы. В 1958 – Диссертация переведена и издана в США (без вмешательства автора).
- 1953-56 - Научный сотрудник, затем ученый секретарь ЛОМИ.
- 1956-66 – Доцент ЛИТМО, параллельно читает лекции в ЛГУ.
- 1966-82 – Доцент кафедры Дифференциальных уравнений ЛГУ.
- 1981 – Защитил в ЛГУ докторскую диссертацию «Исследование сложных особых точек систем дифференциальных уравнений», в которой разработал методы исследования сложной особой точки покоя аналитической динамической системы.
- 1982-2017 – Профессор кафедры Дифференциальных уравнений ЛГУ-СПбГУ.

Список литературы

- Андреев А.Ф. Особые точки дифференциальных уравнений. Минск: Вышэйшая школа, 1979.
- Андреев А. Ф. Введение в локальную качественную теорию дифференциальных уравнений. СПб: Изд-во С.-Петербурга. Университета, 2003.
- Андреев А.Ф. Решение проблемы центра и фокуса в одном случае // Прикладная математика и механика. 1953. 3 (17). С. 333–338.
- Андреев А.Ф. О методе Фроммера исследования особой точки дифференциального уравнения первого порядка // Вестник Ленингр. университета. Сер. мат. 1962. 1 (1). С. 5–21.
- Андреев А.Ф. Теорема единственности для нормальной области Фроммера второго типа // Доклады АН СССР. 1962. 4. Т. 142. С.754–757.
- Андреев А.Ф. О проблемах различия Фроммера // Труды 4-го Всесоюзного математического съезда. 1964. Т. 2. С. 394–402.
- Андреев А.Ф. Исследование поведения интегральных кривых системы // Американское Математическое Общество, переводная серия. 1958. 2. Т. 8. С. 183–207.
- Андреев А.Ф. Усиление теоремы единственности O -кривой в N_2 // Доклады АН СССР. 1962. 1. Т. 146. С. 9–10.
- Андреев А.Ф. О числе операций при исследовании особой точки дифференциального уравнения методом Фроммера // Дифференциальные уравнения. 1965. 9 (1). С. 1155–1176.
- Андреев А.Ф. О локальной схеме состояния равновесия // Дифференциальные уравнения. 1970. 4 (6). С. 677–686.
- Андреев А.Ф. Об исключительном направлении системы n -го порядка в точке покоя // Дифференциальные уравнения. 1974. 2 (10). С. 187–194.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. I // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2007. № 4 С. 17–26.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. II // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2008. № 1. С. 1–13.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. III // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2008. № 3. С. 39–53.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. IV(1) // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2009. № 4. С. 181–212.

- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые потоки одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. IV(2) // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2010. № 4. С. 6–17.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. Saarbrücken: Lambert Academic Publ, 2017.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре. I // Вестник РАЕН. 2017. 4 (17). С. 8–18.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты семейства кубических динамических систем в круге Пуанкаре. II // Вестник РАЕН. 2018. 4 (18). С. 11–15.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты некоторого семейства кубических динамических систем в круге Пуанкаре. III // Вестник РАЕН. 2019. 2 (19). С. 20–24.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Результаты исследования семейства кубических динамических систем в круге Пуанкаре // Геометрические методы в теории управления и математической физике. 2018. Рязань: Изд-во РГУ им. С.А. Есенина. С. 6–7.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты некоторых классов кубических динамических систем в круге Пуанкаре // Теория управления и математическое моделирование. 2020. Ижевск: Издательский центр «Удмуртский университет». С. 30–33.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Локальное исследование одного семейства плоских кубических систем // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2007. Вып. 1. С. 11–16.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. Фазовые портреты одного семейства кубических систем в круге Пуанкаре // Сборник материалов международной конференции "XXVIII Крымская осенняя 20 математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам "КРОМШ-2017". 2017. С. 53–55.
- Андреев А.Ф., Андреева И.А. О картине траекторий некоторого семейства кубических динамических систем // Сборник материалов международной конференции "XXIX Крымская осенняя математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам"КРОМШ-2018". 2018. С. 99–101.
- Андреева И.А. Об исследовании семейства динамических систем с полиномиальными правыми частями // Сборник материалов международной конференции "XXX Крымская осенняя математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам "КРОМШ-2019". 2019. С. 96–98.
- Андреева И.А. Качественное исследование ряда семейств динамических систем // Сборник материалов международной конференции "XXXI Крымская осенняя математическая школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам "КРОМШ-2020". 2020. С. 84–86.
- Андреева И.А., Ефимова Т.О. Поведение траекторий специальных семейств полиномиальных динамических систем // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем (АМУР-2020). 2020. С. 11–14.
- Андреева И.А., Ефимова Т.О. О качественном исследовании некоторого семейства кубических динамических систем // Математические методы в технологиях и технике. 2021. 6. С. 12–15.
- Адрианова Л.Я., Бибииков Ю.Н., Изобов Н.А. и др. К восьмидесятипятилетию А.Ф. Андреева // Дифференциальные уравнения. 2009. 3 (45). С. 291–296.
- Андронов А.А., Леонтович Е.В., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966.
- Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.: Ленанд, 2017.
- Пилюгин С.Ю. Исследования по глобальной качественной теории дифференциальных уравнений на кафедре дифференциальных уравнений Петербургского университета // Differential Equations and Control Processes. 2003. № 1. С. 29–58.

- Фроммер М. Интегральные кривые обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка в окрестности особой точки, имеющей рациональный характер // Успехи математических наук. 1941. 9. С. 212–253.
- Andreev A., Andreeva I. Investigation of a Family of Cubic Dynamic Systems. *Vibroengineering Procedia*. In Ser. 29th International Conference on Vibroengineering. 2017. Vol. 15. P. 88–93.
- Andreev A.F., Andreeva I.A. On a Behavior of Trajectories of a Certain Family of Cubic Dynamic Systems in a Poincare Circle. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 1141(1). 012114.
- Andreev A.F., Andreeva I.A. Phase Portraits of Cubic Dynamic Systems in a Poincare Circle. *Differential Equations. Theory and Current Research*. 2018. London: IntechOpen Publ. P. 65–80. <http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.75527>
- Andreev A.F., Andreeva I.A., Detchenya L.V., Makovetskaya T.V., Sadovskii A.P. Nilpotent centers of cubic systems. *Differential Equations*. 2017. Vol. 53(8). P. 975–980.
- Andreev A.F., Bibikov Yu.N. Studies on the Local Qualitative Theory of Differential Equations at the Differential Equations Department of the St.Petersburg University // *Дифференциальные уравнения и процессы управления*. 2003. № 1. С. 59–92.
- Andreeva I.A. Several Classes of Plain Dynamic Systems Qualitative Investigation *IOP. Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1730(1). 012053.
- Andreeva I.A. Classes of Dynamic Systems with Various Combinations of Multipliers in Their Reciprocal Polynomial Right Parts. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 2090(1). 012095.
- Andreeva I.A. Investigation of a Family of Dynamic Systems with Reciprocal Polynomial Right Parts in a Poincare Circle. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1391(1). 012039. DOI: 10.1088/1742-6596/1391/1/012039
- Andreeva I.A., Efimova T.O. Investigation of Phase Portraits Belonging to Polynomial Dynamic Systems in a Poincare Disk. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1425(1). 012140.
- Andreeva I.A., Efimova T.O. On the Qualitative Study of Phase Portraits for Some Categories of Polynomial Dynamic Systems. *Studies in Systems, Decision and Control*. Springer. 2022. Vol. 418. P. 39–50.
- Egorov V., Maksimova O., Andreeva I. Stochastic Fluid Dynamics Simulations of the Velocity Distribution in Protoplasmic Streaming. *Physics of Fluids*. 2020. 12 (32). 121902. DOI: 10.1063/5.0019225.

**ALEXEY F. ANDREEV. MATHEMATICIAN AND PERSON.
FOR THE CENTENNIAL ANNIVERSARY**

Andreeva I. A.
Cand. Sci. (Phys. and Math.),
associate professor
irandr@inbox.ru
St. Petersburg

Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University

Abstract. The article tells about the bright and difficult fate of scientific and human, and also systematizes the most significant mathematical achievements of Professor of the Department of Differential Equations of the Faculty of Mathematics and Mechanics of LSU - St. Petersburg State University, Honorary Professor of St. Petersburg State University (2008), Honored Scientist of the Russian Federation (1999) Alexey Fedorovich Andreev (1923–2017). In the seven-year-old life of Alexei Fedorovich, whole epochs of the life of

our country and society were contained and reflected in it. Having started his career in a peasant family under Luchin, when his parents produced almost all the items and products necessary for existence by independent peasant labor, Alexey Fedorovich carried an indomitable desire for knowledge, love for science, creativity and people through the crucible of the Great Patriotic War and a serious injury that led to the amputation of his right leg at the age of 19. The sphere of his scientific interests was the qualitative theory of ordinary differential equations and dynamical systems. A.F. Andreev, in particular, he led to the successful completion of the study of an isolated singular point O of a planar autonomous analytical ODE system with a non-zero linear approximation, considering the case of a nilpotent singular point (having two zero characteristic roots), which has not been amenable to research since the time of A. Poincare and I. Bendixon. In his works, the first case in mathematics of solving the problem of distinguishing the center and focus for an extensive class of systems of ordinary differential equations with a nilpotent singularity is recorded. Having worked at LSU – St. Petersburg State University for over 60 years, from 1956 to 2017, A.F. Andreev brought up several generations of mathematicians who defined and continue to define the scientific atmosphere of Russian universities and cherish the memory of their Teacher.

Keywords: differential equations, qualitative theory of ODEs, singular points, dynamic systems, nilpotent singularities.

References

- Andreev, A. F. (1979). *Osobyе točki differentsial'nyh uravnenij*. Minsk: Vysheishaya shkola Publ. (In Russ.)
- Andreev, A. F. (2003). *Vvedenie v lokal'nyuyu kachestvennyuyu teoriyu differentsial'nyh uravnenij*. St.Petersburg: St.Petersburg University Publ. (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1953). Reshenie problemy centra i fokusa v odnom sluchae. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 3 (17), 333–338 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1962). O metode Frommera issledovaniya oboj točki differentsial'nogo uravneniya pervogo poryadka. *Vestnik Leningr. universiteta. I. Ser. mat.*, 1 (1), 5–21 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1962). Teorema edinstvennosti dlya normal'noj oblasti Frommera vtorogo tipa. *Doklady AN SSSR*, 142 (4), 754–757 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1964). O problemah razlicheniya Frommera. *Trudy 4-go Vsesoyuznogo matematicheskogo s"ezda*, Vol. 2, 394–402 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1958). Issledovanie povedeniya integral'nyh krivyh sistemy. *Amerikanskoe Matematicheskoe Obshchestvo, perevodnaya seriya*, 8(2), 183–207 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1962). Usilenie teoremy edinstvennosti O -krivoj v N_2 . *Doklady AN SSSR*, 1, Vol. 146, 9–10 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1965). O chisle operacij pri issledovanii oboj točki differentsial'nogo uravneniya metodom Frommera. *Differential Equations*, 9 (1), 1155–1176 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1970). O lokal'noj skheme sostoyaniya ravnovesiya. *Differential Equations*, 4 (6), 677– 686 (In Russ.)
- Andreev, A. F. (1974). Ob isklyuchitel'nom napravlenii sistemy n -go poryadka v točke pokoya. *Differential Equations*, 2 (10), 187–194 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2007). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. I. *Differentsial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 4, 17–26. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2008). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. II. *Differentsial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 1, 1–13 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2008). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. III. *Differentsial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 3, 39–53. (In Russ.)

- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2009). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. IV(1). *Differencial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 4, 181–212 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2010). Fazovye potoki odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. IV(2). *Differencial'nye uravneniya i processy upravleniya*, 4, 6–17. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2017). *Fazovye portrety odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare*. Saarbrucken: Lambert Academic Publ. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2017). Fazovye portrety odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare. I. *Vestnik RAEN*, 4 (17), 8–18 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). Fazovye portrety semejstva kubicheskikh dinamicheskikh sistem v krugе Puankare. II. *Vestnik RAEN*, 4 (18), 11–15 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2019). Fazovye portrety nekotorogo semejstva kubicheskikh dinamicheskikh sistem v krugе Puankare. III. *Vestnik RAEN*, 2 (19), 20–24 (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). Rezul'taty issledovaniya semejstva kubicheskikh dinamicheskikh sistem v krugе Puankare [The Results of the Study of a Family of Cubic Dynamic Systems in the Poincare Circle]. *Geometricheskie metody v teorii upravleniya i matematicheskoy fizike* (pp.6–7). Ryazan: Izd-vo RGU im. S.A. Esenina. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2020). Fazovye portrety nekotorykh klassov kubicheskikh dinamicheskikh sistem v krugе Puankare [Phase Portraits for Some Classes of Cubic Dynamic Systems in the Poincare Circle]. *Teoriya upravleniya i matematicheskoe modelirovanie* (pp. 30–33). Ijevsk: Izdatel'skij centr «Udmurtskij universitet». (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2007). The Local Study of One Family of Plain Cubic Systems. *Vestnik of the St.Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 1(2), 11–16. (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2017). Fazovye portrety odnogo semejstva kubicheskikh sistem v krugе Puankare [Phase Portraits for One Family of Cubic Systems in the Poincare Circle]. *"XXVIII Krymskaya osenniyaya 20 matematicheskaya shkola-simpozium po spektral'nyim i evolyucionnyim zadacham "KROMSH-2017"* (pp. 53–55). Simferopol': Krymskij federal'nyj universitet imeni V. I. Vernadskogo (In Russ.)
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). O kartine traektorij nekotorogo semejstva kubicheskikh dinamicheskikh sistem [On the Pattern of Trajectories for Some Family of Cubic Dynamic Systems]. *"XXIX Krymskaya osenniyaya matematicheskaya shkola-simpozium po spektral'nyim i evolyucionnyim zadacham "KROMSH-2018"*. (pp. 99–101). Simferopol': Krymskij federal'nyj universitet imeni V. I. Vernadskogo (In Russ.)
- Andreev, A., Andreeva, I. (2017). Investigation of a Family of Cubic Dynamic Systems. *Vibroengineering Procedia. 29th International Conference on Vibroengineering*. Vol. 15, 88–93.
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). On a Behavior of Trajectories of a Certain Family of Cubic Dynamic Systems in a Poincare Circle. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 1141(1), 012114.
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A. (2018). Phase Portraits of Cubic Dynamic Systems in a Poincare Circle. Chapter 4. *Differential Equations. Theory and Current Research*, 65–80. London: IntechOpen Publ. <http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.75527>
- Andreev, A. F., Andreeva, I. A., Detchenya, L. V., Makovetskaya, T. V., Sadovskii, A. P. (2017). Nilpotent centers of cubic systems. *Differential Equations*, 53(8), 975–980.
- Andreev, A. F., Bibikov, Yu. N. (2003). Studies on the Local Qualitative Theory of Differential Equations at the Differential Equations Department of the St.Petersburg University. *Differential Equations and Control Processes*, 1, 59–92. (In Russ.)
- Andreeva, I. A. (2019). Ob issledovanii semejstva dinamicheskikh sistem s polinomial'nymi pravymi chastyami [On the Study of a Family of Dynamic Systems with Polynomial Right Parts]. *"XXX Krymskaya osenniyaya matematicheskaya shkola - simpozium po spektral'nyim i*

- evolyucionnym zadacham "KROMSH-2019"*. (pp. 96–98). Simferopol': Krymskij federal'nyj universitet imeni V. I. Vernadskogo (In Russ.)
- Andreeva, I. A. (2020). Kachestvennoe issledovanie ryada semejstv dinamicheskikh sistem [The Qualitative Study of a Series of Dynamic Systems Families]. *"XXXI Krymskaya osennaya matematicheskaya shkola - simpozium po spektral'nyh i evolyucionnym zadacham "KROMSH-2020"*. (pp. 84–86). Simferopol': Krymskij federal'nyj universitet imeni V. I. Vernadskogo (In Russ.)
- Andreeva, I. A. (2021). Several Classes of Plain Dynamic Systems Qualitative Investigation. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 1730 (1), 012053.
- Andreeva, I. A. (2021). Classes of Dynamic Systems with Various Combinations of Multipliers in Their Reciprocal Polynomial Right Parts. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 2090(1), 012095.
- Andreeva, I. A. (2019). Investigation of a Family of Dynamic Systems with Reciprocal Polynomial Right Parts in a Poincare Circle. *IOP Journal of Physics: Conference Series*, 1391(1), 012039 DOI: 10.1088/1742-6596/1391/1/012039
- Andreeva, I. A., Efimova, T. O. (2020). Povedenie traektorij special'nyh semejstv polinomial'nyh dinamicheskikh sistem [The Behavior of Trajectories of Special Families of Polynomial Dynamic Systems]. *Analiz, modelirovanie, upravlenie, razvitie social'no-ekonomicheskikh sistem (AMUR-2020)*. (pp. 11–14). Simferopol. (In Russ.)
- Andreeva, I. A., Efimova, T. O. (2021). On the Qualitative Study of Some Family of Cubic Dynamic Systems. *Mathematical Methods in Technology and Technics*, 6, 12–15. (In Russ.)
- Andreeva, I. A., Efimova, T. O. (2020). Investigation of Phase Portraits Belonging to Polynomial Dynamic Systems in a Poincare Disk. *IOP Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 1425(1), 012140.
- Andreeva, I. A., Efimova, T. O. (2022). On the Qualitative Study of Phase Portraits for Some Categories of Polynomial Dynamic Systems. *Studies in Systems, Decision and Control*. Vol. 418, 39–50. Springer
- Adrianova, L. Ya., Bibikov, Yu. N., Izobov, N. A. (2009). To the 85th Anniversary of A.F. Andreev. *Differential Equations*, 3 (45), 291–296 (In Russ.)
- Andronov, A. A., Leontovich, E. V., Gordon, I. I., Mayer, A. G. (1966). *The Qualitative Theory of Second Order Dynamic Systems*. Moscow: Nauka Publ. (In Russ.)
- Egorov, V., Maksimova, O., Andreeva, I. (2020). Stochastic Fluid Dynamics Simulations of the Velocity Distribution in Protoplasmic Streaming. *Physics of Fluids*, 12 (32), 121902. DOI: 10.1063/5.0019225.
- Frommer, M. (1941). Integral'nye krivye obyknovennogo differencial'nogo uravneniya pervogo poryadka v okrestnosti oboj točki, imeyushchej racional'nyj harakter. *Uspekhi matematicheskikh nauk*, 9, 212–253.
- Nemytzkiy, V. V., Stepanov, V. V. (2017). *Kachestvennaya teoriya differencial'nyh uravnenij*. Moscow: Lenand. (In Russ.)
- Pilyugin, S. Yu. (2003). Studies on the Global Qualitative Theory of Differential Equations at the Differential Equations Department of the St.Petersburg University. *Differential Equations and Control Processes*, 1, 29–58. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 30.10.2023
Принята к публикации 14.12.2023