

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-1-15-28

УДК  
378.51**ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ  
ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ КООРДИНАТ  
С ПРИМЕНЕНИЕМ GEOGEBRA****Санина Елена Ивановна**  
д.п.н., профессор  
esanmet@yandex.ru  
г. Москва**Поляков Илья Валерьевич**  
il76tsure@yandex.ru  
г. Армавир

Государственное казённое образовательное учреждение высшего образования „Российская таможенная академия“

Армавирский государственный педагогический университет

**Аннотация.** Традиционная система обучения математике в настоящее время претерпевает изменения. С одной стороны, изменения обусловлены объективными обстоятельствами, такими как цифровизация общества и её влияние на образовательные процессы, с другой стороны, требования к подготовке выпускников школ, которые включают, согласно ФГОС основного общего и среднего образования, предметную подготовку и личностное развитие обучающихся. В научной литературе отмечается как положительное, так и отрицательное влияние цифровых образовательных инструментов. Особенно обсуждаются проблемы обучения геометрии и применения систем динамической математики при решении геометрических задач. В теории и методике обучения математике недостаточно исследованы вопросы, связанные с обучением учащихся основной школы решению планиметрических задач с поддержкой применения GeoGebra. Целью данной статьи является построение методики обучения планиметрических задач координатным методом с применением ПО GeoGebra. Метод координат при обучении планиметрических задач выбран не случайно. Проведенный анализ результатов обучения геометрии в основной школе показал, что именно при изучении этого метода возникает много проблем, и школьники редко используют координатный метод при решении планиметрических задач. Методика обучения решению планиметрических задач методом координат с применением GeoGebra обучающихся основной школы представляет собой систему взаимосвязанных компонентов, целостность которых определяет достижение конечного результата. Особенностью методики является наглядное моделирование конструктора чертежа на основе применения GeoGebra.

**Ключевые слова:** обучение геометрии, основная школа, координатный метод, методика обучения решению задач, цифровые средства обучения, GeoGebra.

**Введение**

Методическая система обучения математике имеет глубокие исторические корни, которые на протяжении длительного времени доказали состоятельность математической подготовки школьников. Традиционная система обучения математике в настоящее время претерпевает изменения. С одной стороны, изменения обусловлены объективными обстоятельствами, такими как цифровизация общества и её влияние на образовательные процессы, с другой стороны, требования к подготовке выпускников школ, которые включают, согласно

ФГОС основного общего и среднего образования, предметную подготовку и личностное развитие обучающихся. Методологией построения учебного процесса является системно-деятельностный подход, который направлен на овладение обучающимися самостоятельной и исследовательской математической деятельностью в средней школе. Тенденция снижения академических часов на изучение математики в средней школе, включение новых разделов, таких как статистика и теория вероятностей, обуславливают поиск новых подходов к построению методической системы обучения математике в новых образовательных условиях. Актуальность создания методической системы обучения математике в условиях цифровой трансформации образовательной среды подтверждает и объективно существующее противоречие между высокими требованиями к подготовке выпускников средних школ, обладающими математической и информационной грамотностью и невысокими результатами выпускных экзаменов по математике, и низким уровнем мотивационной активности при выборе технических вузов.

В научной литературе отмечается как положительное, так и отрицательное влияние цифровых образовательных инструментов. Особенно обсуждаются проблемы обучения геометрии и применения систем динамической математики при решении задач. В теории и методике обучения математике недостаточно исследованы вопросы, связанные с обучением учащихся основной школы решению планиметрических задач с поддержкой применения GeoGebra. Целью данного исследования является построение методики обучения планиметрических задач координатным методом с применением GeoGebra. Метод координат при обучении планиметрических задач выбран неслучайно. Проведённый анализ результатов обучения геометрии в основной школе показал, что именно при изучении этого метода возникает много проблем, и школьники редко используют координатный метод при решении планиметрических задач.

### **Обзор литературы**

В последние десятилетия активно проводятся исследования по обучению геометрии с использованием интерактивных обучающих программ:

– Использование компьютерных технологий в обучении геометрии учащихся средней школы рассматривали Н.А. Умарова, Н.Р. Умарова (2020), А.С. Аликин, Е.В. Иващенко (2020), Л.Р. Шарафеева, А.А. Туманова (2020), Е.А. Шовгеня, И.Ю. Жмурова (2023), М.В. Шабанова (2015).

– Изучение понятий и доказательство теорем с применением цифровых образовательных средств представлены в работах Н.Г. Подаевой, М.В. Подаева, П.А. Агафонова (2019), С.В. Гущиной, Т.П. Шириковой (2014), М.А. Мозговой (2023).

– Обучение геометрии в старшей школе и построение сечений многогранников с применением СДМ GeoGebra разрабатывали А.П. Елисеева (2020), В.Е. Шарко (2020), Д.В. Егорова, Л.М. Кожевникова (2020), В.Н. Эверстова (2021).

– Применение ПО в исследовательском обучении и в рамках внеурочной деятельности изучали В.Р. Майер, Д.В. Бочкарев (2020), М.А. Павлова (2019), М.А. Родионов, И.В. Акимова, И.А. Баландин (2019), М.И. Черемисина, У.В. Суходолова (2021).

Отметим, что статьи, посвящённые обучению решению задач координатным методом, можно разделить на две группы. Первая группа содержит задачи с параметрами, решение которых связано с координатным методом и применением ПО GeoGebra Ю.Н. Кашицына (2020), Д.А. Кириллова (2022), В. Петухова, С. Платонова (2024). Вторая группа работ, в которой представлено непосредственно обучение геометрических задач координатным методом, но не рассматриваются вопросы применения цифровых технологий А.П. Гупенко, И.В. Прояева, Г.И. Санникова (2020), В.Н. Сырицына, О.Е. Кадеева (2020), Н.И. Фирстова (2021), С.М. Сюткина (2022), Б. Усмонов, Н. Ассоева (2023).

Особенно выделим работу А.Р. Мухаметьяровой (2019), связанную с применением среды GeoGebra при решении стереометрических задач векторно-координатным методом.

Анализ научных источников показал, что в основном исследования учёных и обобщение опыта работы учителей по обучению решению задач с применением ПО GeoGebra представлены для учащихся старшего звена средней школы. Рекомендации направлены на развитие пространственного мышления обучающихся и построение сечений многогранников. В большинстве работ представлены отдельные методические аспекты по применению СДМ в обучении геометрии в основной и старшей школе.

Несмотря на то, что метод координат является уникальным методом решения задач, недостаточно полно представлена методика обучения решению планиметрических задач этим методом в новой образовательной среде с учётом использования СДМ. Цель исследования: разработать методику обучения решению планиметрических задач координатным методом с использованием ПО на примере GeoGebra.

### **Результаты**

Методика обучения решению планиметрических задач методом координат с применением GeoGebra обучающихся основной школы представляет собой систему взаимосвязанных компонентов, целостность которых определяет достижение конечного результата.

Первый компонент методики – **цели** обучения. Первая из целей – обучающая. В первую очередь необходимо обучить теоретическим основам (изучение понятий, доказательство теорем), способам применения этой теории. Особенностью методики является наглядное моделирование понятий на основе применения GeoGebra. Дифференцированность и вариативность применения координатного метода обеспечивает умение комбинировать способы решения планиметрических задач и осознанно подходить к выбору средств, способа решения задачи. Вторая цель – развивающая. Важным является развитие математической деятельности, а значит: воспитание мотивационно-ценностного отношения к познавательной деятельности, развитие мышления от наглядно образного к словесно-логическому мышлению, коммуникативной деятельности, культуры математической речи и рефлексивной деятельности.

Второй компонент, который вытекает из целей обучения и при этом на них влияет, это **содержание**. Отбор задач, которые являются основной частью методики. При этом с учётом цифровой образовательной среды содержание может быть представлено в цифровом виде, поэтому содержание можно условно разделить на две части: базовая и дополнительная. Базовая часть включает в себя все темы, которые входят в общеобразовательную программу 9 класса. Дополнительная часть включает в себя дистанционное обучение, которое может быть представлено в виде асинхронного курса по геометрии, включающего задачи, входящие в базовую школьную программу девятого класса, но при этом логично её продолжают и позволяют, зная всего лишь несколько дополнительных фактов из теории координатного метода, значительно расширить сферу применения и сложность решаемых задач.

Обучение на основе использования GeoGebra влияет и на методику обучения решению задач, так как основой содержания данной методики являются задачи, их пошаговое решение, объяснение и моделирование. Стоит отдельное внимание уделить критериям и принципам отбора задач.

Следующий компонент, который так же, как и остальные влияет и при этом опирается на предыдущие компоненты, это **формы организации** обучения. Видов классификации форм обучения много, остановимся на тех, которые наиболее полно раскрывают преимущества и возможности использования данной методики при обучении учащихся средней школы координатному методу. Выбранная форма реализации курса – массово открытый онлайн курс приводит к тому, что вопрос, это групповая или индивидуальная форма обучения не стоит потому, что, хоть и чисто технически перед экраном монитора можно посадить как одного ученика, так и группу, при этом принципиального влияния на методику обучения с точки зрения выдачи материала не произойдёт, так как курс асинхронный, и он не предусматривает общение между преподавателем и учащимся в режиме онлайн. Для удобства будем считать, что этот курс индивидуальный, так как именно в данном виде он принесёт наибольший эффект учащимся и при этом не потребует каких-то дополнительных затрат (разве что по-

требуется или дополнительный компьютер, или провести сессию с другими учащимися в иное время).

Если рассматривать деление на школьное и внешкольное, то данная методика имеет преимущество, потому что может использоваться как в школьном формате, так и во внешкольном. Например, сейчас есть запрос на обучение и самообразование у наиболее мотивированных учеников школы. И в данном случае курс можно рассматривать во внешкольном формате, когда учащийся самостоятельно, согласно своему собственному составленному расписанию, изучает последовательно модули курса и тем самым повышает свои знания и навыки, связанные с координатным методом.

Существует деление на дистанционную и очную форму обучения. Безусловно, так как курс онлайн, методика исключительно дистанционная, что является, пожалуй, ее преимуществом, так как здесь не предъявляется никаких требований к месту обучения и к месту проживания учащихся. Таким образом, по этой методике может обучаться любой ученик, который находится в любом месте и есть доступ к сети интернет. А так как курс еще и асинхронный, это значит, что нет требований с точки зрения времени суток, когда производится обращение к серверу, подразумевается, что учащиеся могут находиться в разных часовых поясах, что в свою очередь никак не влияет на эффективность прохождения данного курса.

Следующий компонент, отвечает за **методы и приёмы** обучения и отвечает на вопрос: «Каким образом мы учим?». Здесь пойдёт речь о способах изложения, лежащих в основе методики, и первый из которых, это метод наглядного моделирования. Кроме него еще можно выделить исследовательский метод, ведь некоторые задачи специально спроектированы так, чтобы они были решены несколькими способами, особенно когда ставится общая задача.

Стоит помнить, что каждая задача не просто решена и объяснена с помощью аналитических методов, но при этом она ещё и смоделирована в системе динамической геометрии на основе программного обеспечения GeoGebra. Таким образом, учащийся видит не только эскизные рисунки, которые он сделал сам или преподаватель во время объяснений задачи, но также видит точные чертежи, которые построены в системе координат с абсолютной точностью и которые при этом намного более наглядны ввиду того, что они построены в масштабе. И при этом они позволяют проводить рефлексию после решения и предположить, какие варианты решения могли бы здесь ещё использоваться.

Последний по порядку, но не по значению, компонент – это **контрольно-оценочный**. Так как методика рассчитана на очное и дистанционное обучение наиболее мотивированных учащихся, изначально мы не ставили перед собой задачу оценить знания и то, насколько хорошо был усвоен материал. Мы не ставили перед собой задачу выставления в конце каких-либо отметок или оценок. Отчасти это делалось ввиду сложности создания системы и критериев оценки из-за того, что курс является асинхронным. Это значит, что после его записи и настройки не подразумевается общение между учащимися и преподавателями. И поэтому в явном виде после прохождения курса учащиеся не получают оценку или другие данные, которые позволяют понять, насколько хорошо был усвоен материал. Но, так как самое главное в этом курсе – это не оценивание, а донесение материала, был сделан упор на рефлексию.

Во время моделирования каждого этапа алгоритма решения задачи (анализ условия, поиск способа решения, запись решения с обоснованием, рефлексия) была задача поставить учащегося перед вопросом, чтобы он изменил бы в своём решении, когда бы, во-первых, узнал правильный ответ задачи, и, во-вторых, увидел чертёж, созданный в системе динамической геометрии, построенный в масштабе и с абсолютной точностью.

Проиллюстрируем ситуацию примером, в качестве которого возьмём задачу из второй части профильного экзамена ЕГЭ по математике, которая была в вариантах в 2023 году в некоторых регионах России. «На сторонах  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $C_1$  и  $B_1$  соответственно. Оказалось, что  $BC = B_1C = BC_1$ . Найдите косинус угла между прямыми

$BB_1$  и  $CC_1$ , если  $BC = 5, AB = 12, AC = 13$ » (Лысенко, 2023). Как и многие другие задачи по геометрии, эта может быть решена несколькими способами.

Способ 1. Заметим, что здесь можно применить теорему, обратную теореме Пифагора, ведь длины сторон таковы, что выполняется выражение  $BC^2 + AB^2 = AC^2$ . Следовательно, имеем дело с прямоугольным треугольником с прямым углом при вершине  $B$ .

Рассмотрим треугольник  $BCC_1$ , он прямоугольный и равнобедренный, так как  $BC = BC_1$  по условию, значит, угол  $BCC_1$  равен  $45$  градусов. Обозначим угол  $CBO$  как  $\alpha$  и рассмотрим треугольник  $CBB_1$  (рис. 1).

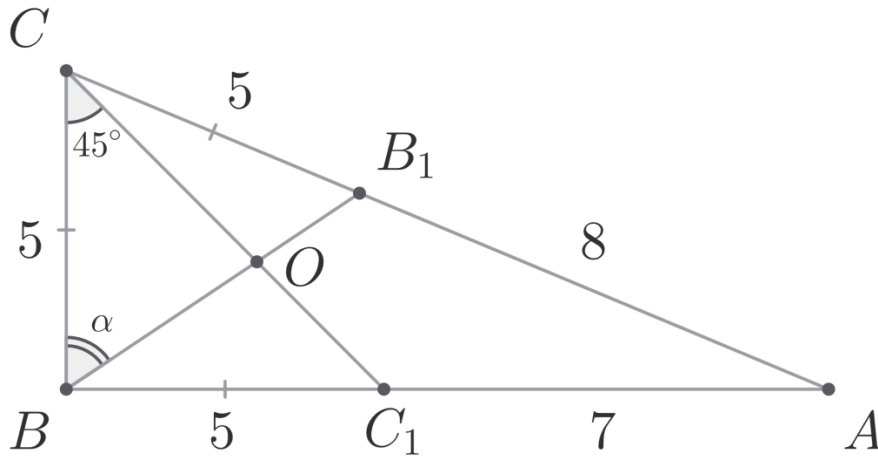


Рис. 1. Иллюстрация к первому способу решения задачи

Так этот треугольник является равнобедренным, его угол при вершине можно найти как  $180^\circ - 2\alpha$ . С другой стороны, косинус этого же угла можно найти из прямоугольного треугольника  $ABC$  как отношение прилежащего катета к гипотенузе. Он равен  $5/13$ . Используя формулы тригонометрии, получим значения синуса и косинуса угла  $\alpha$ , учитывая, что это острый угол:

$$\begin{aligned}\cos(180^\circ - 2\alpha) &= \cos(\angle BCA) = \frac{5}{13}; \\ 1 - 2\cos^2\alpha &= \frac{5}{13}; \\ \cos\alpha &= \frac{2}{\sqrt{13}}, \quad \sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}.\end{aligned}$$

Из треугольника  $BCO$  выражаем угол  $O$ :

$$\begin{aligned}\cos(\angle BOC) &= \cos(135^\circ - \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha = \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{13}} = \frac{1}{\sqrt{26}}\end{aligned}$$

Ответ:  $\frac{1}{\sqrt{26}}$ .

У этого способа есть как преимущества, так и недостатки, пожалуй, главным из которых является использование формул тригонометрии, которые изучаются только в 10 классе. Девятиклассники, на которых рассчитан онлайн-курс, ещё знают формул приведения, двойных углов и разности аргументов.

Способ 2. В начале решения заметим, что имеем дело с прямоугольным треугольником, как это было в предыдущем способе решения. Построим отрезок  $C_1B_1$ , рассмотрим треугольники  $C_1B_1A$  и  $ABC$  и найдем значение их площадей (рис. 2).

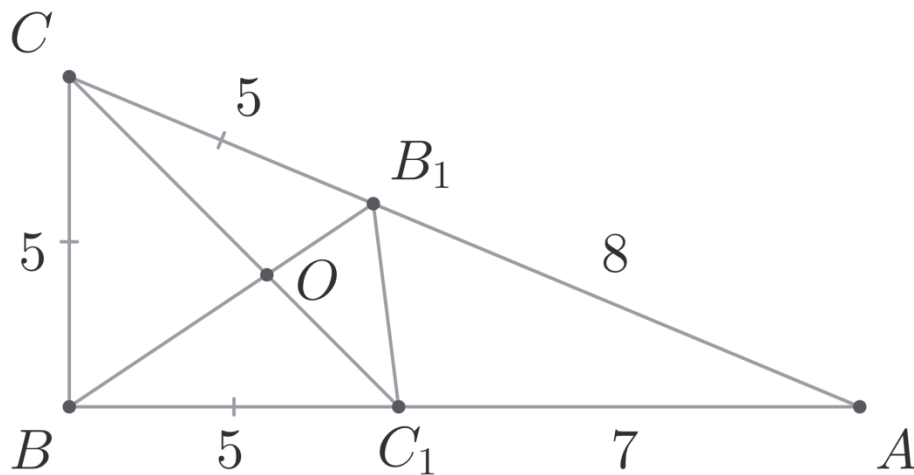


Рис. 2. Иллюстрация ко второму способу решения задачи

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30; \quad S_{AC_1B_1} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \sin A = 7 \cdot 4 \cdot \frac{5}{13} = \frac{140}{13}$$

Найдём площадь четырёхугольника  $BCB_1C_1$  как разность значения площадей:

$$S_{BCB_1C_1} = 30 - \frac{140}{13} = \frac{250}{13}$$

С другой стороны, можно найти площадь этого же четырёхугольника по формуле

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \varphi}{2}$$

Откуда можно выразить синус угла между диагоналями  $\sin \varphi = \frac{2S}{d_1 \cdot d_2}$ . Найдём длины диагоналей. Длину отрезка  $CC_1$  можно найти из прямоугольного равнобедренного треугольника:

$$CC_1 = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}.$$

Длину отрезка  $BB_1$  найдем из треугольника  $BB_1C$  с помощью теоремы косинусов, предварительно найдя значение косинуса угла  $C$  из треугольника  $ABC$ :

$$BB_1^2 = 5^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{5}{13} = 50 - \frac{250}{13} = \frac{400}{13}; \quad BB_1 = \frac{20}{\sqrt{13}}.$$

Подставляем полученные длины в выраженную формулу и получаем значение синуса искомого угла:

$$\sin \varphi = \frac{2S}{d_1 \cdot d_2} = \frac{2 \cdot 250 \cdot \sqrt{13}}{13 \cdot 5\sqrt{2} \cdot 20} = \frac{5}{\sqrt{26}}.$$

Косинус угла найдём с помощью основного тригонометрического тождества, зная, что речь идёт об остром угле:

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \frac{25}{26}} = \frac{1}{\sqrt{26}}.$$

Ответ:  $\frac{1}{\sqrt{26}}$ .

С одной стороны, этот способ уже доступен девятикласснику, с другой же, он сложен как самой идеей (здесь нужно не просто знать о методе площадей и формуле нахождения площади четырёхугольника через диагонали, но и этот четырёхугольник «увидеть»), так и её реализацией (здесь не самые простые вычисления).

Способ 3. Заметим, что треугольник  $ABC$  – прямоугольный, значит можно легко ввести прямоугольную систему координат, как показано на рис. 3.

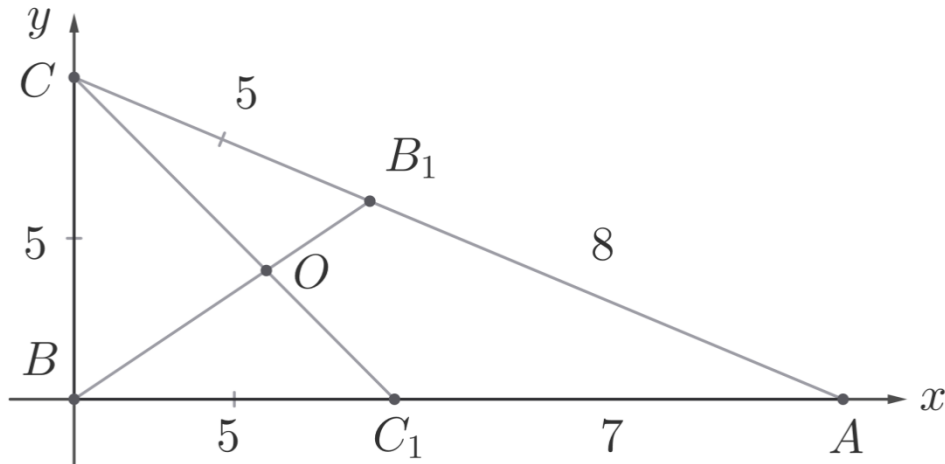


Рис. 3. Иллюстрация к третьему способу решения задачи

Найдём координаты всех точек:

$$B(0;0), A(12;0), C(0;5), C_1(5;0).$$

Так как точка  $B_1$  делит отрезок  $AC$  в отношении  $8:5$ , для вычисления координат этой точки можно воспользоваться формулами

$$x_{B_1} = \frac{5 \cdot 12 + 8 \cdot 0}{5 + 8} = \frac{60}{13}; \quad y_{B_1} = \frac{5 \cdot 0 + 8 \cdot 5}{5 + 8} = \frac{40}{13}.$$

Находим координаты векторов  $\overrightarrow{BB_1}$  и  $\overrightarrow{CC_1}$ :

$$\overrightarrow{BB_1} \left\{ \frac{60}{13}; \frac{40}{13} \right\}, \quad \overrightarrow{CC_1} \{5; -5\}.$$

Подставляем в формулу нахождения косинуса угла между векторами и получаем ответ:

$$\cos \varphi = \frac{\left| \frac{60}{13} \cdot 5 + \frac{40}{13} \cdot (-5) \right|}{|\overrightarrow{BB_1}| \cdot |\overrightarrow{CC_1}|} = \frac{\left| \frac{300}{13} - \frac{200}{13} \right|}{\frac{20\sqrt{13}}{13} \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{100}{13} : \frac{100\sqrt{26}}{13} = \frac{1}{\sqrt{26}}$$

Ответ:  $\frac{1}{\sqrt{26}}$ .

Заметим, что метод не требует, как сложных вычислений, так и сложных идей, положенных в основу решения задачи. Пожалуй, самой большой сложностью здесь может быть «догадка», что при решении задачи, в условии которой ни слова не было про векторы и координаты, этот координатный метод может быть применён.

Отметим момент, в котором моделирование задач в системе динамической геометрии может сыграть положительную роль – это ситуация, когда вроде бы ход решения задачи ясен, ответ получен, но при этом он отличается от контрольного ответа, данного в сборнике задач. Скорее всего, была допущена какая-то арифметическая ошибка, или в каком-то из этапов решения был допущен просчет, что повлияло на все дальнейшие вычисления. Пошаговое построение в системе динамической геометрии всех своих вычислений позволяет проверить правильность своих ходов и найти ошибку. Таким образом, мы относимся к своему решению не к бинарному «решено верно» и «решено неверно», а более градиентно. На этапе моделирования своего решения можно проверить не только арифметические выкладки, но и сделанные предположения о взаимном расположении элементов чертежа.

#### Заключение

Полученные в результате исследования данные и выводы о применении в области обучения математике цифровых средств обучения подтверждают практическую ценность и реализуемость разработанной методики обучения решению планиметрических задач методом координат с применением GeoGebra в реальных условиях образовательного процесса в нескольких аспектах:

- целевой компонент реализует направленность обучения математике на основе применения СДМ на повышение качества знаний по геометрии и личностное развитие обучающихся, обогащая их опыт наглядного моделирования и как следствие развитие критического и рефлексивного мышления;
- содержательный компонент насыщает систему дифференцированных задач (представленную крайне мало в учебниках геометрии) созданием и описанием опорных задач по школьной геометрии на основе координатного метода, охватывающих весь курс школьной геометрии с точки зрения применения СДГ в обучении решению геометрических задач и дополняет для обучающихся, интересующихся геометрией, задачи, превосходящие содержание обязательного школьного курса. Это позволяет учащимся расширить свои знания и углубить понимание применения координатного метода для геометрических концепций;
- организационный компонент расширяет возможности индивидуализации обучения в средней школе, данная методика имеет преимущество, потому что может использоваться как в школьном формате, так и во внешкольном, очном и дистанционном формате за счёт создания асинхронного массово открытого курса по обучению решению планиметрических задач координатным методом;
- технологический компонент обновляет методы обучения на всех этапах решения планиметрической задачи; выявлены и описаны приёмы постепенного обучения саморефлексии на основе применения систем динамической геометрии;
- контрольно-оценочный компонент отличается от традиционной проверки тем, что способствует развитию мотивации математической деятельности и переоценке ценности самообразования и саморазвития.

### Список литературы

- Абраменкова Ю.В., Карлина О.В. Особенности применения интерактивной геометрической среды geogebra при изучении геометрии в основной школе // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2020. № 51. С. 61-69. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-primeneniya-interaktivnoy-geometricheskoy-sredy-geogebra-pri-izuchenii-geometrii-v-osnovnoy-shkole>
- Аликин А.С., Иващенко Е.В. Использование информационных технологий в процессе изучения геометрии в школе // Прикладные вопросы точных наук: IV Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов, преподавателей. Армавир, 2020. С. 228-231. URL: [https://s.esrae.ru/pvtn/pdf/2020/4\(4\)/198.pdf](https://s.esrae.ru/pvtn/pdf/2020/4(4)/198.pdf)
- Бочкарёва Д.В., Майер В.Р. Об исследовательском подходе при обучении математике с использованием среды GeoGebra // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: Материалы VII Международной научной конференции. Красноярск, 2023. С. 729-732. URL: [https://disk.yandex.ru/i/PW\\_JYF1iksKklw](https://disk.yandex.ru/i/PW_JYF1iksKklw)
- Власов Д.А., Синчуков А.В. Модернизация методических систем преподавания математических дисциплин на основе GeoGebra // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2020. Т. 16. № 1. С. 187-197. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modernizatsiya-metodicheskikh-sistem-prepodavaniya-matematicheskikh-distiplin-na-osnove-geogebra>
- Гладышева Г.С. Интерактивная геометрическая среда GeoGebra и её использование на уроках геометрии // Поколение будущего: Взгляд молодых ученых-2022 сборник научных статей 11-й Международной молодежной научной конференции. Курск, 2022. Т. 2. С. 284-287. URL: <https://disk.yandex.ru/i/FQFYGaAHuyxUaA>
- Гупенко А.М., Прояева И.В. Специфика использования метода координат при решении геометрических задач в школьном курсе // Математика, информатика, физика: проблемы и

- перспективы: Международная научно-практическая конференция, Сборник научных статей. Оренбург, 2024. С. 163. URL: <http://elib.osu.ru/bitstream/123456789/14905/1/%D0%A1%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA%202024.pdf#page=163>
- Гущина С.В. Обучение доказательству теорем с использованием программы GeoGebra при изучении курса геометрии в основной школе // Современные проблемы математики, физики и физико-математического образования: Сборник материалов X Международной научно-практической конференции. Москва, 2020. С. 20-22. URL: [https://disk.yandex.ru/i/DJX\\_Yp-1Ulf3jw](https://disk.yandex.ru/i/DJX_Yp-1Ulf3jw)
- Данилкова Е.Р. Методические аспекты применения динамической среды GeoGebra на уроках геометрии старшей школе // Современное общее образование: проблемы, инновации, перспективы: Материалы международной научно-практической конференции. Орел, 2022. С. 546-549. URL: <https://disk.yandex.ru/d/V054D8DUa5AHg>
- Егорова Д.В., Кожевникова Л.М. Преподавание геометрии в старших классах с применением пакета GeoGebra // ModernScience. 2021. № 4-3. С. 363-366. URL: <https://disk.yandex.ru/i/Kcr9xARrXQ6UbQ>
- Кашицына Ю.Н. Методика обучения решения задач с параметрами с использованием программы «GeoGebra» // Мир науки, культуры, образования. 2020. № 1 (80). С. 249-255. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-obucheniya-resheniya-zadach-s-parametrami-s-ispolzovaniem-programmy-geogebra>
- Кириллова Д.А. Применение среды GeoGebra при изучении темы "уравнение окружности" как способ перехода к решению задач с параметром // Наука и школа. 2022. № 2. С. 152-160. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-sredy-geogebra-pri-izuchenii-temy-uravnenie-okruzhnosti-kak-sposob-perehoda-k-resheniyu-zadach-s-parametrom>
- Лукияничкова Ю.Э., Эверстова В.Н. Программа "живая геометрия" как средство развития пространственного мышления учащихся на уроках геометрии // Евразийское Научное Объединение. 2019. № 3-5. С. 312-314. URL: <https://disk.yandex.ru/i/S3BJE3d3FPQMia>
- Люблинская И.Е., Рыжик В.И. Исследовательские и проектные задания по планиметрии с использованием среды «GeoGebraClassic». Пособие для учителей и учащихся 7-9 классов. Санкт-Петербург: СМИО Пресс, 2020. URL: [https://www.mathedu.ru/text/lyublinskaya\\_ryzhik\\_issledovatel'skie\\_i\\_proektnye\\_zadaniya\\_s\\_geogebra\\_2020/p0/](https://www.mathedu.ru/text/lyublinskaya_ryzhik_issledovatel'skie_i_proektnye_zadaniya_s_geogebra_2020/p0/)
- Малышева М.М., Эверстова В.Н. Методические рекомендации по применению кроссплатформенной программы GeoGebra при обучении решению задач на построение сечений многогранника // Преподавание предметов физико-математического цикла в современной школе: Материалы Всероссийской студенческой научно-практической конференции с международным участием. Ульяновск, 2021. С. 65-69. URL: <https://disk.yandex.ru/i/6GwekYTtuiZ2UA>
- Математика. Подготовка к ЕГЭ-2024. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2024 года: учебно-методическое пособие / под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. – Ростов н/Д: Легион, 2023 - 368 с.
- Мозговая М.А. Структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения уроков геометрии по решению задач с использованием GeoGebra // Проблемы современного педагогического образования. 2023. № 79-2. С. 274-276. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/strukturno-funktsionalnaya-model-kompyuternogo-soprovozhdeniya-urokov-geometrii-po-resheniyu-zadach-s-ispolzovaniem-geogebra>
- Мумряева С.М., Кормилицина Т.В., Фролова М.А. Использование облачных технологий для формирования навыков исследовательской деятельности учащихся общеобразовательных организаций // Учебный эксперимент в образовании. 2019. № 3. С. 72-81. URL: <https://disk.yandex.ru/i/k1HlvskGfsre5Q>
- Мухаметьярова А.Р. Применение среды GeoGebra при решении стереометрических задач векторно-координатным методом // Математическое и информационное моделирование:

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ  
В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

---

- материалы Всероссийской конференции молодых ученых. Вып. 17. Тюмень, 2019. С. 366-374. URL: [https://elib.utmn.ru/jspui/bitstream/ru-tsu/3463/1/Mukhamet % 20jarova\\_1034\\_2019.pdf](https://elib.utmn.ru/jspui/bitstream/ru-tsu/3463/1/Mukhamet%20jarova_1034_2019.pdf)
- Павлова М.А. Исследовательское обучение математике учащихся основной школы во внеурочное время с использованием систем динамической геометрии: дис. ... канд. пед. наук. Елец, 2018.
- Петухова В., Платонова С. Использование математического пакета GeoGebra при решении задач с параметрами // Перспективы цифровой трансформации образования: Материалы Национальной научно-практической конференции. Рязань, 2024. С. 45-47.
- Подаева Н.Г., Подаев М.В., Агафонов П.А. Формирование понятий в процессе обучения геометрии школьников в электронной образовательной среде // Концепт. 2019. № 6. С. 2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-ponyatii-v-protssesse-obucheniya-geometrii-shkolnikov-v-elektronnoi-obrazovatelnoi-srede>
- Родионов М.А., Акимова И.В., Баландин И.А. Содержательно-методические особенности использования ИТ-технологий при изучении геометрии в профильной школе (на примере профильного элективного курса "Геометрия на компьютере") // Школьные технологии. 2019. № 1. С. 87-97. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/soderzhatelno-metodicheskie-osobennosti-ispolzovaniya-it-tehnologiy-pri-izuchenii-geometrii-v-profilnoy-shkole-na-primere-profilnogo>
- Санникова Г.И. Применение метода координат при решении задач // Старт в науке. 2020. № 6. С. 1-19. URL: <https://s.science-start.ru/pdf/2020/6/1972.pdf>
- Суходолова Е.В. Цифровые образовательные технологии и ресурсы в обучении геометрии на примере применения динамической среды GeoGebra // Самарский научный вестник. 2022. Т. 11. № 3. С. 323-326. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tsifrovye-obrazovatelnye-tehnologii-i-resursy-v-obuchanii-geometrii-na-primere-primeneniya-dinamicheskoy-sredy-geogebra>
- Сырицына В. Н., Кадеева О. Е. Метод координат для решения задач элементарной геометрии (планиметрия): учебно-методическое пособие. Владивосток: Дальневосточный федеральный университет, 2020. 32 с. URL: [http://uss.dvfu.ru/e-publications/2020/metod\\_koord\\_dlya\\_resheniya\\_zadach\\_elem\\_geometrii\\_2020.pdf](http://uss.dvfu.ru/e-publications/2020/metod_koord_dlya_resheniya_zadach_elem_geometrii_2020.pdf)
- Сюткина С.М. Применение аналитической геометрии к решению планиметрических задач. // Новости образования: исследование в XXI веке. 2022. Т. 1. № 1. С. 322-332. URL: <https://nauchniyimpuls.ru/index.php/noiv/article/download/165/149>
- Умарова Н.Р., Умарова Н.А. Преподавание математики с использованием современных технологий // Наука и образование сегодня. 2020. № 6-2 (53). С. 5-6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/prepodavanie-matematiki-s-ispolzovaniem-sovremennyh-tehnologiy>
- Усмонов Б., Ассоева Н. Решение геометрических задач с помощью координатного метода // Interpretationandresearches. 2023. Т. 1. № 4. С. 138-141. URL: <https://interpretationandresearches.uz/index.php/iar/article/view/63/123>
- Фирстова Н.И. Обучение координатному методу в курсе алгебры и геометрии 8-9 классов // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе: материалы международной научно-практической интернет-конференции. Москва, 2021. С. 466-473. URL: <https://disk.yandex.ru/i/QupnQSm0tYYpg>
- Черемисина М.И., Суходолова Е.В. Использование возможностей динамической среды GeoGebra в условиях дистанционного обучения математике // Грани познания. 2021. № 1(72). С. 36-41. URL: <http://grani.vspu.ru/files/publics/1615014835.pdf>
- Шарафеева Л.Р., Туманова А.А. Использование мобильного приложения Geogebra при решении задач школьной геометрии // Вопросы педагогики. 2022. № 5-2. С. 388-391. URL: [https://disk.yandex.ru/d/cds\\_TLCtqTh3Rg](https://disk.yandex.ru/d/cds_TLCtqTh3Rg)
- Шарко В.Е. Дидактические возможности интерактивной геометрической среды GeoGebra при обучении стереометрии // Будущее науки-2020: Сборник научных статей 8-й Междуна-

родной молодежной научной конференции. В 5-ти томах. Курск, 2020. С. 111-114. URL: <https://disk.yandex.ru/i/w8iPJStuojthg>

Ширикова Т.С. Методика обучения учащихся основной школы доказательству теорем при изучении геометрии с использованием GeoGebra: дис. канд. пед. наук. Ярославль, 2014.

Шовгеня Е.А., Жмурова И.Ю. Цифровые инструменты учителя математики // Современные проблемы и технологии инновационного развития образования: Материалы III Международной студенческой научно-практической конференции. Чебоксары, 2023. С. 86-90. URL: [https://phsreda.com/ru/article/106071/discussion\\_platform](https://phsreda.com/ru/article/106071/discussion_platform)

## METHOD OF TEACHING SOLVING PLANIMETRIC PROBLEMS BY THE METHOD OF COORDINATES USING GEOGEBRA

<b>Sanina E. I.</b> Dr. Sci. (Pedagogy), professor esanmet@yandex.ru Moscow	Russian Customs Academy
<b>Polyakov I. V.</b> il76tsure@yandex.ru Armavir	Armavir State Pedagogical University

**Abstract.** The traditional system of teaching mathematics is currently undergoing changes. On the one hand, the changes are due to objective circumstances, such as the digitalization of society and its impact on educational processes, on the other hand, the requirements for the training of school graduates, which include, according to the Federal State Educational Standard of Basic and Secondary Education, subject training and personal development of students. In the scientific literature, both positive and negative effects of digital educational tools are noted. The problems of teaching geometry and the use of dynamic mathematics systems in solving geometric problems are especially discussed. In the theory and methods of teaching mathematics, issues related to teaching basic school students to solve planimetric problems with the support of GeoGebra have not been sufficiently studied. The purpose of this article is to develop a methodology for teaching planimetric problems using the coordinate method using GeoGebra software. The coordinate method in teaching planimetric problems was not chosen by chance. The analysis of the results of teaching geometry in basic school showed that it is when studying this method that students have many problems and teachers rarely use the coordinate method in solving planimetric problems. The methodology for teaching students of basic school to solve planimetric problems using the coordinate method with the use of GeoGebra is a system of interconnected components, the integrity of which determines the achievement of the final result. A special feature of the methodology is the visual modeling of the drawing construct based on the use of GeoGebra.

**Keywords:** teaching geometry, students of basic school, coordinate method, problem solving teaching methods, digital teaching aids, GeoGebra

## References

- Abramenkova, Yu. V., Karlina, O. V. (2020). Features of the application of the interactive geometric environment geogebra in the study of geometry in basic school Didactics of Mathematics: Problems and Research, 51, 61-69. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-primeneniya-interaktivnoy-geometricheskoy-sredy-geogebra-pri-izuchenii-geometrii-v-osnovnoy-shkole> (In Russ.)
- Alikin, A. S., Ivaschenko, E. V. (2020). Use of information technologies in the process of studying geometry at school Applied issues of exact sciences: IV International scientific and practical conference of students, graduate students, teachers. Armavir, 228-231. URL: [https://s.esrae.ru/pvtn/pdf/2020/4\(4\)/198.pdf](https://s.esrae.ru/pvtn/pdf/2020/4(4)/198.pdf) (In Russ.)
- Bochkareva, D. V., Mayer, V. R. (2023). On the research approach to teaching mathematics using the GeoGebra environment. Informatization of education and methods of e-learning: digital technologies in education: Proceedings of the VII International Scientific Conference. Krasnoyarsk, 729-732. URL: [https://disk.yandex.ru/i/PW\\_JYF1iksKklw](https://disk.yandex.ru/i/PW_JYF1iksKklw) (In Russ.)
- Vlasov, D. A., Sinchukov, A. V. (2020). Modernization of methodological systems for teaching mathematical disciplines based on GeoGebra. Modern information technologies and IT education, 16(1), 187-197. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modernizatsiya-metodicheskikh-sistem-prepodavaniya-matematicheskikh-distiplin-na-osnove-geogebra> (In Russ.)
- Gladysheva, G. S. (2022). Interactive geometric environment GeoGebra and its use in geometry lessons. Generation of the Future: The View of Young Scientists-2022 collection of scientific articles of the 11th International Youth Scientific Conference. Kursk, Vol. 2, 284-287. URL: <https://disk.yandex.ru/i/FQFYGaAHuyxUaA> (In Russ.)
- Gupenko, A. M., Proyaeva, I. V. (2024). Specifics of using the coordinate method in solving geometric problems in the school course. Mathematics, computer science, physics: problems and prospects: International scientific and practical conference, Collection of scientific articles, Orenburg, 163. URL: <http://elib.osu.ru/bitstream/123456789/14905/1/%D0%A1%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA%202024.pdf#page=163> (In Russ.)
- Gushchina, S. V. (2020). Teaching theorem proof using the GeoGebra program when studying a geometry course in basic school. Modern problems of mathematics, physics and physics and mathematics education: collection of materials of the X International scientific and practical conference, Moscow, 20-22. URL: [https://disk.yandex.ru/i/DJX\\_Yp-1Ulf3jw](https://disk.yandex.ru/i/DJX_Yp-1Ulf3jw) (In Russ.)
- Danilkova, E. R. (2022). Methodological aspects of using the dynamic environment GeoGebra in geometry lessons in high school. Modern general education: problems, innovations, prospects: Proceedings of the international scientific and practical conference, Orel, 546-549. URL: <https://disk.yandex.ru/d/V054D8DUnA5AHg> (In Russ.)
- Egorova, D. V., Kozhevnikova L. M. (2021). Teaching geometry in high school using the GeoGebra package. Modern Science, 4-3, 363-366. URL: <https://disk.yandex.ru/i/Kcr9xARrXQ6UbQ> (In Russ.)
- Kashitsyna, Yu. N. (2020). Methodology for teaching solving problems with parameters using the GeoGebra program. World of science, culture, education, 1(80), 249-255. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-obucheniya-resheniya-zadach-s-parametrami-s-ispolzovaniem-programmy-geogebra> (In Russ.)
- Kirillova, D. A. (2022). Application of the GeoGebra environment in studying the topic "circle equation" as a way to move to solving problems with a parameter. Science and School, 2, 152-160. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primeneniye-sredy-geogebra-pri-izuchenii-temy-uravneniye-okruzhnosti-kak-sposob-perehoda-k-resheniyu-zadach-s-parametrom> (In Russ.)
- Luk'yanchikova, Yu. E., Everstova, V. N. (2019). The "living geometry" program as a means of developing students' spatial thinking in geometry lessons. Eurasian Scientific Association, 3-5, 312-314. URL: <https://disk.yandex.ru/i/S3BJE3d3FPQMIA> (In Russ.)

- Lyublinskaya, I. E., Ryzhik, V. I. (2020). Research and project tasks on planimetry using the GeoGebra Classic environment. A manual for teachers and students of grades 7-9. St. Petersburg: SMIO Press, 208 URL: [https://www.mathedu.ru/text/lyublinskaya\\_ryzhik\\_issledovatel'skie\\_i\\_proektnye\\_zadaniya\\_s\\_geogebra\\_2020/p0/](https://www.mathedu.ru/text/lyublinskaya_ryzhik_issledovatel'skie_i_proektnye_zadaniya_s_geogebra_2020/p0/) (In Russ.)
- Malysheva, M. M., Everstova, V. N. (2021). Methodical recommendations for the use of the cross-platform GeoGebra program in teaching solving problems on constructing sections of a polyhedron. Teaching subjects of the physics and mathematics cycle in a modern school: Proceedings of the All-Russian student scientific and practical conference with international participation, Ulyanovsk, 65-69. URL: <https://disk.yandex.ru/i/6GwekYTtuiZ2UA>
- Mathematics. Preparation for the Unified State Exam-2024. Profile level. 40 training options for the 2024 demo version. (2023). Edited by F. F. Lysenko, S. Yu. Kalabuhova. Rostov on Don, 368. (In Russ.)
- Mozgovaya, M. A. (2023). Structural and functional model of computer support for geometry lessons on solving problems using GeoGebra. Problems of modern pedagogical education, 79-2, 274-276. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/strukturno-funktsionalnaya-model-kompyuternogo-soprovozhdeniya-urokov-geometrii-po-resheniyu-zadach-s-ispolzovaniem-geogebra> (In Russ.)
- Mumryaeva, S. M., Kormilitsyna, T. V., Frolova M. A. (2019). Using cloud technologies to develop research skills in students of general education organizations. Educational experiment in education, 3, 72-81. URL: <https://disk.yandex.ru/i/k1HlvskGfsre5Q> (In Russ.)
- Mukhametyarova, A. R. (2019). Using the GeoGebra environment in solving stereometric problems using the vector-coordinate method. Mathematical and information modeling: materials of the All-Russian conference of young scientists. Issue 17. Tyumen, 366-374. URL: [https://elib.utmn.ru/jspui/bitstream/ru-tsu/3463/1/Mukhamet%27jarova\\_1034\\_2019.pdf](https://elib.utmn.ru/jspui/bitstream/ru-tsu/3463/1/Mukhamet%27jarova_1034_2019.pdf) (In Russ.)
- Pavlova, M.A. (2018). Research-based teaching of mathematics to secondary school students during extracurricular hours using dynamic geometry systems: dissertation. Yelets. (In Russ.)
- Petukhova, V., Platonova, S. (2024). Using the GeoGebra mathematical package in solving problems with parameters. Prospects for the digital transformation of education: Proceedings of the National Scientific and Practical Conference, Ryazan, 45-47. (In Russ.)
- Podayeva, N.G., Podayev, M.V., Agafonov, P.A. (2019). Formation of concepts in the process of teaching geometry to schoolchildren in an electronic educational environment. Concept, 6.2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-ponyatii-v-protse-geometrii-shkolnikov-v-elektronnoi-obrazovatelnoi-srede> (In Russ.)
- Rodionov, M. A., Akimova, I. V., Balandin, I. A. (2019). Substantive and methodological features of using IT technologies in studying geometry in a specialized school (using the specialized elective course "Geometry on Computer" as an example). School technologies, 1, 87-97. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/soderzhatelno-metodicheskie-osobennosti-ispolzovaniya-it-tehnologiy-pri-izuchenii-geometrii-v-profilnoy-shkole-na-primere-profilnogo> (In Russ.)
- Sannikova, G. I. (2020). Application of the coordinate method in solving problems. Start in science, 6, 1-19. URL: <https://s.science-start.ru/pdf/2020/6/1972.pdf> (In Russ.)
- Sukhodolova, E. V. (2022). Digital educational technologies and resources in teaching geometry on the example of using the dynamic environment GeoGebra. Samara Scientific Bulletin, 11(3), 323-326. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tsifrovye-obrazovatelnye-tehnologii-i-resursy-v-obuchenii-geometrii-na-primere-primeneniya-dinamicheskoy-sredy-geogebra> (In Russ.)
- Syritysina, V. N., Kadeeva, O. E. (2020). The coordinate method for solving problems of elementary geometry (planimetry): a teaching aid. Vladivostok: Far Eastern Federal University. 32. URL: [http://uss.dvfu.ru/e-publications/2020/metod\\_koord\\_dlya\\_resheniya\\_zadach\\_elem\\_geometrii\\_2020.pdf](http://uss.dvfu.ru/e-publications/2020/metod_koord_dlya_resheniya_zadach_elem_geometrii_2020.pdf) (In Russ.)

- Syutkina, S. M. (2022). Application of analytical geometry to solving planimetric problems. *Education news: research in the 21st century*, 1(1), 322-332. URL: <https://nauchniyimpuls.ru/index.php/noiv/article/download/165/149> (In Russ.)
- Umarova, N. R., Umarova, N. A. (2020). Teaching Mathematics Using Modern Technologies. *Science and Education Today*, 6-2(53), 5-6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/prepodavanie-matematiki-s-ispolzovaniem-sovremennyh-tehnologiy> (In Russ.)
- Usmonov, B., Assoeva, N. (2023). Solving Geometric Problems Using the Coordinate Method. *Interpretationandresearches*, 1(4), 138-141. URL: <https://interpretationandresearches.uz/index.php/iar/article/view/63/123> (In Russ.)
- Firstova, N. I. (2021). Teaching the coordinate method in the course of algebra and geometry for grades 8-9. Actual problems of teaching methods of computer science and mathematics in a modern school: materials of the international scientific and practical Internet conference. Moscow, 466-473. URL: <https://disk.yandex.ru/i/QupnQSm02tYYpg> (In Russ.)
- Cheremisina, M. I., Sukhodolova, E. V. (2021). Using the capabilities of the dynamic environment GeoGebra in the context of distance learning of mathematics. *Facets of knowledge*, 1 (72). URL: <http://grani.vspu.ru/files/publics/1615014835.pdf> (In Russ.)
- Sharafieva, L. R., Tumanova, A. A. (2022). Using the Geogebra mobile application to solve school geometry problems. *Issues of pedagogy*, 5-2, 388-391. URL: [https://disk.yandex.ru/d/cds\\_TLCtqTh3Rg](https://disk.yandex.ru/d/cds_TLCtqTh3Rg) (In Russ.)
- Sharko, V. E. (2020). Didactic capabilities of the interactive geometric environment GeoGebra in teaching stereometry. *The Future of Science-2020: Collection of scientific articles of the 8th International Youth Scientific Conference*. In 5 volumes. Kursk, 111-114. URL: <https://disk.yandex.ru/i/w8iIPJctuojthg> (In Russ.)
- Shirikova, T.S. (2014). *Methods of teaching basic school students to prove theorems when studying geometry using GeoGebra: diss. ... cand. ped. sciences*. Yaroslavl. (In Russ.)
- Shovgenya, E. A., Zhmurova, I. Yu. (2023). Digital tools for a mathematics teacher. *Modern problems and technologies of innovative development of education: Proceedings of the III International Student Scientific and Practical Conference*. Cheboksary, 86-90. URL: [https://phsreda.com/ru/article/106071/discussion\\_platform](https://phsreda.com/ru/article/106071/discussion_platform) (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 13.02.2025  
Принята к публикации 10.03.2025