

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-60-72

УДК  
378.147

**РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКТА ПРОФЕССИОНАЛЬНО  
ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ К  
ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ У СТУДЕНТОВ ИНЖЕНЕРНЫХ  
СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

**Базилевский Михаил Павлович**  
к.т.н., доцент  
mik2178@yandex.ru  
г. Иркутск

Иркутский государственный университет  
путей сообщения

**Аннотация.** Статья посвящена решению проблемы низкой мотивации к изучению математики у студентов в железнодорожном университете. Для этого предлагается использовать междисциплинарный подход к обучению будущих инженеров, заинтересовывать их конкретными примерами применения математического аппарата при решении профессионально ориентированных задач. Возникает необходимость, связанная с формированием соответствующего комплекта задач. Такие задачи, во-первых, должны предусматривать междисциплинарность, для чего может быть применена методология математического моделирования. Во-вторых, желательно, чтобы комплект содержал хотя бы одну задачу по всем основным разделам дисциплины «Математика» для каждой специальности. В-третьих, эти задачи должны обладать невысоким уровнем сложности. Цель статьи состоит в разработке теоретически обоснованного комплекта профессионально-ориентированных задач, направленного на повышение мотивации и формирование прикладных математических компетенций у студентов инженерных специальностей железнодорожного вуза. Включенные в комплект задачи иллюстрируют важность при изучении математики таких разделов, как «Матрицы» и «Системы линейных алгебраических уравнений». Для специальности «Подвижной состав железных дорог» рассмотрена задача о расчёте перераспределения нагрузок между осями локомотива в режиме тяги, для специальности «Эксплуатация железных дорог» – задача о восстановлении плана грузовых перевозок. Для специальности «Системы обеспечения движения поездов» рассмотрена задача о расчёте линейной электрической цепи постоянного тока, для специальности «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей» – задача о расчёте перемещений в узлах двухступенчатого стержня методом конечных элементов. Во всех задачах роль математической модели играет небольшая система линейных алгебраических уравнений, решение которой можно легко найти вручную. Обоснована важность решения каждой задачи в будущей инженерной деятельности. Применение методологии математического моделирования в каждой задаче позволило обосновать связь дисциплины «Математика» с другими дисциплинами.

**Ключевые слова:** инженерное образование, математика, математическое моделирование, система линейных алгебраических уравнений, междисциплинарный подход, мотивация, профессионально-ориентированная задача

## Введение

В настоящее время в России особое внимание уделяется вопросу организации системы инженерного образования, что обусловлено появлением большого числа разного рода технологических решений в современном мире. «Для овладения новыми технологиями и внедрением их в общество для эффективного использования необходимо увеличение количества профессиональных нестандартно мыслящих специалистов инженерной отрасли» (Чупахина, Деревя, 2021, 12). Дисциплина «Математика» является фундаментальной в инженерном образовании и играет ключевую, если не определяющую, роль в подготовке будущих инженеров, в частности, инженеров путей сообщения. Её изучение необходимо для развития аналитического мышления, решения сложных технических задач и моделирования реальных процессов.

В современных условиях существует множество проблем преподавания математики в инженерных высших учебных заведениях. Данная статья посвящена *проблеме* мотивации обучающихся к учебной деятельности. В работе В.Ю. Белашова отмечается, что почти повсеместно сложилась такая практика организации учебного процесса, при которой математика практически всегда изучается как «чистая математика», зачастую плохо соотносимая с реальными задачами инженерной практики, что необходимо в создании заинтересованности и мотивации обучающихся. В.Ю. Белашов констатирует, что «преподавать математику надо всемерно заинтересовывая обучающихся конкретными примерами применения математического аппарата к решению практических задач, относящихся к их будущей специальности», с чем нельзя не согласиться. «Поэтому преподаватель математики должен сам быть в необходимой степени компетентен в предметной области, к которой относится направление подготовки тех, кого он обучает. С другой стороны, при изучении специальных дисциплин преподаватели, ведущие эти занятия, должны обладать необходимыми компетенциями в области математического аппарата, используемого ими в соответствующих выкладках» (Белашов, 2016, 2).

Не обходит стороной проблема мотивации студентов и Иркутский государственный университет путей сообщения (ИрГУПС), в котором обучаются будущие инженеры по специальностям 23.05.03 «Подвижной состав железных дорог» (ПСЖ), 23.05.04 «Эксплуатация железных дорог» (ЭЖД), 23.05.05 «Системы обеспечения движения поездов» (СОД) и 23.05.06 «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей» (СЖД). Одна из причин низкой мотивации – изолированность дисциплин в мышлении студентов. Например, делая замечания касаясь орфографических ошибок в работах студентов, автору нередко приходилось слышать возмущение «у нас же математика, а не русский язык». Тем самым, многие студенты воспринимают каждую дисциплину как отдельный «мир», не связанный с другими. А это существенно снижает эффективность обучения.

Для решения этих проблем может быть применён междисциплинарный подход к обучению будущих инженеров математике. Суть этого подхода состоит в том, чтобы изучать математические методы не изолированно, а в контексте их применения в других научных и практических областях. Средством реализации междисциплинарного подхода служит математическое моделирование. Так, например, в статье (Моисеева, Полякова, 2022) анализируется значимость междисциплинарного подхода к современной подготовке будущих инженеров и обосновывается интеграция дисциплин «Информатика» и «Математика» посредством информационно-математического моделирования. В работе (Мателенок, Вакульчик, 2022) для реализации междисциплинарной интеграции в обучении математике на технических специальностях предложен способ объединения отдельных дисциплин в интегрированный модуль «Моделирование» с использованием учебно-методического комплекса нового поколения. В статье (Собашко, Катержина, Бабенко, 2019) для повышения мотивации и выделения взаимосвязей с другими дисциплинами студентам естественно-научных направлений предлагается разработать свой собственный задачник. В

работе (Богатова, 2019) для повышения мотивации студентов, обучающихся на технических направлениях, предлагается использовать математические модели из экономики.

Студенты инженерных специальностей ИрГУПС изучают дисциплину «Математика» на первом и втором курсах и дисциплину «Математическое моделирование систем и процессов» – на третьем курсе. К третьему курсу у большинства студентов уже есть понимание важности математики в их будущей профессиональной деятельности. Но на первом курсе дела обстоят иначе. Первый семестр традиционно начинается с изучения разделов «Матрицы» и «Системы линейных алгебраических уравнений». В процессе поиска определителей, вычисления обратных матриц, решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) у нетерпеливых студентов возникает совершенно справедливый вопрос «а зачем нам это нужно в нашей профессии?». И от ответа преподавателя на этот вопрос существенным образом зависит будущая мотивация студентов к изучению математики. Поэтому при чтении лекций по математическим методам полезно включать в их план разбор конкретных профессионально ориентированных задач (Забавская, 2019). Причём учитывать не просто железнодорожную специфику, но и конкретную специальность студентов. Это позволит пробудить интерес к изучению математики и позитивно повлияет на развитие междисциплинарного мышления будущих инженеров.

*Цель* данной работы состоит в разработке теоретически обоснованного комплекта профессионально-ориентированных задач, направленного на повышение мотивации и формирование прикладных математических компетенций у студентов инженерных специальностей железнодорожного вуза.

Задачи в этом комплекте должны удовлетворять следующим требованиям. Во-первых, они должны предусматривать междисциплинарность, для чего можно воспользоваться методологией математического моделирования. Во-вторых, представленные в комплекте задачи должны обосновывать целесообразность изучения всех основных разделов дисциплины «Математика» для каждой специальности. В-третьих, эти задачи должны иметь невысокий уровень сложности. На данный момент в комплект вошли задачи, иллюстрирующие важность изучения таких разделов математики, как «Матрицы» и «Системы линейных алгебраических уравнений».

#### **Методология исследования**

Для каждой инженерной специальности (ПСЖ, ЭЖД, СОД и СЖД) разработать или найти, с обязательным указанием источника, профильную задачу математического моделирования. Причем математическая модель должна представлять собой легко решаемую вручную систему линейных алгебраических уравнений. Используя методологию математического моделирования, кратко описать процесс построения математической модели. Обосновать значимость рассмотренных задач в инженерной практике по каждой специальности. Доказать связь дисциплины «Математика» с другими общеобразовательными и специальными дисциплинами.

#### **Результаты**

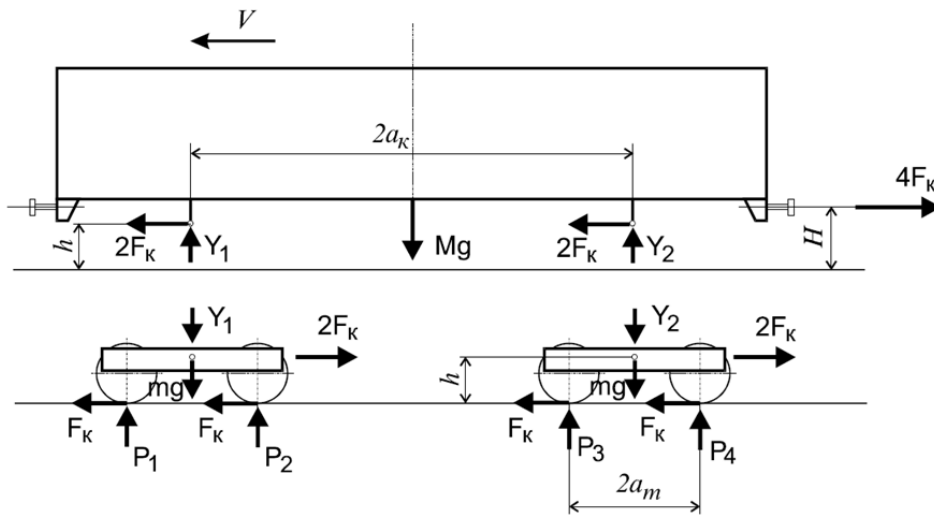
***Задача для специальности ПСЖ (о расчёте перераспределения нагрузок между осями локомотива в режиме тяги)***

Задача взята из учебного пособия «Применение пакета MATHCAD при расчёте механической части локомотивов», предназначенного для студентов специальности «Электрический транспорт (железнодорожный транспорт)» (Волков, Матва, Рубан, Уразильдеев, 2000).

*Условие задачи.* Имеется локомотив с осевой формулой 2о-2о (типа ВЛ80). Определить значения нагрузок  $Y_1$  и  $Y_2$  от кузова на тележки, а также значения нагрузок  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  и  $P_4$  от колесных пар на рельсы в режиме тяги. Известно, что масса кузова  $M = 51,6$  тонн, масса тележки  $m = 20,1$  тонна, половина базы подвешивания кузова  $a_k = 5$  метров, половина базы тележки  $a_t = 1,5$  метров, высота оси автосцепки от уровня головок рельсов  $H = 1,2$  метра, высота от уровня головок рельсов до уровня передачи силы тяги в шкворневом устройстве  $h = 0,6$  метра, сила тяги  $F_k = 80$  кН, ускорение свободного падения  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>.

*Краткое решение задачи.*

Осевая формула 2o-2o означает, что кузов опирается на две двухосные тележки, не сцепленные между собой. На рис. 1 рассмотрена расчетная схема сил, действующих на локомотив в вертикальной продольной плоскости.



*Рис. 1. Расчётная схема сил*

Рис. 1 взят из книги (Волков, Матва, Рубан, Уразгильдеев, 2000).

В книге «Конструкция тягового подвижного состава и тяга поездов» (Фролов, Ветлугина, Козаков, 2016) объясняется, что «источником механической энергии для создания силы тяги на локомотиве являются тяговые электродвигатели (ТЭД), которые располагаются на тележках локомотива и, будучи подключенными к источнику электроэнергии, создают на валах своих якорей вращающие моменты. Последние через зубчатые передачи образуют на колесных парах вращающие моменты». В результате образуется сила тяги двигателя  $F_k$ , действующая на каждую колесную пару на уровне головок рельсов. Как отмечено в книге «Теория и конструкция локомотивов» (Михальченко, Кашников, Коссов, Симонов, 2006), реакция кузова  $2F_k$  действует на шкворень в противоположную сторону. Сила тяги локомотива приложена к автосцепке на высоте  $H$  и равна сопротивлению движения состава  $4F_k$ .

В режиме тяги локомотив находится в состоянии механического равновесия, поэтому выполняется условие равенства нулю суммы всех сил и условие равенства нулю суммы моментов действующих сил. Например, для кузова первое условие имеет вид

$$\vec{Y}_1 + \vec{Y}_2 + M \cdot \vec{g} = 0,$$

а второе условие

$$\vec{Y}_1 \cdot a_k + \vec{Y}_2 \cdot a_k + 4 \cdot \vec{F}_k \cdot (H - h) = 0.$$

Спроецировав векторы на ось  $Oy$ , перепишем первое уравнение в скалярной форме:

$$Y_1 + Y_2 - M \cdot g = 0.$$

Выбрав точкой опоры середину базы тележки на уровне шкворня и направление против часовой стрелки, перепишем второе уравнение в скалярной форме:

$$-Y_1 \cdot a_k + Y_2 \cdot a_k - 4 \cdot F_k \cdot (H - h) = 0.$$

Записав аналогичные условия для двух тележек, получим математическую модель задачи в виде следующей СЛАУ:

$$\begin{cases} Y_1 + Y_2 - M \cdot g = 0, \\ -Y_1 \cdot a_k + Y_2 \cdot a_k - 4 \cdot F_k \cdot (H - h) = 0, \\ P_1 + P_2 - Y_1 - m \cdot g = 0, \\ (-P_1 + P_2) \cdot a_T - 2 \cdot F_k \cdot h = 0, \\ P_3 + P_4 - Y_2 - m \cdot g = 0, \\ (-P_3 + P_4) \cdot a_T - 2 \cdot F_k \cdot h = 0. \end{cases}$$

Используя исходные данные, запишем эту СЛАУ в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,5 & 1,5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1,5 & 1,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 506,196 \\ 192 \\ 197,181 \\ 96 \\ 197,181 \\ 96 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что решить эту систему довольно просто вручную, сначала определив из первых двух уравнений значения  $Y_1$  и  $Y_2$ , а потом с их помощью из оставшихся четырёх уравнений значения нагрузок  $P_1, P_2, P_3$  и  $P_4$ .

*Ответ:*  $Y_1 = 233,9$  кН,  $Y_2 = 272,3$  кН,  $P_1 = 183,54$  кН,  $P_2 = 247,54$  кН,  $P_3 = 202,74$  кН,  $P_4 = 266,74$  кН.

*Значимость решенной задачи.* Ответим на вопрос «зачем нужно определять нагрузки от колесных пар на рельсы в режиме тяги?».

Как отмечено в книге (Волков, Матва, Рубан, Уразгильдеев, 2000), в состоянии покоя статическая нагрузка  $P$  от любой колесной пары локомотива на рельсы составляет

$$P = g \cdot \frac{M+2m}{4}.$$

В нашем случае  $P = 225,14$  кН.

В режиме тяги статические нагрузки перераспределяются – какие-то нагружаются, а какие-то разгружаются. В нашем случае максимально разгружена первая колесная пара передней тележки – с 225,14 кН до 183,54 кН. Для неё можно вычислить коэффициент сцепного веса:

$$\eta_{н} = \frac{P_1}{P} = \frac{183,54}{225,14} = 0,815.$$

В книге (Михальченко, Кашников, Коссов, Симонов, 2006) указано, что в требованиях ОАО РЖД к локомотивам коэффициент использования сцепного веса должен быть  $\eta_{н} \geq 0,92$ , иначе может возникнуть боксование (срыв сцепления колеса с рельсом). Последствия боксования – потеря силы тяги локомотива, повышенный износ бандажей колесных пар и пр. Поэтому расчёт нагрузки колесных пар локомотива на рельсы в режиме тяги – критически важная задача для обеспечения безопасной и эффективной эксплуатации железнодорожного транспорта.

*Связь с другими дисциплинами.* В результате решения данной задачи с использованием методологии математического моделирования установлена связь между дисциплинами «Математика», «Физика», «Теоретическая механика», «Теория тяги поездов» и «Теория и конструкция локомотивов».

**Задача для специальности ЭЖД (о восстановлении плана грузовых перевозок)**

Существует множество задач, связанных с перевозкой грузов по железной дороге и решаемых с помощью СЛАУ. Например, в работе (Архипова, Евдокимова, Рудина, 2020) для студентов направления «Технология транспортных процессов» рассмотрена задача о расчёте

необходимого числа вагонов для перевозки четырёх видов продукции. Далее представлена разработанная лично автором задача.

*Условие задачи.* Имеется 2 угольных месторождения – «Северное» и «Восточное», и 2 металлургических завода – «Уральский металлургический комбинат» и «Сибирская сталелитейная компания». Запасы угля на «Северном» месторождении за некоторый промежуток времени составляют 930 тонн, на «Восточном» – 470 тонн. Потребности в угле для «Уральского металлургического комбината» составляют 650 тонн, для «Сибирской сталелитейной компании» – 750 тонн. Стоимости перевозки 1 тонны угля от «Северного» месторождения до «Уральского металлургического комбината» и до «Сибирской сталелитейной компании» составляют 2400 и 3500 рублей соответственно. А стоимости перевозки 1 тонны угля до этих металлургических заводов от «Восточного» месторождения – 3200 и 3100 рублей. Железнодорожная компания осуществила перевозку угля от месторождений к заводам, полностью удовлетворив их потребности, причём общая стоимость перевозок составила 4100200 рублей. Определить, как были спланированы грузовые перевозки угля от месторождений до металлургических заводов. Является ли этот план оптимальным?

*Краткое решение задачи.*

Пусть  $x_{11}$  – объёмы перевозок угля от «Северного» месторождения до «Уральского металлургического комбината»,  $x_{12}$  – от «Северного» до «Сибирской сталелитейной компании»,  $x_{21}$  – от «Восточного» до «Уральского металлургического комбината»,  $x_{22}$  – от «Восточного» до «Сибирской сталелитейной компании».

Так как суммарные запасы месторождений равны суммарным потребностям металлургических заводов ( $930 + 470 = 650 + 750$ ), и эти потребности были полностью удовлетворены, то справедливы следующие соотношения для объёмов перевозок:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} = 930, \\ x_{21} + x_{22} = 470, \\ x_{11} + x_{21} = 650, \\ x_{12} + x_{22} = 750. \end{cases}$$

Эта система совместна и имеет бесчисленное множество решений.

Общая стоимость грузовых перевозок

$$2400x_{11} + 3500x_{12} + 3200x_{21} + 3100x_{22} = 4100200.$$

Заменим любое уравнение в системе, например, первое, стоимостным равенством. Тогда получим математическую модель задачи в виде СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 2400 & 3500 & 3200 & 3100 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4100200 \\ 470 \\ 650 \\ 750 \end{pmatrix}.$$

В результате решения этой СЛАУ восстановим реализованный план  $\Pi_1$  перевозок угля:  $x_{11} = 564$  тонны,  $x_{12} = 366$  тонн,  $x_{21} = 86$  тонн,  $x_{22} = 384$  тонны. В этом случае общая стоимость перевозок угля составила 4100200 рублей.

Возникает вопрос «существует ли другой план перевозок, требующий меньших финансовых затрат?». Для ответа на этот вопрос используем построенную математическую модель. Решим СЛАУ, снизив общую стоимость перевозок с 4100200 руб. до 4000000 руб. В результате сформируется следующий план  $\Pi_2$ :  $x_{11} = 647,5$  тонны,  $x_{12} = 282,5$  тонны,  $x_{21} = 2,5$  тонны,  $x_{22} = 467,5$  тонны. Это говорит о том, что действующий план  $\Pi_1$  не является оптимальным. При реализации плана  $\Pi_2$  можно было сэкономить 100200 руб. Но его оптимальность также не доказана.

Снизим общую стоимость перевозок ещё на 100000 руб. (до 3900000 руб.). Решив СЛАУ, получим следующий план  $\Pi_3$ :  $x_{11} = 730,833$  тонны,  $x_{12} = 199,167$  тонны,  $x_{21} = -80,833$  тонны,  $x_{22} = 550,833$  тонны. Как видно, такой план недостижим, поскольку объём перевозок от «Восточного» месторождения до «Уральского металлургического комбината» получился отрицательным.

*Ответ:*  $x_{11} = 564$  тонны,  $x_{12} = 366$  тонн,  $x_{21} = 86$  тонн,  $x_{22} = 384$  тонны, план перевозок не оптимален.

*Значимость решенной задачи.* Конечно же, рассмотренная задача больше подходит для реализации в учебном процессе. Студенты учатся по ней составлять и работать с математической моделью, усваивают понятие «оптимальный план перевозок». В практической же деятельности экспериментировать с моделью на оптимальность решения нет смысла, поскольку для этого существует специальный математический аппарат – линейное программирование (ЛП), который позволяет сразу найти оптимальное решение (Пашков, 2020). Для рассмотренной задачи оптимальный план:  $x_{11} = 650$  тонн,  $x_{12} = 280$  тонн,  $x_{21} = 0$  тонн,  $x_{22} = 470$  тонн. Стоимость его реализации составит 3997000 руб. Аппарат ЛП находит применение в управлении железнодорожным транспортом, оптимизации перевозок и ресурсов. Он позволяет ответить на вопросы «как распределить грузы между поездами так, чтобы минимизировать затраты или максимизировать прибыль», «как составить график движения поездов, чтобы минимизировать задержки и простои» и прочие. Например, в статье (Бочкарев, Нос, Гончаренко, 2024) рассмотрены динамические и стохастические задачи ЛП в логистике и управлении цепями поставок. Но для применения аппарата ЛП сначала нужно освоить технологию решения СЛАУ.

*Связь с другими дисциплинами.* В результате решения данной задачи с использованием методологии математического моделирования установлена связь между дисциплинами «Математика», «Транспортная логистика», «Экономика», «Моделирование цепей поставок».

**Задача для специальности СОД (о расчете линейной электрической цепи постоянного тока)**

Задача взята из учебного пособия «Методы расчета линейных электрических цепей» (Осипов, Борисов, 2012).

*Условие задачи.* Найти все токи в ветвях электрической цепи, представленной на рис. 2. Известно, что ЭДС источников питания  $E_1 = 36$  В,  $E_2 = 12$  В,  $E_3 = 9,6$  В,  $E_4 = 38,4$  В,  $E_5 = 6$  В, а сопротивления резисторов  $R_1 = 8$  Ом,  $R_2 = 8$  Ом,  $R_3 = 6$  Ом,  $R_4 = 6$  Ом,  $R_6 = 5$  Ом.

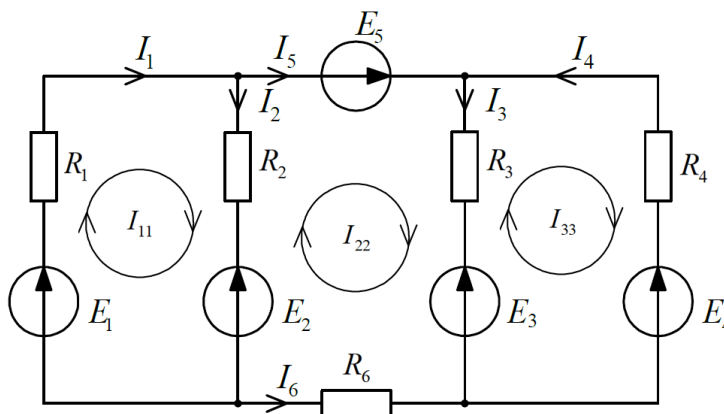


Рис. 2. Схема электрической цепи

*Краткое решение задачи.*

Решение этой задачи напрямую посредством применения законов Кирхгофа приведёт к составлению СЛАУ, содержащей 6 уравнений и 6 неизвестных. Поэтому воспользуемся

методом контурных токов, который предполагает решение этой задачи через СЛАУ меньшей размерности.

Схема цепи на рис. 2 имеет 3 независимых контура, в каждом из которых течёт свой контурный ток –  $I_{11}$ ,  $I_{22}$ ,  $I_{33}$ . Выберем направления обхода контуров по часовой стрелке. Для каждого из этих контуров составляется одно контурное уравнение, что приводит к математической модели разветвленной линейной цепи постоянного тока в виде СЛАУ:

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_2) - I_{22}R_2 = E_1 - E_2, \\ I_{22}(R_2 + R_3 + R_6) - I_{11}R_2 - I_{33}R_3 = E_5 + E_2 - E_3, \\ I_{33}(R_3 + R_4) - I_{22}R_3 = E_3 - E_4. \end{cases}$$

Используя исходные данные, запишем эту СЛАУ в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 16 & -8 & 0 \\ -8 & 19 & -6 \\ 0 & -6 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 8,4 \\ -28,8 \end{pmatrix}.$$

Решив эту СЛАУ, найдем контурные токи:  $I_{11} = 1,75$  А,  $I_{22} = 0,5$  А,  $I_{33} = -2,15$  А.

Пусть  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$ ,  $I_6$  – неизвестные токи в ветвях цепи. На рис. 2 их направления выбраны произвольным образом. Неизвестные токи в ветвях определяются как алгебраическая сумма контурных токов, протекающих в каждой ветви. Тогда  $I_1 = 1,75$  А,  $I_2 = I_{11} - I_{22} = 1,25$  А,  $I_3 = I_{22} - I_{33} = 2,65$  А,  $I_4 = 2,15$  А,  $I_5 = 0,5$  А,  $I_6 = -0,5$  А.

*Ответ:*  $I_1 = 1,75$  А,  $I_2 = 1,25$  А,  $I_3 = 2,65$  А,  $I_4 = 2,15$  А,  $I_5 = 0,5$  А,  $I_6 = -0,5$  А.

*Значимость решенной задачи.* Определять токи в электрической цепи необходимо по многим причинам. Во-первых, если ток превышает допустимую норму, то провода могут перегреться, что приведёт к повреждению изоляции или возгоранию. Во-вторых, многие компоненты цепи (резисторы, транзисторы, микросхемы) рассчитаны на определенный рабочий ток. Например, если в решенной задаче все резисторы рассчитаны на 2,5 А, то третий резистор, вероятнее всего, перегреется и сгорит, поскольку через него проходит ток 2,75 А. В-третьих, в мощных установках точный расчёт токов помогает снизить потери энергии и повысить КПД системы. Электрические локомотивы и электропоезда потребляют огромные токи, поэтому ошибки в расчётах могут привести к катастрофическим последствиям: от остановки движения до возгорания и поражения людей.

*Связь с другими дисциплинами.* В результате решения данной задачи с использованием методологии математического моделирования установлена связь между дисциплинами «Математика», «Физика» и «Электротехника».

**Задача для специальности СЖД (о расчёте перемещений в узлах двухступенчатого стержня)**

Задача взята из учебно-методического пособия «Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики» (Шимановский, Путято, 2008).

*Условие задачи.* Стержень, имеющий две ступени одинаковой длины  $l = 40$  см с площадью поперечного сечения  $A_1 = 12$  см<sup>2</sup> и  $A_2 = 6$  см<sup>2</sup> (рис. 3), жёстко заделан с левого торца. К его правому концу приложена растягивающая сила  $F = 30$  кН. Необходимо определить перемещения сечений, в которых располагаются узлы 1-3. Известно, что стержень изготовлен из стали с модулем продольной упругости (модулем Юнга)  $E = 200$  ГПа.

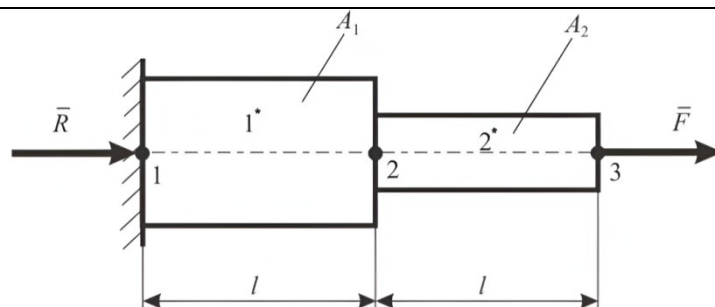


Рис. 3. Расчетная схема

*Краткое решение задачи.*

Обозначим неизвестные перемещения узлов  $u_1$ ,  $u_2$  и  $u_3$ .

Пусть к узлам 1 и 2 первого элемента стержня приложены силы  $\vec{f}_1$  и  $\vec{f}_2$ , а к узлам 2 и 3 второго элемента –  $\vec{f}_1^*$  и  $\vec{f}_2^*$ . Поскольку система на рис. 3 уравновешена (Каменев, 2019), то справедливы условия:

$$\begin{aligned} \vec{R} + \vec{f}_1 &= 0 \text{ для узла 1,} \\ \vec{f}_2 + \vec{f}_1^* &= 0 \text{ для узла 2,} \\ \vec{f}_2^* + \vec{F} &= 0 \text{ для узла 3.} \end{aligned}$$

где  $\vec{R}$  – вектор силы реакции опоры (заделки).

Для того чтобы элемент находился в равновесии, силы, действующие в его узлах, должны быть равны по величине и противоположны по направлению (Каменев, 2019). Спроецируем все векторы в направлении вектора  $\vec{F}$ . Применяя закон Гука, получим математическую модель задачи в виде СЛАУ:

$$\begin{cases} R + \frac{EA_1}{l}(u_2 - u_1) = 0, \\ \frac{EA_1}{l}(u_1 - u_2) + \frac{EA_2}{l}(u_3 - u_2) = 0, \\ \frac{EA_2}{l}(u_2 - u_3) + F = 0. \end{cases}$$

Поскольку узел 1 расположен в месте заделки, то  $u_1 = 0$ . Поэтому неизвестными в этой системе считаются переменные  $R$ ,  $u_2$  и  $u_3$ .

Используя исходные данные, запишем эту СЛАУ в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 1 & 60 & 0 \\ 0 & 90 & -30 \\ 0 & -30 & 30 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Решение этой СЛАУ:  $R = -30$  кН,  $u_2 = 0,05$  мм,  $u_3 = 0,15$  мм.

Ответ:  $u_1 = 0$  мм,  $u_2 = 0,05$  мм,  $u_3 = 0,15$  мм.

*Значимость решенной задачи.* Расчёт перемещений узлов методом конечных элементов – это основа для принятия инженерных решений, обеспечивающих безопасность и долговечность строительных конструкций. С помощью перемещений вычисляют напряжения в элементах конструкции. В решенной задаче напряжение в первом элементе  $\sigma_1 = E \frac{u_2 - u_1}{l} = 25$  МПа, во втором –  $\sigma_2 = E \frac{u_3 - u_2}{l} = 50$  МПа. Известно, что для низкоуглеродистой стали максимальное напряжение, которое материал выдерживает при растягивающих нагрузках перед разрушением, составляет 200 – 400 МПа. Это означает, что рассмотренный стержень спокойно выдержит приложенную силу  $F$ . Таким образом, без

точного расчета перемещений невозможно предсказать, где возникнут критические напряжения, ведущие к разрушению, например, железнодорожного моста или транспортного тоннеля.

*Связь с другими дисциплинами.* В результате решения данной задачи с использованием методологии математического моделирования установлена связь между дисциплинами «Математика», «Физика», «Прикладная механика» и «Сопротивление материалов».

### **Заключение**

В статье рассмотрены профессионально ориентированные задачи из разработанного комплекта для четырёх инженерных специальностей ИрГУПС: ПСЖ, ЭЖД, СОД и СЖД. С использованием методологии математического моделирования обоснована высокая значимость этих задач в инженерной практике по каждой специальности. Также доказана связь дисциплины «Математика» с другими общеобразовательными и специальными дисциплинами. Построенная в каждой задаче математическая модель представляет собой СЛАУ, что иллюстрирует важность при изучении математики таких разделов, как «Матрицы» и «Системы линейных алгебраических уравнений». Применение рассмотренных задач в учебном процессе призвано повысить мотивацию студентов к изучению математики.

Резюмируя, хотелось бы отметить следующее.

1. Каждая из четырёх рассмотренных математических моделей представляет собой довольно простую систему, решение которой можно найти вручную, например, методом Гаусса. В будущем эти математические модели можно усложнять, меняя структуру исследуемых объектов. Для решения сформированных в результате СЛАУ с большим числом уравнений и неизвестных целесообразно использовать компьютерные программы, например, табличный процессор Excel. Таким образом, возникает связь дисциплины «Математика» с дисциплиной «Информатика».

2. Рассмотренные в статье задачи проиллюстрированы в текстовом формате. Как показывает практика, для многих студентов сложные математические преобразования и графики легче воспринимаются в динамике, чем в статичном тексте. Поэтому один из возможных путей дальнейшего развития этого исследования состоит в разработке с использованием представленных задач соответствующих видеоматериалов.

3. Оригинальность данного исследования в том, что в нём фактически один раздел математики «Системы линейных алгебраических уравнений» связан с несколькими специальностями, хотя обычно комплекты задач принято формировать наоборот, связывая специальность со всеми разделами. Подача учебных материалов в предложенном разрезе позволяет студентам ознакомиться не только со своей узкой специализацией, но и с профессией железнодорожника в целом.

4. Представленные в разработанном комплекте задачи в будущем могут быть скорректированы с учётом современных технологий, что необходимо для того, чтобы обучение оставалось актуальным и практико ориентированным. Для этого могут быть привлечены специалисты в соответствующих предметных областях.

### **Список литературы**

- Архипова Н.А., Евдокимова Н.Н., Рудина Т.В. Применение профессионально направленных задач для студентов различных специальностей в процессе изучения математики // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Проблемы высшего образования. 2020. № 1. С. 26–29.
- Белашов В.Ю. Высшая математика в инженерной подготовке: перколяционная модель обучения // Вестник КГЭУ. 2016. Т. 2. С. 59–70. URL: <http://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/105829>
- Богатова С.В. О мотивации студентов к изучению раздела математики «Линейная алгебра» // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. 2019. № 7. С. 50–54.

- Бочкарев А.А., Нос В.А., Гончаренко Е.А. Динамические и стохастические задачи линейного программирования в логистике и управлении цепями поставок // Экономика, предпринимательство и право. 2024. Т. 14. № 4. С. 1123–1148. DOI: 10.18334/epp.14.4.120730
- Волков И.В., Матва А.М., Рубан В.Г., Уразгильдеев Р.Х. Применение пакета MATHCAD при расчете механической части локомотивов. Ростов-на-Дону: РГУПС, 2000.
- Забавская А.В. Сборник профессионально ориентированных задач и упражнений по математике (и использованием электронно-образовательных ресурсов). Минск: БНТУ, 2019.
- Каменев С.В. Основы метода конечных элементов в инженерных приложениях. Оренбург: ОГУ, 2019.
- Мателенок А.П., Вакульчик В.С. Междисциплинарная интеграция как основа обучения математике студентов технических специальностей // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. 2022. № 206. С. 167–183. DOI: 10.33910/1992-6464-2022-206-167-183
- Михальченко Г.С., Кашников В.Н., Коссов В.С., Симонов В.А. Теория и конструкция локомотивов. М.: Маршрут, 2006.
- Моисеева Н.А., Полякова Т.А. Задачи информационно-математического моделирования как средство реализации междисциплинарной интеграции в преподавании математики и информатики в техническом вузе // Концепт. 2022. № 9. С. 52–64. DOI: 10.24412/2304-120X-2022-11063
- Осипов Ю.М., Борисов П.А. Методы расчета линейных электрических цепей. СПб: НИУ ИТМО, 2012.
- Пашков Н.Н. Транспортная логистика (линейное программирование). М.: Прометей, 2020.
- Собашко Ю.А., Катержина С.Ф., Бабенко А.С. Формирование межпредметных связей при изучении дисциплины «Линейная алгебра» // Актуальные технологии преподавания в высшей школе. 2019. С. 32–35.
- Фролов Н.О., Ветлугина О.И., Козаков Д.Ю. Конструкция тягового подвижного состава и тяга поездов. Екатеринбург: УрГУПС, 2016.
- Чупахина И.А., Деревя А.С. Становление инженерного образования в России в контексте современности // Профессиональная ориентация. 2021. № 1. С. 11–19.
- Шимановский А.О., Путято А.А. Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики. Гомель: БелГУТ, 2008.

**DEVELOPMENT OF A SET OF PROFESSIONALLY ORIENTED  
MATHEMATICAL MODELING TASKS TO INCREASE MOTIVATION  
FOR STUDYING MATHEMATICS AMONG STUDENTS OF  
ENGINEERING SPECIALTIES AT A RAILWAY UNIVERSITY**

**Bazilevskiy M. P.**  
Ph.D (Technical), associate professor  
mik2178@yandex.ru  
Irkutsk

Irkutsk State Transport University

**Abstract.** The article is devoted to solving the problem of low motivation to study mathematics among students at the railway university. To this end, it is proposed to use an interdisciplinary approach to teaching future engineers and interest them in specific examples of the use of mathematical apparatus in solving professionally oriented problems. It is necessary to form an appropriate set of such problems. These

problems, first, should be interdisciplinary, for which the methodology of mathematical modeling can be used. Secondly, the set should contain at least one task on all the main sections of the «Mathematics» discipline for each specialty. Finally, these tasks should have a low level of difficulty. The purpose of this article is to develop a theoretically grounded set of professionally oriented tasks aimed at increasing motivation and forming applied mathematical competencies among engineering students at a railway university. The problems included in the set illustrate the importance of such sections as «Matrices» and «Linear Algebra Systems» in studying mathematics. For the specialty «Railway Rolling Stock», the problem of calculating the redistribution of loads between locomotive axles in traction mode is considered. For specialty «Railway Operations», the problem is restoring the freight transportation plan, and for the specialty of «Train Traffic Systems» the problem is calculating a linear DC circuit. For «Construction of Railway, Bridges, and Transport Tunnels», the issue is calculating displacements in two-stage rods using the finite element method, while in all cases the mathematical model plays a role in the form of a small system of algebraic equations whose solutions can be found manually. All problems are important for future engineering activities. The application of the methodology of mathematical modeling to each problem made it possible to substantiate the connection between the discipline «Mathematics» and other disciplines.

**Keywords:** engineering education, mathematics, mathematical modeling, system of linear algebraic equations, interdisciplinary approach, motivation, professionally oriented task

## References

- Arkhipova, N. A., Evdokimova, N. N., Rudina T. V. (2020). Primenenie professional'no napravlennykh zadach dlya studentov razlichnykh spetsial'nostey v protsesse izucheniya matematiki. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Problemy vysshego obrazovaniya*, (1), 26-29.
- Belashov, V. Yu. (2016). Vysshaya matematika v inzhenernoy podgotovke: perkolyatsionnaya model' obucheniya. *Vestnik KGEU*, 2, 59-70. URL: <http://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/105829>
- Bochkarev, A. A., Nos, V. A., Goncharenko, E. A. (2024). Dynamic and stochastic linear programming tasks in logistics and supply chain management. *Journal of Economics, Entrepreneurship and Law*, 14(4), 1123-1148. DOI: 10.18334/epp.14.4.120730 (In Russ.)
- Bogatova, S. V. (2019). O motivatsii studentov k izucheniyu razdela matematiki «Lineynaya algebra». *Aktual'nye problemy prepodavaniya matematiki v tekhnicheskoy vuzovskoy sredy*, (7), 50-54.
- Chupakhina, I. A., Dereva, A. S. (2021). Stanovlenie inzhenernogo obrazovaniya v Rossii v kontekste sovremennosti. *Professional'naya orientatsiya*, (1), 11-19.
- Frolov, N. O., Vetlugina, O. I., Kozakov, D. Yu. (2016). *Konstruktsiya tyagovogo podvizhnogo sostava i tyaga poezdov*. Ekaterinburg: UrGUPS.
- Kamenev, S. V. (2019). *Osnovy metoda konechnykh elementov v inzhenernykh prilozheniyakh*. Orenburg: OGU. (In Russ.)
- Matelenok, A. P., Vakulckik, V. S. (2022). Interdisciplinary integration as a basis for teaching mathematics to engineering students. *Izvestia: Herzen University Journal of Humanities & Sciences*, (206), 167-183. DOI: 10.33910/1992-6464-2022-206-167-183 (In Russ.)
- Mikhal'chenko, G. S., Kashnikov, V. N., Kossov, V. S., Simonov, V. A. (2006). *Teoriya i konstruktsiya lokomotivov*. Moscow: Marshrut. (In Russ.)
- Moiseeva, N. A., Polyakova, T. A. (2022). Tasks of information and mathematical modeling as a means of interdisciplinary integration implementation in teaching mathematics and

computer science at an engineering university. *Scientific-methodological electronic journal «Concept»*, (9), 52-64. DOI: 10.24412/2304-120X2022-11063 (In Russ.)

Osipov, Yu. M., Borisov, P. A. (2012). *Metody rascheta lineynykh elektricheskikh tsepey*. SPb: NIU ITMO.

Pashkov, N. N. (2020). *Transportnaya logistika (lineynoe programmirovaniye)*. Moscow: Prometei.

Shimanovskiy, A. O., Putyato, A. A. (2008). *Primeneniye metoda konechnykh elementov v reshenii zadach prikladnoy mekhaniki*. Gomel': BelGUT.

Sobashko, Yu. A., Katerzhina, S. F., Babenko, A. S. (2019). Formirovaniye mezhpredmetnykh svyazey pri izuchenii distsipliny «Lineynaya algebra». *Aktual'nye tekhnologii prepodavaniya v vysshey shkole*, 32-35.

Volkov, I. V., Matva, A. M., Ruban, V. G., Urazgil'deev, R. Kh. (2000). *Primeneniye paketa MATHCAD pri raschete mekhanicheskoy chasti lokomotivov*. Rostov-na-Donu: RGUPS. (In Russ.)

Zabavskaya, A. V. (2019). *Sbornik professional'no orientirovannykh zadach i uprazhneniy po matematike (i ispol'zovaniem elektronno-obrazovatel'nykh resursov)*. Minsk: BNTU. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 05.05.2025

Принята к публикации 04.07.2025