

DOI: 10.24888/2500-1957-2025-3-79-95

УДК
378.147**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЕКТАХ КАК ВАЖНЕЙШИЙ
МЕТОД ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ ИНЖЕНЕРОВ****Лебо Иван Германович**
д. ф.- м. н., профессор,
старший научный сотрудник
lebo@mirea.ru
г. Москва**Лебо Александра Ивановна**
к.ф.-м.н., доцент
leboshka@yandex.ru
г. Москва**Розанова Светлана Алексеевна**
д. п. н., профессор; старший научный
сотрудник
srozanova@mail.ru
г. МоскваМИРЭА – Российский технологический
университет, институт искусственного
интеллектаМИРЭА – Российский технологический
университет, институт искусственного
интеллектаМИРЭА – Российский технологический
университет, институт искусственного
интеллекта

Аннотация. В статье проведён глубокий анализ проблемы фундаментальной подготовки студентов технических университетов. Он выявил актуальность этой проблемы на протяжении 20 и 21 веков и проиллюстрировал вклад государственных деятелей, Научно-методических советов по фундаментальным дисциплинам (НМС) при Министерствах науки и образования СССР и России, а также научно-педагогической общественности в ее решении на разных этапах развития страны. При этом показано, что независимо от реформ или обновления системы высшего образования всегда для инженерно-технических вузов остаётся в приоритете оптимальное сочетание его фундаментальности и профессионально-прикладной направленности. В результате проведённых исследований утверждается, что математическое моделирование физических процессов является важнейшим методом фундаментальной подготовки студентов в технических вузах. Приведено обоснование этого утверждения. Предложена методика фундаментальной подготовки студентов технического университета с помощью математического моделирования физических процессов при выполнении ими исследовательских проектов. Разработана блок – схема этой методики, и дано её описание. Методика реализована в процессе выполнения исследовательских проектов студентами МИРЭА. Конкретные примеры её реализации проведены в рамках выполнения программы Национального центра физики и математики «Газодинамика и физика взрыва», тема «Исследование физических процессов при управляемом термоядерном синтезе и в звёздных системах». Ввиду универсальности предложенной методики, она может быть использована при выполнении научно-исследовательских работ с широким кругом прикладных и профессиональных задач как студентами технических университетов разных направлений и специальностей в настоящее дореформенное время, так и студентами различных образовательных ступеней и программ, предусмотренных новой реформой после ее начала в предполагаемых 2026-2027 годах.

Ключевые слова: фундаментальная подготовка инженеров, математическое моделирование, физические процессы, исследовательские проекты

Введение

Необходимость повышения качества фундаментальной подготовки студентов (математика, физика, информатика) была и остаётся актуальной задачей развития современной высшей технической школы в России. О важности сохранения фундаментальности математического образования в технических вузах заботились выдающиеся учёные, преподаватели математики, физики, информатики, государственные и общественные деятели и организации: академики В.А. Садовничий (Садовничий, 2002) и С.М. Никольский, член-корреспондент РАН Л.Д. Кудрявцев и другие. Реализацией этого важнейшего педагогического принципа в технических университетах занимались соответствующие министерства, НМС и в советское время, и в Российской Федерации: Минобрнауки России под руководством министра В.М. Филиппова, НМС при Минобрнауки России по математике (руководители: академик С.В. Емельянов и член-корреспондент РАН Л.Д. Кудрявцев), по физике (руководитель – академик Ж. И. Алфёров) и информатике (руководитель – академик Ю.И. Журавлев) (Розанова, 2023). На совместных заседаниях члены этих трёх советов отмечали *необходимость использования математического моделирования при решении учебных и научно-исследовательских задач как одного из важнейших методов, непосредственно влияющего на повышение качества не только фундаментальной, но и профессиональной подготовки студентов.*

Научно методический совет по математике разработал и издал Сборник универсальных программ по математике для бакалавров разных специальностей и направлений. Особое внимание было уделено инженерно-техническому направлению (Кудрявцев, 2009). В этом же году он был разослан Министерством науки и образования Российской Федерации всем техническим вузам. Важным было то, что в подготовленном, изданном и разосланном министерством всем техническим вузам сборнике программ по математике для технических вузов была «задана планка, ниже которой нельзя опускаться в учебном процессе по математике» (Кудрявцев, 2009), и по физике (Кожевников, 2012). А такие попытки в некоторых вузах были во времена работы советов и заметно усилились после их отмены в 2019 году.

По мнению авторов, целесообразно воспользоваться ретроспективным опытом и восстановить обратную связь между Министерством и научно-педагогической общественностью, естественно, с учётом современных реалий.

В Сборнике программ 2009 года были определены цель математического образования бакалавров и математические компетенции, которые должны быть сформированы у выпускника в результате обучения по соответствующей программе. Целью математического образования бакалавра является: воспитание достаточно высокой математической культуры; привитие навыков современных видов математического мышления; привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности. В результате изучения математических дисциплин бакалавр должен обладать следующими универсальными математическими компетенциями.

а) Общенаучными компетенциями (ОНК): способность использовать в познавательной профессиональной деятельности базовые знания в области математики (ОНК-1); способность приобретать новые математические знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОНК-2); – владеть математической логикой, необходимой для формирования суждений по соответствующим профессиональным, социальным, научным и этическим проблемам (ОНК-3); – владеть методами анализа и синтеза изучаемых явлений и процессов (ОНК-4).

б) Инструментальными компетенциями (ИК): владеть развитыми учебными навыками и готовностью к продолжению образования; обладать способностью к

применению на практике, в том числе умением составлять математические модели типовых профессиональных задач и находить способы их решений; интерпретировать профессиональный (физический) смысл полученного математического результата (ИК-2); владеть умением применять аналитические и численные методы решения поставленных задач (с использованием готовых программных средств) (ИК-3).

в) Социально-личностными компетенциями (СЛК): обладать математическим мышлением, математической культурой как частью профессиональной и общечеловеческой культуры (СЛК-1); владеть способами доказательств утверждений и теорем как основной составляющей когнитивной и коммуникативной функций (СЛК-2); обладать способностью к критике и самокритике, умением работать в команде, приверженностью к этическим ценностям, толерантностью к различным культурам (СЛК-3)».

В документе подробно описаны *предметно-социальные компетенции* (Кудрявцев, 2009). Все компетенции, описанные в данной работе, являются универсальными, так как были разработаны коллективами ведущих вузов страны и обсуждены широкой научной общественностью. При разработке *этих* программ авторы и редакторы постарались максимально сохранить «принцип оптимального сочетания фундаментальности с профессиональной направленностью математического образования, присущего российской высшей школе». После упразднения НМС объединённым министерством в 2019 году, вузы проводили обучение студентов по собственным программам и требованиям, что привело к некоторому снижению фундаментальности образования. Конечно, этому способствовали и объективные обстоятельства, в частности, начавшаяся пандемия. Но с 2022 года президент В.В. Путин вместе с Советом ректоров вузов *актуализировали* проблему фундаментальной подготовки студентов технических вузов. Фундаментальность образования в технических университетах – одно из основных национальных достояний России и будет в приоритете, как показывает история развития российского образования, при любых реформах и обновлениях высшего образования. Этот факт подтверждается ещё и тем, что в проекте новой реформы (обновления) высшего образования, обсуждаемого всеми уровнями российского общества, ключевым моментом является тезис доклада «Об основных изменениях в системе высшего образования» министра министерства науки и высшего образования Российской Федерации В.Н. Фалькова в Совете Федерации: «Высшее образование должно удерживать баланс между фундаментальностью и применимостью знаний в условиях меняющихся задач на рынке труда» (Фальков, 2024).

МИРЭА – Российский технологический университет (РТУ-МИРЭА) в настоящее время работает по разработанной им Программе фундаментальной подготовки студентов. В ней фактически конкретизированы и наполнены современным содержанием универсальные общенаучные и инструментальные компетенции, сформулированные выше, которыми должен обладать выпускник МИРЭА с учётом специфики университета без учёта социально-личностных и общекультурных компетенций. Но весь учебный процесс по математике построен так, что эти компетенции тоже формируются. В данном исследовании использованы компетенции, которые должны быть сформированы и развиты у выпускника в результате изучения предметов по учебному плану и выполнения исследовательских проектов, приведённые в программе МИРЭА. Поскольку в практической части данного исследования будут приведены задачи, выполненные выпускниками направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика с учётом специфики направленности подготовки «Математическое моделирование и математические вычисления» (ММиМВ), то были взяты за основу данного исследования следующие цели и компетенции из Программы МИРЭА для этого направления.

«Научно-исследовательская работа студентов (НИРС) имеет своей целью сформировать, закрепить и развить практические навыки и компетенции, предусмотренные данной рабочей программой по этому направлению»:

а) по каждой математической дисциплине. Далее приведено в качестве примера для одной дисциплины – математический анализ.

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

01_03_02_ММиВМ_ИИИ_2025_plx_Математический анализ.

Компетенции дисциплины:

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Карточки компетенций:

ОПК-1.2: Применяет знания фундаментальной математики для решения задач профессиональной деятельности;

Дескрипторы (знания, умения) расписываются подробно по каждой математической дисциплине;

б) по НИРС:

ОПК-4: Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности;

ОПК-4.1: Понимает принципы работы современных информационных технологий;

Знать (ОПК-4.1-31) методы решения задач профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий.

Уметь (ОПК-4.1-У1) решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий.

Владеть (ОПК-4.1-В1) навыками решать задачи профессиональной деятельности с использованием существующих информационно-коммуникационных технологий.

Следует подчеркнуть, что приобретённые бакалавром знания и навыки по фундаментальным предметам являются интеллектуальной основой для освоения специализированных наук студентами на следующих этапах обучения (магистратура-аспирантура, либо специалитет-аспирантура).

Очевидно, что приведённые компетенции можно отнести к важнейшей части общенаучных и инструментальных компетенций, сформулированных в Сборнике программ, 2009, разработанном НМС по математике, и конкретизированных с учётом специфики МИРЭА. Следовательно, формирование этих компетенций направлено на *сохранение фундаментальной подготовки студентов технического университета*. Этот вывод, полученный в результате проведённого анализа, позволяет сформулировать проблему и цель исследования.

Проблема исследования: недостаточная эффективность формирования фундаментальных исследовательских компетенций у студентов технических университетов в процессе выполнения исследовательских проектов, связанная с дефицитом методов для перехода от абстрактных теоретических знаний к решению прикладных задач.

Цель исследования: разработать методику фундаментальной подготовки студентов технических университетов с помощью математического моделирования физических процессов.

Для достижения поставленной цели и решения проблемы проведены теоретические и практические исследования, результаты которых изложены ниже.

Методология исследования и подходы (методы)

Обсуждаемая методология представляет собой синтез двух подходов: математического моделирования и фундаментального образования в техническом университете. Суть методологии математического моделирования состоит «в замене исходного объекта его «образом» – математической моделью – и дальнейшем изучении модели с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно – логических алгоритмов» (триада Самарского). Эта методология «познания, конструирования, проектирования сочетает в себе многие достоинства как теории, так и эксперимента» (Самарский, 2001).

В основе методологии фундаментального математического образования в техническом университете лежит принцип оптимального сочетания фундаментальности и профессиональной направленности математического образования и формирования математической культуры студентов (Кудрявцев, 2009), (Розанова, 2023, Розанова, 2015,

Розанова 2003). Поэтому возникает необходимость дополнить методологию компетентностным (или эквивалентным ему в свете предполагаемой реформы высшего образования) подходом. Так как в данной статье исследуется математическое моделирование физических процессов с привлечением информационно-коммуникационных технологий, то целесообразно использовать ещё и интегративный метод, объединяющий знания фундаментальных наук – математики, физики и информатики.

В статье используется также: традиционные и инновационные методы и технологии (Драгилева, 2021); деятельностный и синергетический подходы (Смирнов, 2017; Дворяткина, 2017); активное привлечение студентов к постановке вычислительных экспериментов, проведению расчетов и их обсуждению, сравнению результатов вычислительных и натуральных экспериментов (Лебо, 2007).

Результаты исследования

3.1. Теоретические результаты исследования

3.1.1. Методика фундаментальной подготовки студентов с помощью математического моделирования физических процессов

Применение метода математического моделирования при решении конкретных учебных, тем более, прикладных и профессиональных задач, вызывает у студентов технических университетов большие затруднения. Самой большой трудностью оказывается перевод учебной, прикладной или профессиональной постановки задачи (объект исследования) на математический язык, то есть создание математической модели объекта. Положительный результат достигается при полном понимании студентом сути поставленной задачи и свободном владении математическими и физическими знаниями и методами, и компьютерными технологиями. В школе и в техническом университете на первом курсе обнаруживается недопонимание обучающимися текстовых учебных задач и неумение создавать математические модели для их решения. Но особенные трудности возникают, когда объектом исследования оказываются физические процессы. Эта ситуация объясняется тем, что большинство студентов усваивают лучше либо математику, либо физику, но свободное владение обоими предметами является редкостью. Информатика у студентов технического вуза вызывает больший интерес, чем математика и физика, и овладение этим предметом идёт гораздо лучше. Этот факт обусловлен тем, что у студентов технических вузов более развито алгоритмическое, чем, например, логическое, абстрактное математическое мышление. Поэтому с целью оказания помощи студенту в выполнении исследовательского проекта, связанного с математическим моделированием физических процессов, была разработана нами соответствующая методика и реализована в процессе выполнения исследовательских проектов в МИРЭА – Российском технологическом университете (РТУ-МИРЭА) (Лебо, 2024а). Эта методика была использована нами при разработке методики фундаментальной подготовки студентов с помощью математического моделирования физических процессов. При этом было учтено, что выпускник должен получить общее (базовое) высшее образование, способствующее дальнейшему развитию личности и сформированными определёнными умениями и навыками самостоятельно решать предложенную заказчиком производственную задачу.

Методика фундаментальной подготовки студентов технического вуза с помощью моделирования физических процессов при выполнении ими исследовательских проектов состоит в следующем:

1. Повышение мотивации студента к выполнению научно-исследовательских проектов с использованием математических методов (Розанова, 2015).
2. Интегрирование и углубление знаний по математике, физике и информатике, необходимых для выполнения проекта (Лебо, 2024а).
3. Раскрытие «проблемных зон» по математике и физике, тормозящих понимание постановки задачи исследования и составление её адекватной математической модели. Проверка готовности студента к решению исследовательского проекта на более лёгких

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

учебных задачах с предварительной оценкой его компетентностей или их аналогов после реформы (Драгилева, 2021).

4. Постановка физической (или прикладной, или профессиональной) задачи исследования.

5. Составление её адекватной математической модели.

6. Разработка алгоритма и программы решения математической модели: усовершенствование известных или создание новых алгоритмов и программ.

7. Верификация и валидация разработанных численных программ.

8. Постановка и проведение вычислительных экспериментов и интерпретация с их помощью данных натуральных экспериментов с оценкой базовых и НИР – компетенций или их эквивалента.

9. Научное объяснение полученных результатов.

10. Обоснование экономической эффективности предложений.

11. Итоговая оценка компетенций (или их эквивалента) студента при выполнении исследовательского проекта. В случае наличия ниже заданного уровня, переход к первым трём уровням.

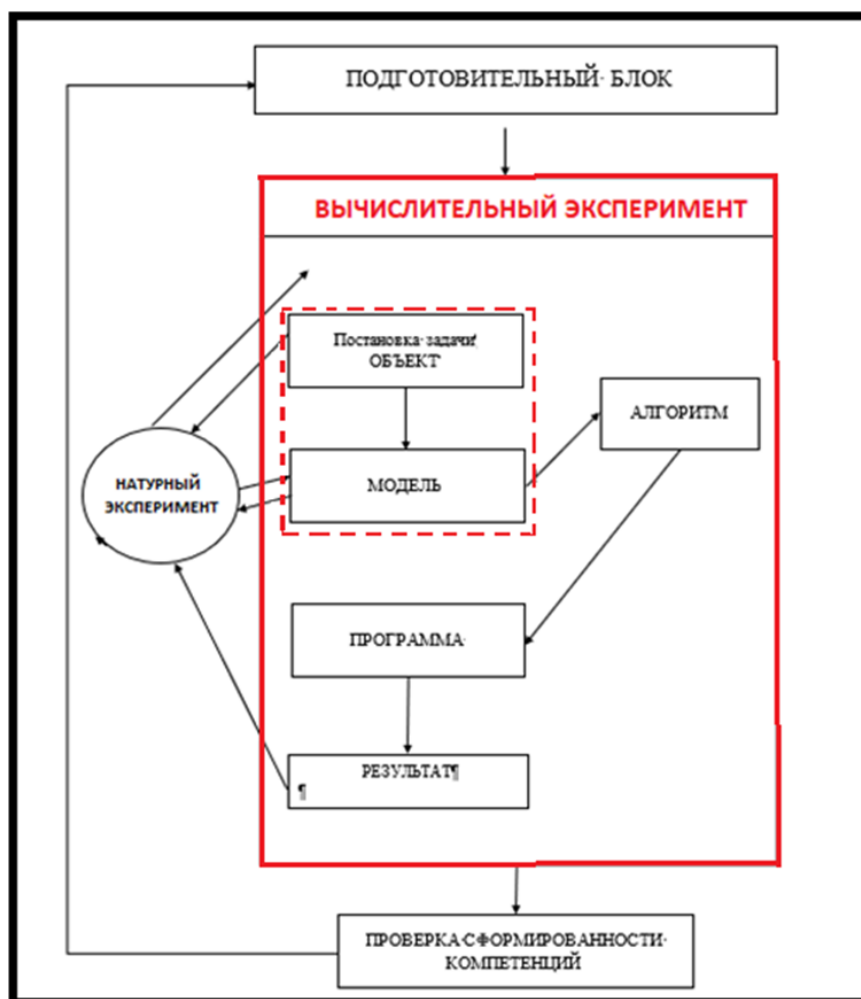


Рис. 1. Блок-схема методики фундаментальной подготовки студентов РТУ с помощью ММФП при выполнении ими исследовательских проектов

На рис. 1 приведена блок – схема методики фундаментальной подготовки студентов ТУ с помощью математического моделирования физических процессов (ММФП) при выполнении ими исследовательского проекта.

Эта схема состоит из следующих важнейших блоков: подготовительного, вычислительного эксперимента (наитруднейшего, содержащего модель, алгоритмы и

программы, результативного, сравнение с данными натуральных экспериментов), и проверочного блока. Если итоговый результат проверки оказывается ниже заданного уровня, то студент переходит снова к подготовительному блоку. За простейший критерий оценки компетенций (или их эквивалента) студента можно взять долю его самостоятельности при решении задачи в каждом блоке схемы.

В подготовительный блок входят следующие составляющие:

- 1) актуализация метода математического моделирования с помощью элементов истории его возникновения;
- 2) интеграция знаний по математике, физике и информатике и раскрытие их «проблемных зон»;
- 3) актуализация математического аппарата для решения физических задач аналитическими методами и с помощью компьютерных вычислений;
- 4) проверка имеющихся компетенций (или их эквивалента) на учебных задачах и их развитие по составлению математических моделей простейших физических задач;
- 5) оценка понимания поставленных задач и подхода к составлению их моделей.

Далее переход к большому блоку вычислительного эксперимента (выделен сплошной красной линией), состоящему из пяти меньших блоков. При этом на каждом меньшем блоке добавляется проверка уровня сформированных компетенций (или их эквивалентов). Внутри вычислительного блока красным пунктиром выделена труднейшая часть решения задачи – переход от объекта исследования к его математической модели. Здесь по сравнению со схемой, приведённой на рис. 1 в статье (Лебо, 2024б), добавлен результативный блок, а после вычислительного эксперимента введён блок окончательной проверки сформированных компетенций (или их эквивалента).

С целью оказания помощи студентам в овладении методом математического моделирования разработано и принято в печать в издательстве РТУ-МИРЭА учебное пособие (Лебо И.Г., Лебо А.И., 2025а). Оно использовалось в подготовительном блоке методики при проведении практической части данного исследования и послужит ценным помощником студентам технических университетов при изучении ими метода математического моделирования, необходимого при выполнении исследовательских проектов и дипломных работ. Следует отметить главы об истории возникновения математического моделирования, вкладе российских учёных в развитие этой методологии, областях её применения и примеры решения практических задач, что, несомненно, будет способствовать не только формированию указанных выше компетенций, но и воспитанию у студентов математической культуры.

Проверка этих знаний и при необходимости их повтор указывает стрелка, входящая в подготовительный блок предложенной схемы при низкой итоговой оценке компетенций или их эквивалента.

На некоторых направлениях и специальностях обучения студентов РТУ-МИРЭА кафедрой высшей математики института искусственного интеллекта (ИИИ) читаются курсы «Математическое моделирование», «Современные проблемы прикладной математики и информатики», «Численные методы уравнений математической физики» и другие, проводятся семинарские занятия и ведутся научно-исследовательские работы по подготовке и защите дипломных проектов по соответствующим направлениям.

Но есть целый ряд направлений и специальностей, на которых математическое моделирование не изучается студентами, а выполнение исследовательских проектов, как правило, требует от них владением этим методом. Возникает необходимость комплексного освоения основ современной физики, математики и информатики, которое может быть реализовано при выполнении студентами исследовательских проектов с помощью математического моделирования не только физических процессов по предлагаемой методике, но и других объектов, ввиду её универсальности. При этом необходимо в соответствующие блоки внести коррективы и, например, в результативном блоке вместо

физической интерпретации поставить профессиональную или соответствующую прикладную интерпретацию.

3.1.2. Обоснование математического моделирования физических процессов как важнейшего метода фундаментальной подготовки студентов технических университетов

Математическое моделирование в настоящее время является одним из основных методов познания объективного мира (наряду с теорией и экспериментом). Поэтому очевидна необходимость его использования при решении профессиональных или прикладных задач в промежуточных научно-исследовательских и дипломных работах. Эти работы всегда были и будут востребованы в учебном процессе технических вузов независимо от любых реформ высшего образования. Следовательно, и в настоящее время и в ближайшем будущем с увеличением объёмов информационных потоков и решением проблемы фундаментальной подготовки студентов технических вузов будет необходим метод математического моделирования. Математическое моделирование различных объектов, в том числе физических процессов, является важнейшим методом фундаментальной подготовки студентов технических вузов ещё и по следующим причинам. С его помощью осуществляется интеграция фундаментальных дисциплин между собой и с профессиональными дисциплинами (интегративный метод); формируются компетенции выпускника или их эквивалент, (компетентностный подход), причём эффективнее всего это достигается при выполнении исследовательских проектов. Это – универсальный метод решения не только задач физики, но и многих проблем естествознания, профессиональных задач из других областей.

3.2. Практические результаты исследования

3.2.1. Реализация методики

Осуществлена реализация этой методики при выполнении студентами РТУ-МИРЭА научно – исследовательских проектов. Далее приведены примеры исследовательских проектов, выполненных студентами-дипломниками РТУ-МИРЭА (Кривуценко, 2025, Лебо, 2025б). Исследования проводились в рамках программы Национального центра физики и математики «Газодинамика и физика взрыва», тема «Исследование физических процессов при управляемом термоядерном синтезе и в звёздных системах».

3.2.1.1 «Моделирование развития неустойчивости Релея-Тейлора в сферическом слое из несжимаемой жидкости

В монографии (Лебо, 2006) описана физико-математическая модель развития неустойчивости Рэля-Тейлора (Taylor, 1950, Chandrasekhar, 1961) в сферическом слое конечной толщины, ускоренного внешними силами. Получены уравнения, описывающие развитие малых возмущений формы границ оболочки из несжимаемой жидкости, движущейся ускоренно. Была разработана программа и рассчитан рост этих возмущений. Программа тестировалась с помощью известного аналитического решения, полученного Рэлеем (Гамалий, 1980). Рассматривался разлёт оболочки конечной толщины под действием внутреннего давления. В процессе разлёта под действием давления газа внутри оболочки развиваются возмущения на внутренней границе $R_1(t)$, которые передаются на внешнюю границу $R_2(t)$, ($R_1(t)$, $R_2(t)$ – внутренний и внешний радиусы оболочки, t – время). Сформулирован критерий разрушения оболочки ($\frac{|D_1n+D_2n|}{R_2-R_1} = 1$, где $D_1n(t)$, $D_2n(t)$ – амплитуды возмущений формы границ сферических гармоник с номером n), и получены зависимости пройденного пути оболочки до её разрушения при различных номерах сферических гармоник n .

3.2.1.2. Моделирование распространения ударной волны и ускорения лавсановых плёнок в цилиндрическом канале

С помощью разработанной ранее программы NUT (Лебо, 2006) в эйлеровых координатах, студентами РТУ-МИРЭА решались задачи об особенностях гиперзвуковых вихревых течений газов и распространения ударных волн в цилиндрических каналах с учётом отражения ударных волн от деформируемых стенок канала и огибания препятствий.

Численно были решены две задачи:

а) распространение гиперзвуковой ударной волны (УВ) в воздухе с начальным давлением $P_0 = 1$ атм (число Маха $M_x = V_{sw}/V_s \geq 10$, где V_{sw} , V_s – скорость фронта УВ и скорость звука в невозмущённом газе) внутри цилиндрического протяжённого канала, просверленного в полимерном твердотельном цилиндре, её преломление и формирование в газе вихрей. Расчётная область $(Z \times R) = 1 \times 0.25$ см², протяжённость канала 0.4 см, имеющего радиус 0.1 см. Плотность стенки цилиндра 1 г/см³;

б) распространение сильной УВ в таком же, как описанном выше канале, но закрытом тонкой плёнкой с начальной толщиной $d = 50$ мкм (Лебо, 2025б).

Начальные условия за фронтом ударной волны, которая падает сверху-вниз, задавались с помощью соотношений Гюгонио (Зельдович, 1966) для значений $M_x = 10$. На рис. 2а показано поле плотности в начальный момент, синий цвет – сжатый ударной волной воздух, темно-синий – плотность невозмущённого воздуха, жёлтый цвет – плотность стенок. На рис. 2б показано распределение плотности после прохождения УВ и отражения от нижней границы области. Видно, что на верхнем краю плотного цилиндра, после прохождения УВ формируется вихрь. На нижнем краю, после прохождения отражённой УВ также формируется вихрь. Стенки цилиндрического канала испытали сжатие

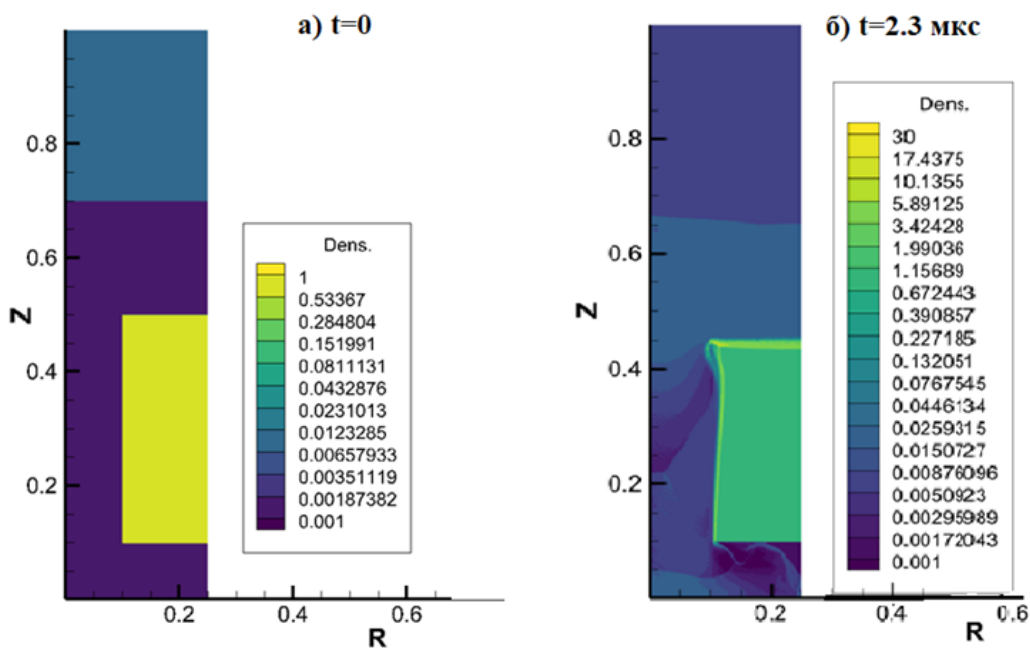


Рис. 2. Поля плотности воздуха (голубой цвет) и полимерного экрана с цилиндрическим каналом вдоль оси на моменты времени а) $t=0$ мкс, б) $t=3.2$ мкс.

На рис. 2 показано прохождение ударной волны (УВ) с числом Маха (M_x) = 10 через цилиндрический канал протяжённостью 0.4 см и радиусом 0.1 см.

На рис. 3 показано прохождение УВ через лавсановую плёнку с толщиной 50 мкм и её ускорение в цилиндрическом канале. Видно, как на кромке канала преломляется УВ, и, как и предыдущей задаче, формируется вихрь. Ударная волна ускоряет слой. Из-за развития неустойчивости Рихтмайера-Мешкова (Richtmayer, 1960, Мешков, 1969) плёнка разрушается. Скольжение плотного полимерного слоя вдоль стенки канала приводит к развитию также неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (Ландау, 1986). В результате, формируется плотный турбулентный слой, который толкает впереди себя УВ. К моменту $t = 3.2$ мкс этот слой достигает нижнего края канала, а УВ отражается от нижней границы области (рис. 3б).

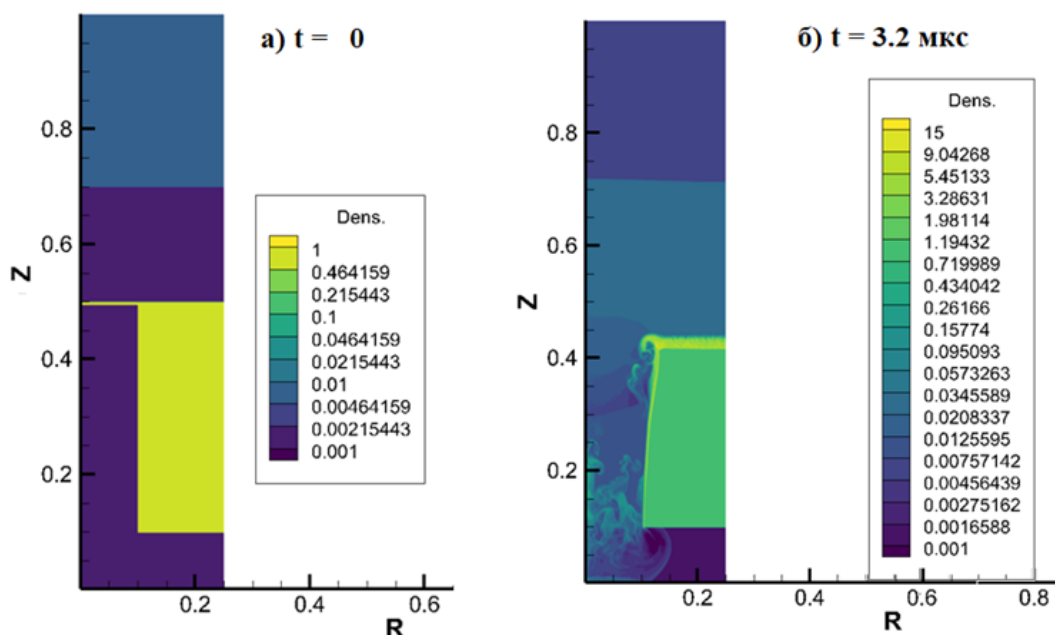


Рис. 3. Поля плотности в начальный момент $t = 0$ (а) и в момент выхода ускоренного слоя из цилиндрического канала ($t = 3.2$ мкс)

3.2.1.3. Моделирование ускорения тонких фольг и распространения сильных ударных волн лазерной ударной трубе

Наряду с определёнными преимуществами эйлерового подхода к моделированию гидродинамической неустойчивости, имеется и ряд трудностей, связанных с тем, что для расчёта динамики ускоренного слоя, формирования и распространения фронта ударной волны на расстояниях на порядки величины превосходящих начальную толщину слоя, требуется использовать разностные сетки с очень большим количеством узлов. Отметим, что при моделировании экспериментов с лазерной ударной трубой (Зворыкин, 2000, Зворыкин, 2005, Zvozykin, 2024) возникает подобная ситуация. Наиболее удобным, в этом случае, является лагранжевый подход. Разностная сетка «вморожена» в вещество, и контактные границы перемещаются вместе с сеткой.

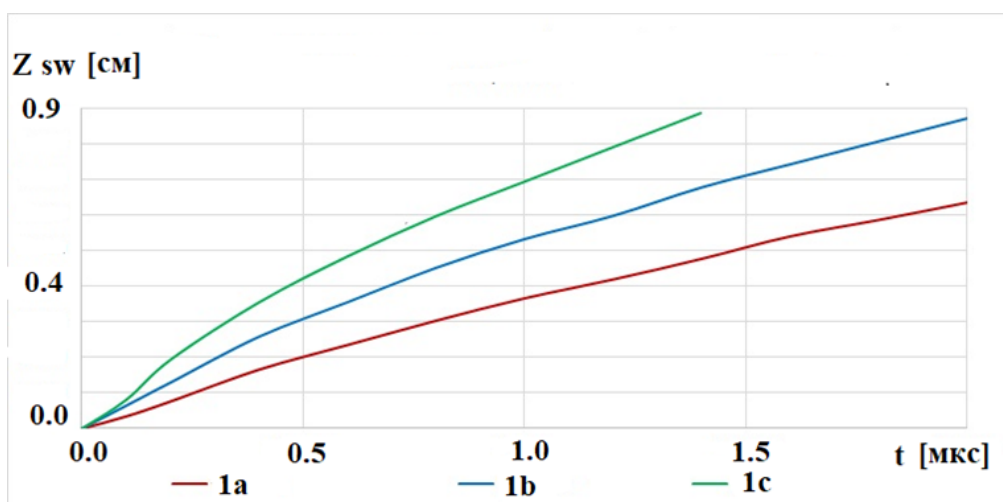


Рис. 4. Зависимости пройденного ударной волной расстояния $Z_{sw}(t)$ от времени для слоя с начальной толщиной $d_0 = 3$ мкм при различных значениях поглощённой энергии лазера $E_{las} = 5$ Дж (1а), 10 Дж (1б), 17.5 Дж (1с)

По двумерной лагранжевой программе «ATLANT_C» (Лебо, 2006) численно решена задача об ускорении тонких лавсановых фольг различной толщины ($d = 1.5, 3, 10$ мкм), помещённых в ячейку лазерной ударной трубы (ЛУТ) и облучённых мощным импульсом KrF-лазера (длина волны излучения $\lambda = 0.25$ мкм).

На рис. 4 показаны зависимости расстояний Z_{SW} от времени t , пройденных в воздухе УВ, которые генерировались с помощью лазерного импульса в ячейке ЛУТ при $d = 3$ мкм и различных значений поглощённой лазерной энергии.

Замечание. Наряду с неустойчивостью Рихтмайера-Мешкова в расчёте наблюдалось развитие неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (Ландау, 1980), когда из-за разности скоростей вблизи границы «ускоренный слой-стенка» развиваются вихри.

Обсуждение результатов

Проведённый анализ фундаментальной подготовки студентов технических университетов показал актуальность этой проблемы и проиллюстрировал вклад государственных деятелей и научно-педагогической общественности в её решение на разных этапах развития России. Это позволило сформулировать проблему и цель данного исследования, а также найти способы её решения для достижения этой цели. В результате разработана методика фундаментальной подготовки студентов технического университета с помощью математического моделирования физических процессов. Приведённые примеры выполнения исследовательских проектов студентами МИРЭА – Российского технологического университета иллюстрируют реализацию предложенной методики и роль математического моделирования в их фундаментальной и профессиональной подготовке. Теоретические и практические исследования, проведённые и изложенные в данной статье показали:

1) предложенная авторами методика фундаментальной подготовки студентов технического университета с помощью математического моделирования физических процессов может быть использована в настоящее время и после вступления в силу новой реформы высшего образования для решения разнообразных профессиональных и прикладных задач в технических университетах в силу её *универсальности*;

2) с помощью этой методики получен ряд практических результатов: решена задача о развитии малых возмущений формы оболочки из несжимаемой жидкости, разлетающейся под действием давления внутреннего газа (часть 3.2.1.1), рассмотрена задача распространения ударной волны в цилиндрическом канале, её отражение и преломление на краю канала (часть 3.2.1.2), ускорения тонких фольг в лазерной ударной трубе (часть 3.2.1.3);

3) для выполнения этих исследований были использованы различные математические подходы – линеаризация уравнений гидродинамики несжимаемой жидкости, и разложение возмущённых величин в ряды Фурье по функциям Лежандра, численное решение полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих движение оболочки и развитие трёхмерных малых возмущений её границ (часть 3.2.1.1), численное решение двумерных нелинейных уравнений газовой динамики в *эйлеровых* цилиндрических координатах (часть 3.2.1.2), численное решение двумерных нелинейных уравнений плазменной динамики в лагранжевых цилиндрических координатах (часть 3.2.1.3).

Каждый из перечисленных подходов позволяет решить круг физических и практических задач, связанных с проблемой развития гидродинамической неустойчивости и перехода в турбулентное состояние. Так, первый подход позволяет выполнить линейный анализ развития неустойчивости (для малых по амплитуде возмущений по сравнению с толщиной ускоренной оболочки из несжимаемой жидкости). Студент написал программу, провёл расчёты и оформил соответствующие графики.

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Во втором подходе использование эйлеровых координат к решению двумерных уравнений газовой динамики позволяет изучать нелинейную и переходную стадии развития неустойчивости, моделировать формирование вихрей на изломе при прохождении УВ. Студент освоил комплекс программ «NUTCY», провёл сложные численные расчёты и их графическую обработку.

В третьем подходе с помощью лагранжевого кода «ATLANT_C» исследовалась динамика полёта тонких плёнок в ячейке лазерной ударной трубы. Студентом была освоена эта двумерная программа, проведены вычисления и графическая обработка результатов.

Следует отметить самостоятельность выполняемой работы студентов, когда речь шла о проведении расчётов и графической обработке результатов.

Исследования и полученные выше результаты носят фундаментальный характер (переход от эволюционной стадии развития неустойчивости к турбулентности) и позволяют сравнивать экспериментальные данные с результатами численных расчётов, а также проектировать новые эксперименты в этой области знаний.

Выводы

1. Обосновано, что математическое моделирование физических процессов является важнейшим методом фундаментальной подготовки студентов технических университетов при выполнении ими исследовательских проектов.

2. Описана методология данного исследования как синтез двух методологий: математического моделирования и фундаментального образования в техническом университете.

3. Предложена методика фундаментальной подготовки студентов технического университета с помощью математического моделирования физических процессов при выполнении ими исследовательских проектов. Приведены блок – схема этой методики и её описание.

4. Реализация этой методики в учебном процессе МИРЭА поможет формированию, закреплению и развитию практических навыков и компетенций не только по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» (бакалавры) и 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» (магистранты) с учётом специализации направленности подготовки «Математическое моделирование и вычислительная математика», но и для других направлений и специальностей.

5. Показано, что эта методика универсальна и поэтому может быть использована при решении широкого круга профессиональных и прикладных задач. Она является необходимым элементом учебного процесса в технических университетах в настоящее время, а также будет чрезвычайно полезной после вступления в силу новой реформы (обновления) высшего образования.

6. Правильное сочетание использования вычислительного и натурального экспериментов помогают достичь поставленных целей и решать сложные физико-технические задачи. Например, создание с помощью мощного лазера импульса давления в конденсированной среде позволяет формировать сильные ударные волны и гиперзвуковые течения в окружающем газе, изучать обтекание препятствий сложной формы, развитие гидродинамической неустойчивости вблизи контактной границы двух сред, движущихся ускоренно. Такие задачи представляют интерес в исследованиях физических явлений при входе космических объектов в плотные слои атмосферы, в физике высоких концентраций энергии и инерциальном термоядерном синтезе – смотри раздел 3).

7. В рамках программы Национального центра физики и математики налажен обмен информацией и сотрудничество с ведущими научными организациями страны по теме «Исследование физических процессов при управляемом термоядерном синтезе и в звёздных системах», что способствует и будет помогать в дальнейшем постановке новых реальных профессионально-прикладных задач.

8. Предложенная методика способствует развитию творческих способностей студентов и воспитанию их математической культуры. Это, в конечном итоге, приводит к повышению качества фундаментального образования в технических университетах.

Список литературы

- Арцимович Л.А. Управляемые термоядерные реакции. М.: Физматгиз.
- Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М: Наука. ФИЗМАТЛИТ, 1982.
- Бюллетень Научно-методического совета по физике, №4. Составитель Кожевников Н.М. СПб: Издательство политехнического университета, 2012.
- Гамалий Е.Г., Розанов В.Б., Самарский А.А. и др. Гидродинамическая устойчивость сжатия сферических лазерных мишеней // ЖЭТФ. 1980. Т.79. № 2(8).
- Дворяткина С.Н., Дякина А.А., Розанова С.А. Синергия гуманитарного и математического знания как педагогическое условие решения междисциплинарных проблем // Интеграция образования. 2017. №1. С. 8–18. DOI: 10.15507/1991-9468.086.021.201701.008-018.
- Драгилева И.П., Потепалова А.Ю., Розанова С.А. Необходимость использования потенциала раскрытия «проблемных зон» для улучшения качества математического образования в технических вузах в условиях цифровизации высшей школы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2021. №4 (24). С. 109–125. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-109-124.
- Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М: Наука, 1966.
- Зворыкин В.Д., Краснюк И.А., Лебо И.Г., Левченко А.О. Моделирование развития области турбулентного перемешивания при лазерном ускорении тонких фольг // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2005. №9. С. 34–41.
- Зворыкин В. Д, Лебо И.Г. Применение мощного КгF-лазера для исследования сверхзвуковых течений газа и развития гидродинамических неустойчивостей в слоистых средах // Квантовая электроника. 2000. № 30(6). С. 540–544.
- Кривуценко С.С., Лебо И.Г. Моделирование развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в сферическом слое из несжимаемой жидкости. 52 Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу. Сборник тезисов докладов. М: АО НТЦ «ПЛАЗМАИОФАН». 17-21 марта 2025. С. 181.
- Кудрявцев Л.Д., Розанова С.А., Ягола А.Г. и др. Сборник примерных программ математических дисциплин цикла МиЕН высшего профессионального образования 3-го поколения. М.: Издательство РУДН. 2009.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М: ФИЗМАТЛИТ, 1986.
- Лебо И.Г., Тишкин В.Ф. Исследование гидродинамической неустойчивости в задачах лазерного термоядерного синтеза. М: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
- Лебо И.Г. Применение методов математического моделирования физических экспериментов в студенческих дипломных проектах // Физическое образование в вузах. 2007. Т. 13. № 3. С. 119–138.
- Лебо И.Г., Розанова С.А. Роль математического моделирования физических процессов при выполнении исследовательских проектов студентами технических университетов. Международная конференция Математика в созвездии наук к юбилею ректора МГУ Виктора Антоновича Садовниченко. Тезисы докладов. М.: Издательство Московского университета. 1 – 2 апреля 2024. 2024. С. 499–500.

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

- Лебо И. Г., Лебо А. И., Розанова С. А. Методика математического моделирования физических процессов при выполнении исследовательских проектов студентами технических университетов // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2024. № 3 (35). С. 46–59.
- Лебо И.Г., Николаев М.А. Моделирование ускорения тонких фольг в цилиндрическом канале. 52 Международная Звенигородская конференция по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу. Сборник тезисов докладов. М: АО НТЦ «ПЛАЗМАИОФАН». 17-21 марта 2025. С. 179
- Лебо И.Г., Лебо А.И. (2025) Современные проблемы математического моделирования. Учебное пособие. М.: МИРЭА-Российский технологический университет, 2025.
- Мешков Е.Е. Неустойчивость границы раздела двух газов, ускоряемой ударной волной // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1969. №5. С. 151.
- Розанова С.А., Карапетян В.С. О совместном Российско-Армянском проекте «Развитие мотивации к изучению математики в условиях реформирования образования: школы, вузы, общество». Труды международной научной конференции «Образование, наука, экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство». Армения, Горис, 28 сентября – 2 октября 2015. С. 15–25.
- Розанова С. А., Ягола А.Г. Лев Дмитриевич Кудрявцев и Научно-методический совет по математике Минобрнауки России // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2023. №1. С. 100–111. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-1-100-111.
- Розанова С.А. Математическая культура студентов технических университетов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
- Садовничий В.А. Образование, которое мы можем потерять. Сборник под общей редакцией ректора МГУ им. М. В. Ломоносова В.А. Садовничего. М.: МГУ, 2002.
- Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Главная редакция физ.-мат. литературы. Наука, 1977.
- Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
- Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1992.
- Смирнов Е.И. Синергия исследования «проблемных зон» базового учебного элемента содержания математического образования // Ярославский педагогический вестник. 2017. №5. С. 82–90.
- Фальков В. Об изменениях в системе высшего образования. Доклад в Совете Федерации 05.06.2024. Сайт Минобрнауки России.
- Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Dover Publications, Inc. New York. 1961. Chapter 10.
- Lebo I.G., Zvorykin V.D. “The study of turbulent mixing zone development in laser shocktube experiments”. Physica Scripta IOP Publishing, Phys. Ser T132, 2008.
- Richtmyer R.D. Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids. Commun. Pure Appl. Math. 1960. V.13. P. 297.
- Taylor G.I. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. Proceedings of Royal Society, 1950. V.A201. P.192.
- Zvorykin V.D., Veliev P.V., Rjzin I.A. Parkevich E.V., Smaznova K.T., Ustinovskii N.N., Shutov A.V. KrF laser-driven shock tube: Realization and first experiments. Fundamental Plasma Physics. 1, 2024. 100046

**THE MATHEMATICAL MODELING OF THE PHYSICAL PROCESSES
AS THE IMPORTANT METHOD OF FUNDAMENTAL EDUCATION
OF THE TECHNICAL UNIVERSITY STUDENTS PERFORMED OF
THE SCIENTIFIC PROJECTS**

Lebo I. G. Dr.Sci., Professor, Senior Researcher lebo@mirea.ru Moscow	MIREA – Russian Technological University, Institute of Artificial Intelligence
Lebo A. I. Ph.D., Associate Professor leboshka@yandex.ru Moscow	MIREA – Russian Technological University, Institute of Artificial Intelligence
Rozanova S. A. Dr.Sci. (Pedagogy), Professor Senior Researcher srozanova@mail.ru Moscow	MIREA – Russian Technological University, Institute of Artificial Intelligence

Abstract. The article provides an in-depth analysis of the problem of fundamental training of students at technical universities. He revealed the relevance of this problem throughout the 20th and 21st centuries and illustrated the contribution of statesmen, Scientific and Methodological Councils for Fundamental Disciplines (NMS) under the Ministries of Science and Education of the USSR and Russia, as well as the scientific and pedagogical community in solving it at different stages of the country's development. At the same time, it is shown that regardless of reforms or renewal of the higher education system, the optimal combination of its fundamentality and professional-applied orientation always remains a priority for *engineering and technical universities*. As a result of the research, it is argued that mathematical modeling of physical processes is the most important method of fundamental training of students in technical universities. This statement is justified. A method of fundamental training of students of a technical university using mathematical modeling of physical processes when they carry out research projects is proposed. A block diagram of this procedure was developed and its description was given. The methodology is implemented in the process of research projects by MIREA students. Specific examples of its implementation were carried out within the framework of the program of the National Center for Physics and Mathematics "Gas Dynamics and Explosion Physics," the topic "Study of physical processes in controlled thermonuclear fusion and in star systems". Due to the versatility of the proposed methodology, it can be used in research work, both by students of technical universities of different directions and specialties at the present pre-reform time, and by students of various educational levels and programs provided for by the new reform after its start in the proposed 2026-2027.

Keywords: fundamental training of engineers, mathematical modeling, physical processes, research projects

References

- Artsimovich, L. A. (1961). *Upravlyayemye termoyadernye reakcii*, Moscow: FIZMATGIZ. (In Russ.)
- Belotserkovsky, O. M., Davidov, Yu. M. (1982). *Metod krupnyh chastic v gazovoj dinamike*. Moscow: Nauka. FIZMATLIT. (In Russ.)
- Bulleten' Nauchno-metodicheskogo soveta po fizike, №4 (2012). Sostavitel' N.M. Kozhevnikov–Sankt-Peterburg: Izdatel'stvo politekhnicheskogo universiteta. (In Russ.)
- Chandrasekhar, S. (1961). *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Dover Publications, Inc. New York. Chapter 10.
- Gamaly, E. G., Rozanov, V. B., Samarsky, A. A. et al. (1980). Gydrodinamicheskaya ustoychivost' szhatiya sfericheskikh misheney. *ZhETF*, v.79, 2(8), 459. (In Russ.)
- Dvoryatkina, S. N., Dyakina, A. A., Rozanova, S. A. (2017). Synergy of humanitarian and mathematical knowledge as a pedagogical condition for solving interdisciplinary problems. *Integration of Education*, 1, 8-18. DOI: 10.15507/1991-9468.086.021.201701.008-018. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dragileva, I. P., Potepalova, A. Yu. (2021). The need to use the potential of revealing “problem areas” to improve the quality of mathematical education in technical universities in the context of higher secondary schools. *Continuum. Maths. Computer science. Education*, 4 (24), 109-125. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-109-124. (In Russ., abstract in Eng.)
- Krivutsenko, S. S., Lebo, I. G. (2025). Modeling the development of Rayleigh-Taylor instability in a spherical layer of incompressible fluid. 52 International (Zvenigorod) Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion ICPAF-25. Book of abstracts. March 17-21, 181. Moscow: Science and Technology Centr «PLASMAIOFAN». (In Russ.)
- Kudryavtsev, L. D., Rozanova, S.A., Yagola, A.G. et al. (2009). *Sbornik primernykh program matematicheskikh disciplin professional'nogo obrazovaniya 3-go pokoleniya*. Moscow: Izdatel'stvo RUDN. (In Russ.)
- Landau, L. D., Lifshits, E. M. (1986). *Teoreticheskaya fizika*. Vol. VI. *Gidrodinamika*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Tishkin, V. F. (2006). *Issledovanie gidrodinamicheskoy neustojchivosti v zadachah lazernogo termoyadernogo sinteza*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Lebo, I. G. (2007). Primenenie metodov matematicheskogo modelirovaniya fizicheskikh fizicheskikh eksperimentov v studencheskikh diplomnykh proektakh. *Fizicheskoe obrazovanie v vuzah*, 13 (3), 119-138. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Rozanova, S. A. (2024a). Rol' matematicheskogo modelirovaniya fizicheskikh procesov pri vipolnenii issledovatel'skikh proektov studentami tekhnicheskikh universitetov. Mezhdunarodnaya konferenciya «Matematika v sozvezdii nauk. K jubileju rectora MGU Victora Antonovicha Sadovnichego. Tezisi dokladov. Moscow: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta. 1–2 April 2024, 499-500. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Lebo, A. I., Rozanova, S. A. (2024b). Methods of mathematical modeling of physical processes in the implementation of research projects by students of technical universities. *Continuum. Maths. Computer science. Education*, 3(35), 46-59. DOI: 10.24888/2500-1957-2024-3-46-59. (In Russ., abstract in Eng.)
- Lebo, I. G., Nikolaev, M. A. (2025a). Simulation of thin film acceleration into cylindrical channel. 52 International (Zvenigorod) Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion ICPAF-25. Book of abstracts. March 17-21, 181. Moscow: Science and Technology Centr «PLASMAIOFAN». (In Russ.)
- Lebo, I. G., Lebo, A. I. (2025b.) *Sovremennye problemi matematicheskogo modelirovaniya. Teaching guide*. Moscow: MIREA-Russian technological university. (In Russ.)
- Lebo, I. G., Zvorykin, V. D. (2008). The study of turbulent mixing zone development in laser shock tube experiments. *Physica Scripta IOP Publishing, Phys. Ser. T. 132*.

- Meshkov, E. E. (1969). Neustoychivost' granici razdela dvuh gazov uskorjaemih udarnoj volnoj. *Izvestija Akademii Nauk SSSR. Mehanika zhidkosti i gaza*, 5, 151. (In Russ.)
- Richtmyer, R. D. (1960). Taylor instability in shock acceleration of compressible fluids. *Commun. Pure Appl. Math*, 13, 297.
- Roanova, S. A., Karapetyan, V. S. (2015). O sovместnom Rossijsko-Armjanskom proekte «Razvitie motivacii k izucheniju matematiki v uslovijah obrazovanija: shkoli, vuзи, obschestvo». Trudi mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Obrazovanie, nauka, ekonomika v VUZ-ah i shkolah. Integraciya v mezhdunarodnoe obrazovatel'noe prostranstvo». Armenija, Goris, 28 September – 2 October 2015, 15-25. (In Russ.)
- Roanova, S. A., Yagola, A. G., (2023). Lev Dmitrievich Kudryavtsev i Nauchno-metodicheskiy sovet po matematike pri Minobrnauki Rossii. *Continuum. Maths. Computer science. Education*, 1, 100-111. DOI: 10.24888/2500-1957-2023-1-100-111. (In Russ., abstract in Eng.)
- Roanova, S. A. (2003). *Matematicheskaya kul'tura studentov tehničkih universitetov*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Sadovnichiy, V. A. (2002). Obrazovanie, kotoroe my mozhtm poteryat'. Sbornik pod obshej redakcii rectora MGU V.A. Sadovnichego (In Russ.).
- Samarsky, A. A. (1977). *Teoriya raznostnih skhem*. Moscow: Nauka. (In Russ.)
- Samarsky, A. A., Mikhailov, A. P. (2001). *Matematicheskoe modelirovanie. Idei. Metodi. Primeri*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.)
- Samarsky, A. A., Popov, Yu. P. (1992). *Raznostnie skhemi gazovoj dinamiki*. Moscow: Nauka. (in Russ.)
- Smirnov, E. I. (2017). Synergy of researching “A problem zone” of a basic educational element of mathematical education content. *Yaroslavl' Pedagogical Bulletin*, 5, 82-90.
- Taylor, G. I. (1950). The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes. *Proceedings of Royal Society*, V.A201, 192.
- Fal'kov, V. (2024). *Ob izmenenijah v sisteme vishego obrazovaniya v Sovete Federacii Rossii*. 05.06.2024. Minobrnauki.gov.ru. (In Russ.)
- Zel'dovich, Y. B., Rayzer, Yu. P. (1966). *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*. New York: Academic Press.
- Zvorykin, V. D., Veliev, P. V., Rjzin, I. A., Parkevich, E. V., Smaznova, K. T., Ustinovskii, N. N., Shutov, A. V. (2024). KrF laser-driven shock tube: Realization and first experiments. *Fundamental Plasma Physics*. 1, 100046
- Zvorykin, V. D., Krasniuk, I. A., Lebo, I. G., Levchenko, A. O. (2005). Modelirovanie razvitiya oblasti turbulentnogo peremeshivaniya pri lazernom uskorenii tonkih fol'g. *Kratkie soobscheniya po Fizike FIAN*, 9, 34-41. (In Russ.)
- Zvorykin, V. D., Lebo, I. G. (2000). Primenenie moschnogo KrF-lazera dlya issledovaniya sver. *Kvantovaya Electronika*, 30(6), 540-544. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 01.09.2025
Принята к публикации 05.09.2025