DOI: 10.24888/2500-1957-2025-4-23-37

УДК 372.851

ПРИКЛАДНЫЕ ПРОЕКТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СПОСОБ РАЗВИТИЯ КРЕАТИВНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

Котов Валерий Сергеевич
учитель математики
ГБОУ Школа № 1502 «Энергия

Аннотация. В условиях цифровой трансформации образования возрастает необходимость переосмысления подходов к углубленной математической подготовке школьников, направленной на развитие креативности и гибких компетенций. В статье представлена разработка системы специальных дисциплин для учащихся 8–10 классов, реализующая три уровня углубленной подготовки: фундаментальный, межпредметный и прикладной. В основе отбора содержания обучения лежат принципы фундаментальности, межпредметности и практической значимости. Для 8-го класса предложен курс «Начала теории чисел», для 9-го – «Алгоритмизация современных задач», для 10-го – «Актуальные приложения математики». Апробация разработанной системы в учебном процессе показала повышение математической и алгоритмической подготовки школьников, усиление их междисциплинарного креативного мышления, успешное участие школьников в проектной деятельности с представлением её на научно-практических конференциях.

Ключевые слова: креативность, проектная деятельность, углубленная математическая подготовка, междисциплинарное взаимодействие, специальные дисциплины, теоретико-числовые алгоритмы, вычислительные методы, криптография, прикладная математика

Для цитирования: Котов В.С. Прикладные проекты по математике как способ развития креативности школьников // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2025. № 4 (40). С. 23–37. doi.org/10.24888/2500-1957-2025-4-23-37

Права: © В.С. Котов (2025). Опубликовано Елецким государственным университетом им. И.А. Бунина. Открытый доступ на условиях лицензии CC BY 4.0

Введение

В условиях цифровой трансформации и конкуренции за технологическое лидерство система образования переживает серьезные преобразования: от узко дисциплинарных знаний – к развитию креативности, межпредметного мышления и «гибких компетенций», способных адаптироваться к неопределённости будущего (Денищева, 2018). Особенно остро эта задача стоит перед естественно-научным образованием, где математика становится не только инструментом анализа, но и источником инновационных решений актуальных задач. Однако переход от теоретических знаний к их практическому, креативному применению требует переосмысления подходов к углубленной подготовке школьников.

Проектная деятельность, активно внедряемая в образовательные школы (Примерная ООП СОО, 2022), (ФГОС, 2024), открывает широкие возможности для реализации личностного потенциала школьников. Тем не менее, как показывает опыт работы с учащимися московской школы, эффективность проектной деятельности ограничена недостаточной интеграцией смежных дисциплин (Деза, 2023). Современные математические проекты, чтобы быть востребованными, должны выходить за пределы учебных программ: сочетать фундаментальную теорию с прикладными задачами, вовлекать инструменты

программирования для визуализации решений, а иногда – ставить во главу угла именно поиск оптимальных алгоритмов, формируя у школьников навыки вычислительного мышления. Проектная деятельность сегодня является подходящей средой для развития креативности, где ученик учится видеть связи между абстрактной математикой и реальными современными задачами, а педагог – выступает не просто наставником, но и проводником к развитию личностных качеств учащегося (Котов, 2024b).

В настоящей статье мы анализируем, как углубленная математическая подготовка, дополненная элементами программирования и междисциплинарного взаимодействия в рамках проектной деятельности, может стать основой для формирования креативных компетенций школьников.

Методология исследования

На базе межпредметных исследовательских проектов учащихся по математике и информатике, а также на основе анализа математической деятельности и выделения ее предметных особенностей мы смогли не только выделить соответствующие характеристики креативности, но и разбить их на три группы: характеристики мышления, предметные характеристики и характеристики личности.

Так предметные, среди которых *точность, гибкость, способность к структурированию, чувствительность к проблеме,* – соответствуют важным компетенциям, формирующимся в процессе обучения математике. Характеристики мышления отражают умение анализировать информацию, делать выводы, решать проблемы и принимать решения. К характеристикам креативности мышления мы относим *оригинальность и находчивость*. К личностным характеристикам креативности мы относим – *беглость, нестандартность, изобретательность, а также уверенный стиль поведения с опорой на себя* (Котов, 2024a).

В своем исследовании, посвященном разработке основных аспектов методики развития креативности школьников в рамках проектной деятельности по математике на прикладном материале, мы выделяем разработку содержания углубленной математической подготовки в качестве одной из ключевых задач. Так в рамках теоретического исследования были сформулированы *условия развития креативности школьников в рамках проектно-исследовательской деятельности по математике на прикладном материале*:

- *выделение в качестве цели организации учебной и проектной деятельности формирования специальных характеристик креативности (предметных, характеристик мышления и личностных качеств);*
- *углубление фундаментальной математической подготовки школьников на основе реализации межпредметных связей математики и информатики на основе принципа практической значимости и прикладной направленности в рамках курсов специальных дисциплин;*
- *использование прикладных вопросов математики в качестве содержания проектно-исследовательской деятельности;*
- *обеспечение направленной работы на развитие выделенных характеристик креативности на каждом этапе проектно-исследовательской деятельности при организационной поддержке всех этапов проектно-исследовательской деятельности учащихся;*
- *использование выделенных качеств креативности для анализа динамики их развития.*

Решение поставленных в исследовании задач в совокупности образуют компоненты методики *развития креативности школьников в рамках проектно-исследовательской деятельности по математике на прикладном материале.*

На уровне составляющих методики мы используем основные положения системно-деятельностного подхода, принципы фундаментальности, межпредметности и практической значимости как теоретическую основу отбора и формирования содержания углубленной подготовки, направленной на поддержание тем проектно-исследовательской деятельности по математике.

Одним из условий эффективности развития креативности школьников посредством проектно-исследовательской деятельности мы выделили использование специального содержания, которое обладало бы актуальностью (необходимое условие для темы проекта) и потенциалом для получения «реального продукта» (требование к результатам проектной деятельности). Нами были выделены принципы *фундаментальности* (обеспечение глубины содержания), *межпредметности* (прежде всего это межпредметные связи математики и информатики, позволяющие получить «продукт») и *практической значимости* (обоснование актуальности исследования и «продукта») (Котов, 2024b).

В таблице 1 представлены выделенные нами направления углубления математической подготовки и их соответствие выделенным принципам.

Таблица № 1.
Направления углубления подготовки по математике в контексте принципов отбора содержания

	Теоретико-числовые алгоритмы	**Математические основы криптографии**	**Вычислительные методы**
Фундаментальность	Анализ основных проблем построения теоретико-числовых алгоритмов, изучение базовых алгоритмов и трудностей их реализации	Изучение и анализ математических основ цифровой криптографии, выделение нерешенных и требующих оптимизации математических алгоритмов, лежащих в основе современных криптосистем	Изучение и анализ алгоритмов решения классических задач математического анализа, их технологической реализации
Межпредметность	В современных условиях все эти задачи требуют программной реализации и ее оптимизации с точки зрения временных и алгоритмических параметров сложности, что делает необходимым реализацию межпредметных связей математики и информатики		
Практическая значимость	Современные цифровые процессы обеспечиваются именно теоретико-числовыми алгоритмами, и их изучение сегодня востребовано в различных областях деятельности	Современные криптосистемы постоянно модернизируются, неразрешимая их математическая составляющая делает их актуальным объектом исследований	Достижения современных программных технологий позволяют эффективнее решать классические и новые задачи. Изучение новых программных возможностей является актуальной задачей профориентации школьников
Тематики межпредметных исследовательских проектов	Алгоритм Евклида и его модификации, оптимизация арифметических вычислений, факторизация больших натуральных чисел, проблемы больших простых чисел	Реализация классических и современных криптосистем, их сравнительный анализ, изучение криптостойкости действующих систем, перспектив их развития	Применение численных методов для решения уравнений (нелинейных, дифференциальных и др.), моделирования и оптимизации вычислительных процессов, сравнительный анализ трудоемкости и эффективности этих методов для конкретных задач

При этом мы можем выделить уровни углубленной подготовки опираясь на широту области применения изученного материала (см. таблицу № 2).

Таблица № 2.
Возможности учебного материала по выделенным блокам на разных уровнях углубленной подготовки

Уровень углубленной подготовки	**Изучаемый материал**	**Результат**
Фундаментальный	Модальная арифметика, классические и современные способы факторизации, решения задач с простыми числами	Подготовка к ЕГЭ и дальнейшему образованию
Межпредметный	Классические и современные теоретико-числовые алгоритмы, лежащие в основе современной защиты информации, и их реализация посредством программирования	Укрепление междисциплинарных связей, профориентационная работа
Прикладной	Использование теоретико-числовых алгоритмов в теории защиты информации, приближенные значения и их использование в физических разработках	Профориентация, проектная деятельность.

Мы видим, что каждый следующий уровень, по существу, является надстройкой над предшествующим (рис. 1). В каждом из них присутствует подготовка по классической математике, которая, безусловно, является фундаментом к достижению образовательных результатов в области математики (Денищева, 2013). Также отметим, что прикладное направление включает углубленную и межпредметную подготовки как подготовительный

этап. Именно это направление является ключевым фактором для развития и повышения математической зрелости для решения современных задач.

Рис. 1. Уровни дополнительной подготовки

Таким образом, прикладная углубленная подготовка отвечает выделенным нами ранее принципам *фундаментальности, практической значимости и прикладной направленности*. Руководствуясь этими принципами, мы разработали новые специальные дисциплины, содержание которых направленно на обучение школьников современным алгоритмам для решения прикладных задач, что позволит им существенно расширить выбор тем межпредметных исследовательских проектов, рассмотреть и сравнить различные решения одной и той же задачи, исследовать нерешенные на сегодняшний день актуальные задачи и проблемы, проанализировать основные проблемы построения теоретико-числовых алгоритмов, их достоинства и недостатки, сформировать новые представления о межпредметных связях математики и информатики и современных приложениях изученной теории (Деза, 2023).

Результаты

Для учащихся 8-х – 10-х классов в целях обеспечения содержательной составляющей межпредметных исследовательских проектов, а также для повышения их алгоритмической и арифметической вычислительной подготовки нами была разработана *система блочных курсов (специальных дисциплин – СД)*, позволяющая организовать изучение описанных выше прикладных направлений. При этом последовательно будет повышаться уровень углубленной подготовки. Так в 8 классе – это изучение фундаментальных теоретико-числовых основ и вычислительных алгоритмов, что является основой межпредметных связей математики и информатики.

Таблица № 3.

Тематические блоки СД по классам и направлениям подготовки

Класс	Курс СД и направление ПИД	**Теоретико-числовые алгоритмы**	**Математические основы криптографии**	**Вычислительные методы**
8	**Начала теории чисел**	Арифметические функции	Модальная арифметика	Вычислительные алгоритмы
	Направления проектов	Приложения алгоритма Евклида, основной теоремы арифметики	Классические шифры и их применение. Математические основы криптоанализа	Оптимизация вычислительных алгоритмов
9	**Алгоритмизация современных задач**	Конечные цепные дроби	Алгоритмы симметричной криптографии	Численные методы
	Направления проектов	Конечные цепные дроби и их приложения	Реализация Аффинных шифров, блочного шифрования, их криптоанализ	Современные алгоритмические проблемы численных методов
10	**Актуальные приложения математики**	Простые числа и методы факторизации	Алгоритмы ассиметричного шифрования	Бесконечные цепные дроби
	Направления проектов	Тесты простоты, псевдопростые числа, методы факторизации	Современные криптосистемы и проблемы, связанные с их реализацией	Приближенные вычисления иррациональных чисел

В 9 классе – это непосредственно реализация межпредметного взаимодействия математики и информатики в рамках анализа и изучения методов оптимизации современных вычислений и обработки информации.

В 10 классе – это прикладная составляющая: знакомство с самыми современными и актуальными задачами, алгоритмами, их реализующими, и математическими проблемами, лежащими в основе этих алгоритмов (см. таблицу 3).

Остановимся подробнее на содержании разработанных курсов применительно к каждому классу подготовки.

Для обучающихся 8-го класса нами разработана дисциплина «Начала теории чисел», которая включает в себя три блока: «Арифметические функции», «Модальная арифметика» и «Вычислительные алгоритмы» (каждый из которых отражает выделенные прикладные направления подготовки). Эти блоки знакомят учащихся с алгоритмическим подходом к решению математических и межпредметных задач, демонстрируют прикладные возможности привычных алгоритмов и необходимость «глубоких» знаний математики в современной жизни.

Цели и задачи курса:

- расширить арифметические знания и навыки учащихся, повысить интерес учащихся к классическим математическим задачам, развить их вычислительные и алгоритмические навыки;
- познакомить учащихся с модификациями алгоритма Евклида, основными следствиями основной теоремы арифметики, арифметическими функциями и их вычислительными особенностями;
- рассмотреть практические задачи по реализации различных алгоритмов для решения одних и тех же задач и продемонстрировать разную эффективность этих решений в зависимости от различных условий.

Тематическое планирование курса приведено в таблице 4.

Таблица 4.

Тематическое планирование курса «Начала теории чисел»

№	Тема	Кол-во часов	Примечание
Блок 1. Арифметические функции			
1	Основная теорема арифметики	2	Занятия проводятся в форме вычислительных практикумов. Решаются задачи аналогичные задачам №19 ЕГЭ по математике (профиль и база).
2	Число делителей натурального числа	2	
3	Сумма делителей натурального числа	2	
4	Функция Эйлера	2	
5	Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное	2	
6	Практикум по решению задач	2	
Блок 2. Вычислительные алгоритмы			
7	Алгоритм вычисления НОД. Алгоритм Евклида	2	Занятия проводятся в форме вычислительных практикумов с ИКТ поддержкой (готовые пакеты и начала программирования). Решаются задачи по реализации различных модификаций алгоритмов и проводится их анализ трудоемкости.
8	Модификации Алгоритма Евклида. Бинарный алгоритм	2	
9	Расширенный алгоритм Евклида.	2	
10	Решение неопределенных уравнений 1-ой степени	2	
11	Оценка сложности компьютерных арифметических вычислений	1	
12	Быстрое умножение. Быстрое возведение в степень	1	
13	Лабораторная работа «Алгоритмы»	2	
Блок 3. Модальная арифметика			
14	Исторические основы криптографии	2	Занятия проводятся в форме научно-популярных мастер-классов. Решаются прикладные задачи по реализации простейших классических методов шифрования.
15	Шифр Цезаря – начала модальной арифметики	2	
16	Сравнения по модулю. Определение. Свойства	2	
17	Шифр Виженера и простейшие задачи с классами вычетов	2	
18	Итоговое тестирование	2	

Для реализации направления по теоретико-числовым алгоритмам был разработан блок ***«Арифметические функции»***. Он опирается на основную теорему арифметики о представлении натуральных чисел в каноническом виде, что предполагает реализацию разложения чисел на простые множители (Бухштаб, 2008) – задача при всей своей простоте формулировки является самой большой загадкой современной математики и информатики.

Для реализации направления по математическим основам криптографии был разработан блок ***«Модальная арифметика»***. Для обучения современным проблемам, связанным с классическими арифметическими вопросами, учащихся необходимо сначала познакомить с базовыми понятиями *теории сравнений*. Сразу отметим, что они довольно просты и доступны школьникам. Изучение основ теории сравнений также могло бы помочь учащимся в подготовке к решению задачи № 19 Единого Государственного экзамена (ЕГЭ) по математике (Деза, 2011), а также упростить работу с комбинаторными и рекуррентными задачами по информатике и позволить лучше подготовиться к олимпиадам по математике, информатике, криптографии и другим межпредметным олимпиадам.

Для реализации направления по вычислительным методам был разработан блок ***«Вычислительные алгоритмы»***, в рамках которого рассматриваются такие алгоритмы, как алгоритм Евклида и его модификации (нахождение НОД двух чисел), вычислительные алгоритмы (быстрое умножение, оптимизация возведения в степень, компьютерное представление вычислений). Данный блок позволяет познакомить учащихся с межпредметными связями математики и информатики в рамках построения различных арифметических алгоритмов. Изучение каждого из этих направлений приводит нас к анализу вычислительных возможностей человека и компьютера, которые либо ограничивают нас, либо требуют дополнительных знаний для их выполнения.

Данные блоки позволяют повторить и систематизировать учебный материал 5–7 класса (Алгоритм Евклида. Простые числа. Признаки делимости. Представление числа в виде произведения простых чисел. Систематические числа). Решаются задачи: разложение больших чисел на множители (пробные деления, признаки делимости), нахождение НОД и НОК двух натуральных чисел и задачи с ними, вывод признаков делимости для чисел, записанных в другой системе счисления, «быстрое» умножение. Также решаются задачи ГИА, олимпиад по математике и межпредметные задачи (математика + информатика).

Примеры задач блока 8.1 (арифметические функции). Арифметические функции широко представлены в ОГЭ № 19 и ЕГЭ № 19, а также олимпиадных задачах.

1) *(Решу ЕГЭ математика база № 510715)* Найдите натуральное число, большее 1340, но меньшее 1640, которое делится на каждую свою цифру и все цифры которого различны и не равны нулю. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

2) (*Решу ЕГЭ математика профиль № 516054*) Шесть различных натуральных чисел таковы, что никакие два из них не имеют общего делителя, большего 1.

а) Может ли сумма этих чисел быть равной 39?

б) Может ли сумма этих чисел быть равной 34?

в) Какова их минимальная сумма?

3) (*Олимпиадная задача*) Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел, у каждого из которых сумма всех его натуральных делителей (включая само число) двузначна и в 18 раз больше числа его различных натуральных делителей (включая само число).

Примеры задач блока 8.2 (модальная арифметика). Отметим, что формулировки большинства задач не имеют отсылок к теории сравнений, имеют арифметические решения, которые существенно упрощаются при использовании модальной арифметики.

1) Найти последнюю цифру выражения 567^{345}

2) *(Решу ЕГЭ математика база № 510210)* Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

3) *(Олимпиадная задача)* Крестьянка несла на базар корзину яиц. Неосторожный всадник, обгоняя женщину, задел корзину и все яйца разбились. Желая возместить ущерб, он спросил у крестьянки, сколько яиц было в корзине. Она ответила, что числа яиц не знает, но когда она раскладывала по 2, по 3, по 4, по 5 и по 6, то каждый раз 1 яйцо оставалось лишним, а когда она разложила по 7, лишних яиц не осталось. Сколько яиц несла на базар крестьянка?

Примеры задач блока 8.3 (вычислительные алгоритмы). Основной идеей для решения подобного рода задач является – поиск самого быстрого (оптимального) решения в имеющихся

условиях. Отметим, что «ручные» вычисления имеют существенные алгоритмические отличия от вычислений с использованием ЭВМ.

1) Вычислить 457832·236571 методом Карацубы.
2) Возвести 5^{10}, выполнив не более 4 умножений.
3) Вычислить количество битовых операций для вычисления 7·13, 13-7, 7^2.

Для учащихся **9-го класса** в рамках реализации углубленной подготовки и обеспечения тематик межпредметных исследовательских проектов по направлениям «Теоретико-числовые алгоритмы», «Математические основы криптографии и основные вычислительные алгоритмы» нами разработан курс **«Алгоритмизация современных задач»**, который позволяет не только рассмотреть принцип работы основных математических пакетов программ, но и детальнее изучить тематический блок «приближенные вычисления», а также на практике убедиться в сложности арифметических алгоритмов, проанализировать возможности современных приложений для их реализации (Кувайскова, 2014).

Цели и задачи курса:

- углубление и расширение области знаний, развитие интереса учащихся к предмету, их информационных способностей, воспитание и развитие их инициативы и творчества;
- ознакомление с принципами и методами работы математических пакетов Mathcad, MATLAB, WolframAlpha, с прикладными алгоритмами приближенных вычислений и простейшими криптосистемами.
- тестирование возможностей изученных программ по реализации и анализу основных арифметических алгоритмов.

Курс состоит из трех блоков: «Конечные цепные дроби», «Численные методы», «Алгоритмы симметричной криптографии». Тематическое планирование курса приведено в таблице 5.

Таблица № 5.

Тематическое планирование курса «Численные методы»

№	Тема	Кол-во часов	Примечание
Блок 1. Конечные цепные дроби			
1	Конечные цепные дроби	2	Занятия проводятся в форме вычислительных практикумов и лабораторных работ. Решаются задачи практического содержания, демонстрирующие межпредметные связи математики, информатики и физики.
2	Подходящие дроби и их свойства	2	
3	Приближение с заданной точностью. Наилучшие приближения	2	
4	ЛР «Приложения цепных дробей»	2	
5	ЛР «Конечные цепные дроби в физике»	2	
6	ЛР «Алгоритмизация приближенных вычислений»	2	
Блок 2. Численные методы			
7	Язык математических вычислений пакета Mathcad	3	Занятия проводятся в формате мастер-классов и лабораторных работ с использованием специальных пакетов программ. Решаются задачи по реализации изученных алгоритмов в различных средах программирования.
8	ЛР «Решето Эратосфена. Алгоритм Евклида»	2	
9	Графические возможности пакета Mathcad	2	
10	Язык математических вычислений пакета MATLAB	3	
11	ЛР «Метод Ньютона, биекция и цепные дроби»	2	
12	Графические возможности пакета MATLAB	2	
Блок 3. Алгоритмы симметричной криптографии			
14	Аффинные шифры и модальная арифметика	2	Занятия проводятся в форме научно-популярных мастер-классов. Решаются прикладные задачи по реализации симметричных методов шифрования.
15	Решение сравнений. Деление по модулю	2	
16	Криптоанализ аффинных систем	2	
17	Взаимообратные преобразования	2	

Данный курс продолжает материал 8-го класса и рассматривает приложения алгоритма Евклида к сокращению дробей, приближенных вычислениям в физике (передаточное число и расчет сопротивления), продолжает алгоритмическую линию и методы оптимизации для вычислительных алгоритмов с использованием пакетов программ, а также начинает рассмотрение современных приложений теоретико-числовых алгоритмов, а именно алгоритмов, обеспечивающих защиту информации.

Блок 9.1. Конечные цепные дроби.

1) Вычислите передаточное отношение зубчатой передачи двух шестерен с зубьями 8 и 132, 6 и 26, 9 и 181.

2) У вас имеется огромное количество одинаковых резисторов единичного сопротивления. Возможно ли, комбинируя их (то есть соединяя параллельно и/или последовательно) в электрической цепи, составить схему, имеющую сопротивление $\frac{22}{7}$? (Отметим, что использование аппарата цепных дробей позволяет вместо 154 резисторов использовать только 10).

Блок 9.2. Алгоритмы симметричной криптографии

1) Указать не менее 7 различных шифров подстановки.

2) Сколько существует аффинных преобразований при N=30?

3) *(Олимпиадная задача)* Стандарт EAN (*European Article Number* — европейский номер товара) сейчас является Международным номером товара. Штрихкоды EAN обычно состоят из 13 цифр, представленных черными полосами и пробелами, вместе образующими двоичный код. Цифры делятся на три группы: код страны; компания и продукт, и последняя цифра - контрольный код. Для вычисления контрольного кода надо сложить цифры на нечетных позициях, начиная с левой и без учета контрольной и утроенную сумму цифр на четных позициях. Тогда контрольная цифра дополняет общую сумму до значения, кратного 10 (Гомес, 2014). Для кода 841387100304* контрольная цифра 9. Восстановите на штрихкоде стертую цифру:

3	4	1	0	4	5	8		2	5	9	2	6

Примечание: задачи непосредственно с использованием теории сравнений направлены на анализ теории и требуют неалгоритмичных решений.

Блок 9.3. Численные методы

1) Напишите программу в Mathcad для вычисления факториала числа n!

2) Реализуйте алгоритм «Решето Эратосфена» для нахождения всех простых чисел до N.

3) Реализуйте метод биекции для нахождения корня уравнения $f(x) = x^3 - 2x - 5$.

Примечание: задачи направлены на компьютерную реализацию широко применяемых численных методов. Целью таких задач является не только демонстрация работы пакетов математических программ, но и сравнительный анализ временных затрат и теоретической сложности алгоритмов.

10-й класс – самый благоприятный период для изучения прикладных вопросов в связи с тем, что учащиеся не обременены подготовкой к государственной итоговой аттестации, но при этом имеют достаточный уровень знаний для более серьезных исследований. Курс СД **«Актуальные приложения математики»** разработан с целью не только обучить школьников новым теоретическим знаниям, но и показать зависимость современного мира от прикладных вопросов математики. Курс состоит из 3-х блоков: «Простые числа и факторизация», «Алгоритмы ассиметричного шифрования» и «Бесконечные цепные дроби». Опираясь на курс СД, изученный в 9-м классе, у обучающихся не возникает проблем с вычислениями. Разработанный курс является междисциплинарным (включает занятия по математике и информатике). Тематическое планирование курса приведено в таблице 6.

Цели и задачи курса:

- углубить и расширить область знаний, развитие интереса учащихся к предмету, продемонстрировать межпредметные связи математики и информатики;
- познакомить учащихся с современными теоретико-числовыми алгоритмами, опирающимися на простые числа, приложениями изученной теории в современной теории защиты информации.

- протестировать возможности реализации различных алгоритмов для решения актуальных прикладных задач.

Учащиеся 10-го класса максимально настроены на проектно-исследовательскую деятельность в контексте своей будущей профессиональной деятельности, не только заинтересованы в положительном результате проекта, но и нацелены на всестороннее развитие своих возможностей. Таким образом, материал, предлагаемый учащимся, направлен на фундаментальное углубление их математической подготовки, поддерживается междисциплинарными связами, прежде всего с информатикой, а также содержит прикладные вопросы наиболее актуальные для современного общества, которые демонстрируют роль математики и ее развития в науке.

Таблица 6.

Тематическое планирование курса «Актуальные приложения математики»

№	Тема	Кол-во часов	Примечание
Блок 1. Простые числа и факторизация			
1	Простые числа. Метод пробного деления и решето Эратосфена	2	Занятия проводятся в форме лабораторных практикумов. Решаются прикладные задачи с использованием программной реализации.
2	Критерии простоты	2	
3	Вероятностные алгоритмы. Тесты простоты.	2	
4	Теорема Ферма. Тест Ферма.	2	
5	Псевдопростые числа. Числа Пуле. Числа Кармайкла	2	
6*	Символ Якоби.Тест Соловэя -Штрассена	2	
7	Классические методы факторизации.	2	
8*	Современные методы факторизации. Метод Крайчика	2	
9	Лабораторная работа	2	
Блок 2. Бесконечные цепные дроби			
10	Бесконечные цепные дроби	2	Занятия проводятся в форме вычислительных практикумов с ИКТ поддержкой (готовые пакеты и программирование). Решаются прикладные задачи по использованию наилучших приближений в различных отраслях науки и искусства.
11	Приближения иррациональных чисел рациональными.	2	
12	Представление квадратичных иррациональностей в виде бесконечных цепных дробей.	2	
13	Наилучшие приближения в науке и искусстве	2	
14	Лабораторная работа «Нахождение наилучших приближений»	2	
Блок 3. Алгоритмы ассиметричного шифрования			
15	Системы RSA	2	Занятия проводятся в форме научно-популярных мастер-классов. Решаются прикладные задачи по реализации современных методов шифрования.
16	Генерация ключей к RSA	2	
17	Электронная подпись	2	
18	Проблемы вскрытия системы RSA	2	
19	Итоговое тестирование	2	

Блок 10.1 Простые числа и методы факторизации

Для этого блока разработана трехуровневая система задач, обеспечивающая межпредметное взаимодействие обучения.

Первый уровень направлен на отработку теоретических положений и освоение учащимися базовых примеров: использование выделенных алгоритмов «вручную».

Второй уровень предполагает решение аналогичных задач, но с использованием той или иной ИКТ-поддержки. Как правило, по формулировкам они мало отличаются от задач первого уровня, однако требуют более громоздких вычислений, что в вопросах с простыми числами происходит довольно быстро.

Третий уровень представляют задачи, решение которых требует использования современных программных средств работы с большими простыми числами (см. таблицу №7).

Задачи этого блока требуют взаимодействия теоретического (математика) и практического (информатика) знания, что позволяет наглядно демонстрировать применение междисциплинарного взаимодействия в различных «трудоёмких» вычислениях.

Блок 10.2. Алгоритмы ассиметричного шифрования. Данные задачи требуют серьезного теоретического осмысления изученного материала, анализа возможностей для

достижения поставленной цели, что отвечает нашим финальным целям (Деза, 2018; Деза, 2022).

1) Найдите все пары совпадающих ключей при использовании системы «без передачи ключей» по модулю 31.

2) В системе «с открытым ключом», использующей модуль 259, укажите количество возможных пар шифрующих ключей, соответствующих этому модулю (с учётом порядка).

4) Почему число 2047 будет неудачным выбором для модуля в системе «с открытым ключом»? Приведите примеры подобных «неудачных» модулей.

Таблица № 7.

Основные примеры задач курса

Уровень углубленной подготовки	***Фундаментальный***	***Межпредметный (информатика)***	***Прикладной***
		Блок: Простые числа и факторизация	
Основная цель	***Отработать новую теорию***	***Систематизировать теорию, разобрать алгоритм решения***	***Выполнить программную реализацию решения***
Примеры заданий	Проверьте, являются ли данные числа простыми.	Составьте алгоритм проверки числа на простоту методом пробных делений.	Напишите программу, позволяющую выполнять проверку простоты числа методом пробного деления для пятизначных чисел.
	С помощью решета Эратосфена найдите все простые числа на отрезке [*a; b*].	Составьте алгоритм реализации решета Эратосфена на произвольном промежутке.	Напишите программу, реализующую алгоритм решета Эратосфена на заданном промежутке четырехзначных чисел.
	Представьте числа 15, 17, 19, 21 в виде разности квадратов двумя способами. Для каких из этих чисел это невозможно?	Разложите на множители числа 3233, 3337, 4661 методом Ферма и методом сдвига (используйте доступные вам вычислительные приложения).	Реализуйте алгоритм разложения на два множителя четырехзначных чисел методом Крайчика. Проверьте трудоемкость алгоритма на разных видах (по составу) чисел.
Лабораторные работы	1) Проверьте, является ли число 91 псевдопростым по основаниям 2, 5. 2) Найдите по крайней мере 10 оснований по которым число 91 псевдопросто. 3) Найдите наименьшее псевдопростое по основанию 5. 4) Найдите все основания, по которым число 25 является псевдопростым.	1) Составьте алгоритм (программный код), проверяющий четырехзначное число на принадлежность к числам Кармайкла. 2) Проверьте, что числа 1105, 1729, 2465, 2821, 6601 являются числами Кармайкла. 3) Проведите проверку чисел на простоту на заданном промежутке (отсеките очевидно не подходящие).	1) Напишите программу, реализующую вероятностные алгоритмы проверки чисел на простоту. 2) Исследуйте алгоритмы с точки зрения числа ошибок, допускаемых ими в зависимости: а) от вида числа; б) от числа прогонов теста. 3) Измерьте и сравните время работы алгоритмов. Оформите результаты в виде таблиц и графиков и проведите обоснование полученных результатов.

Блок 10.3 Бесконечные цепные дроби.

Задача: Найдите наилучшее приближение к числу π, с точностью до 8 знаков после запятой.

Задачи этого блока требуют взаимодействия теоретического (математика) и практического (информатика) знания, что позволяет наглядно демонстрировать применение междисциплинарного взаимодействия в различных «трудоемких» вычислениях. Наглядно это можно заметить в ходе решения представленной задачи (см. табл. 8).

Таблица 8.

Результаты работы программы

Количество вложений	Рациональное приближение числа π ≈3,141592653589793	Количество совпавших цифр после запятой
2	$\frac{22}{7} \approx 3,\underline{\mathbf{14}}2$	2
3	$\frac{333}{106} \approx 3,\underline{\mathbf{1415}}0943$	4
4	$\frac{355}{113} \approx 3,\ \underline{\mathbf{141592}}92$	6
5	$\frac{103993}{33102} \approx 3,\underline{\mathbf{1415926530}}$	9
6	$\frac{104348}{33215} \approx 3,\underline{\mathbf{1415926539}}$	9
7	$\frac{208341}{66317} \approx 3,\underline{\mathbf{141592653}}46$	9
8	$\frac{312689}{99532} \approx 3,\underline{\mathbf{141592653}}6$	9

Целью данного обзора было продемонстрировать спектр вопросов и задач, которые могут быть рассмотрены учащимися в рамках теоретико-числовой и алгебраической линии и их современных приложений. Данные задачи предоставляют обучающимся возможности для саморазвития, знакомят их с актуальными цифровыми проблемами современности, тем самым выполняя профориентационную функцию, а также предоставляют им возможности для проявления ими своих предметно-ориентированных качеств. Оригинальность, точность, беглость, чувствительность к проблеме и другие выделенные характеристики креативности являются спутниками возможности их становления и самосовершенствования.

Выводы

Проведенное исследование подтвердило, что интеграция междисциплинарных прикладных блоков в систему углубленной математической подготовки не только усиливает предметную грамотность школьников, но и формирует у них целостное понимание связей между науками. Реализованные в рамках проектной деятельности темы – от криптографии до математического моделирования реальных процессов – продемонстрировали высокую эффективность: работы учащихся получили признание на городских научно-практических конкурсах и конференциях (см. табл. № 9), а сам процесс подготовки проектов стал инструментом профориентации, помогая школьникам осознать практическую значимость математики в цифровых профессиях.

Таблица 9.

Поддержка тематическими блоками СД проектной деятельности учащихся

№	Тема проекта	Класс	Блоки СД повлиявшие на результат	Результаты участия
1	Алгоритм Евклида	8	8.3 «Вычислительные алгоритмы»	Призер «Потенциал», призер «Спектр»
2	Простые числа	8	8.1 «Арифметические функции» 8.2 «Модальная арифметика»	Участник конференции «Потенциал»
3	Цепные дроби и их приложения	8,9	8.3 «Вычислительные алгоритмы» 9.1 «Конечные цепные дроби» 9.3 «Численные методы»	Участник конференции «Потенциал»
4	Криптография и методы шифрования	8,9	8.2 «Модальная арифметика» 9.2 «Алгоритмы симметричной криптографии»	Призер «Потенциал», участник заключительного этапа «Наука для жизни», победитель «Спектр»
5	Факторизация натуральных чисел	10	8.1 «Арифметические функции» 8.3 «Вычислительные алгоритмы» 9.1 «Конечные цепные дроби» 10.1 «Простые числа и методы факторизации»	Участник заключительного этапа «Инженеры будущего», участник конференции «Потенциал»
6	Цепные дроби и иррациональности	10	8.3 «Вычислительные алгоритмы» 9.1 «Конечные цепные дроби» 10.3 «Бесконечные цепные дроби»	Победитель «Потенциал», победитель «Спектр»
7	Численные методы	10	8.3 «Вычислительные алгоритмы» 9.3 «Численные методы»	Призер «Спектр», участник заключительного этапа «Инженеры будущего», участник заключительного этапа «Наука для жизни»
8	Простые числа в науке и технике	10	8.1 «Арифметические функции» 8.2 «Модальная арифметика» 8.3 «Вычислительные алгоритмы» 10.1 «Простые числа и методы факторизации» 10.2 «Алгоритмы ассиметричного шифрования»	Призер «Потенциал», призер «Спектр»,
9	Фигурные числа в алгоритмах	10	8.1 «Арифметические функции» 10.1 «Простые числа и методы факторизации»	Победитель «Спектр», призер «Наука для жизни. Многообразие науки», призер «Инженеры будущего»

Из таблицы мы видим, что основные результаты приходятся на учащихся 8-х и 10-х классов. Это связано, прежде всего, с тем, что учащиеся 9-х и 11-х классов в большей степени настроены на подготовку к итоговой аттестации. Однако мы видим, что работа «Криптография и методы шифрования», которая имела успешное начало в 8-ом классе и была прекрасна представлена ребятами на конференциях, определила их дальнейшую траекторию обучения, связавшую их с инженерной отраслью в институте НИУ МФТИ. Отметим, что результаты 10-го класса имеет накопительный эффект, благодаря той работе, которая была проведена в рамках разработанных блоков СД для 8, 9 и 10 классов, что подчеркивает ключевой принцип: креативность и междисциплинарная компетентность формируются системно, при условии последовательного усложнения задач и поддержки исследовательского интереса.

Результатом проведения тематических блоков СД, разработанных нами, в этих классах стало увеличение заявок на проектные работы на будущий год по приложениям математики.

В рамках педагогического эксперимента на контролирующем этапе для анализа влияния содержания специальных дисциплин на предметные характеристики креативности, а также на общую математическую подготовку школьников были проведены двукратные опросы учащихся (до и после изучения дисциплин). Вопросы с возможными вариантами ответа представлены в таблице № 10.

Таблица 10.
Повторный опрос учащихся ИТ-классов

Вопрос	Варианты ответа
1) Знаете ли Вы, в каких областях необходимы сегодня глубокие знания математики?	Свободный ответ (Ответы детей: ИТ, инженерия, физика, биология, другое (криптография, проектирование, экономика, статистика))
2) Какие качества развивает математика?	- точность, - способность к структурированию, - оригинальность, - изобретательность, - гибкость
3) Нужна ли креативность современному человеку?	- да - нет
4) Может ли математика развивать креативность?	- да - нет
5) Помогает ли связь математики и информатики для изучения технических предметов?	- да - нет
6) Помогают ли СД по прикладным вопросам математики заинтересовать на углубленное изучение математики?	- да - нет

Опрос проводился среди учащихся 8-х и 10-х классов ИТ направления. В ответах на первый вопрос, и до, и после проведения занятий, в лидирующих позициях оказались ИТ-сфера и инженерия, однако после проведения дисциплин учащиеся стали отмечать и более узкие, но немаловажные изученные сферы, такие как криптография, проектирование и др. Во втором вопросе основным ответом были точность и способность к структурированию; стоит отметить, что при повторном опросе показатели изобретательности заметно выросли, что позволяет сделать вывод об успешной демонстрации возможностей математики для дальнейших исследований. Обучающиеся также отмечали повышение способности структурировать и алгоритмизировать получаемые знания при изучении других технических предметов. В связи с этим наш опрос был дополнен еще двумя вопросами: «Помогает ли связь математики и информатики для изучения технических предметов?» и «Помогают ли СД по прикладным вопросам математики заинтересовать на углубленное изучение математики?». Отвечая на них, более 75 % опрашиваемых сочли полезными знания, полученные на СД по прикладным вопросам математики для изучения остальных предметов.

Отвечая на третий вопрос, уже более 85 % опрашиваемых сочли необходимыми глубокие знания по математике; отметим, что при начальном опросе 73% опрошенных дали положительный ответ. На вопрос про развитие креативности на этот раз 80% учащихся ответили положительно, что в сравнении с начальным опросом (20%) демонстрирует существенные изменения в мнениях обучающихся и их взглядов на математику как предмет.

Таким образом, предложенная модель углубленной подготовки, сочетающая фундаментальную математику с прикладными, практико-ориентированными модулями, доказала свою жизнеспособность. Она не только повышает академические результаты, но и создает условия для развития «гибких навыков» – от алгоритмического мышления до умения работать креативно с неопределенностью. Полученные данные указывают на перспективу использования дополнительного математического образования в рамках элективных курсов и специальных дисциплин для выстраивания траектории учебно-исследовательской деятельности учащихся, и их профессионального самоопределения.

Список литературы

Бухштаб А.А. Теория чисел: Учебное пособие. 3-е изд., стер. СПб: Изд-во «Лань», 2008.

Гомес Ж. Мир математики: в 40 т. Вып.2: Математики, шпионы, хакеры. Кодирование и криптография. Пер. с англ. Вып.2 2014.

Деза Е.И., Котова Л.В. Введение в криптографию: Теоретико-числовые основы защиты информации. (Основы защиты информации №14). М: ЛЕНАНД, 2018.

Деза Е.И., Котова Л.В. Сборник задач по теории чисел. М.: URSS, 2011.

Деза Е.И., Котова Л.В., Лебедева Е.С., Котов В.С. Креативность студентов и школьников при работе над индивидуальными исследованиями в области современных приложений математики // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования. Сборник тезисов докладов международной научной конференции. Елец, 2023. С. 121–126.

Деза Е.И., Котова Л.В., Лебедева Е.С., Котов В.С. О месте математических основ криптографии в подготовке студентов и школьников // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования. Сборник тезисов докладов международной научной конференции. Елец, 2022. С. 128–131.

Денищева Л.О., Захарова А.Е., Зубарева И.И. Теория и методика обучения математике в школе. М., 2013.

Денищева Л.О., Краснянская К.А. Формирование компетенций XXI века средствами учебных предметов // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2018. Т. 15. № 2. С. 165–173.

Котов В.С. Креативность школьников в контексте проектной деятельности по математике // Современное педагогическое образование. 2024. №9. С. 124–132.

Котов В.С. Проектная деятельность как инструмент развития креативности школьников // Современное педагогическое образование. 2024. №11. С. 417–427.

Кувайскова Ю.Е. Численные методы. Лабораторный практикум: учебное пособие. Ульяновск: УлГТУ, 2014.

Примерная основная образовательная программа СОО. Режим доступа: http://mosmetod.ru/metodicheskoe-prostranstvo/documenti/primernaya-osnovnaya-obraz-programa-srednego-obshego-obrazov.html (дата обращения: 19.05.2022).

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, утверждённого приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 18.07.2022 № 568. – Режим доступа: https://fgosreestr.ru/uploads/files/46593b22b760accc6966815c78e5b95e.pdf (дата обращения: 16.09.2024).

Информация об авторе

Котов Валерий Сергеевич; учитель математики; ГБОУ Школа № 1502 «Энергия» (Российская Федерация, 111555, г. Москва, ул. Молостовых, д. 10а); E-mail: valekotov.rab@mail.ru; ORCID: 0009-0008-7736-4394

APPLIED MATHEMATICS PROJECTS AS A WAY TO DEVELOP SCHOOLCHILDREN'S CREATIVITY

Kotov V. S.
Mathematics teacher

GBOU School № 1502 "Energy"

Abstract. The need to develop creativity and flexible skills in modern schoolchildren requires a rethinking of approaches to in-depth mathematical training. The article presents a system of special disciplines developed by the author for students in grades

8–10, implementing three levels of in-depth training: fundamental, interdisciplinary and applied. The selection of training content is based on the principles of fundamentality, interdisciplinarity and practical significance. For the 8th grade, the author offers the course “Fundamentals of Number Theory,” for the 9th grade – “Algorithmization of Modern Problems,” and for the 10th grade – “Current Applications of Mathematics.” Approbation of the developed system in the educational process showed an increase in the mathematical and algorithmic training of schoolchildren, strengthening their interdisciplinary creative thinking, successful participation of schoolchildren in project activities with its presentation at scientific and practical conferences.

Keywords: creativity, project activity, advanced mathematical training, interdisciplinary interaction, special disciplines, number-theoretic algorithms, computational methods, cryptography, applied mathematics

For citation: Kotov V. S. (2025). Applied mathematics projects as a way to develop schoolchildren's creativity. *Continuum. Maths. Computer Science. Education*, 4(40), 23–37. doi.org/10.24888/2500-1957-2025-4-23-37

Copyright: © V. S. Kotov (2025). Published by Bunin Yelets State University. Open access under the Creative Commons Attribution 4.0 License

References

Buhshtab, A. A. (2008). *Teoriya chisel: Uchebnoe posobie*. 3-e izd., St. Petersburg: Lan'. (In Russ.).

Denishcheva, L. O., Zaharova, A. E., Zubareva, I. I. (2013). *Teoriya i metodika obucheniya matematike v shkole*. Moscow. (In Russ.).

Denishcheva, L. O., Krasnyanskaya, K. A. (2018). Formation of competencies of the XXI century by means of educational subjects. *Vestnik Rossijskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Informatizaciya obrazovaniya*, 15(2), 165-173 (In Russ., abstract in Eng.).

Deza, E. I., Kotova, L. V. (2011). *Vvedenie v kriptografiyu: Teoretiko-chislovye osnovy zashchity informacii*. (Osnovy zashchity informacii №14). Moscow: LENAND. (In Russ.).

Deza, E. I., Kotova, L. V. (2011*). Sbornik zadach po teorii chisel. Moscow*: URSS. (In Russ.).

Deza, E. I., Kotova, L. V., Lebedeva, E. S., Kotov, V. S. (2023). Kreativnost' studentov i shkol'nikov pri rabote nad individual'nymi issledovaniyami v oblasti sovremennyh prilozhenij matematiki [On manifestations of creativity of students and pupils when working on individual research in the field]. *Fundamental'nye problemy obucheniya matematike, informatike i informatizacii obrazovaniya. Sbornik tezisov dokladov mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii*. (pp. 121-126) Yelets, Eleckij gosudarstvennyj universitet im. I.A. Bunina. (In Russ.).

Deza, E. I., Kotova, L. V., Lebedeva, E. S., Kotov, V. S. (2022). O meste matematicheskih osnov kriptografii v podgotovke studentov i shkol'nikov [On the place of the mathematical foundations of cryptography in the training of students and pupils]. *Fundamental'nye problemy obucheniya matematike, informatike i informatizacii obrazovaniya. Sbornik tezisov dokladov mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii*. (pp. 128-131) Yelets, Eleckij gosudarstvennyj universitet im. I.A. Bunina. (In Russ.).

Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart osnovnogo obshchego obrazovaniya, utverzhdyonnogo prikazom Ministerstva prosveshcheniya Rossijskoj Federacii ot 18.07.2022 № 568. Retrieved from: https://fgosreestr.ru/uploads/files/46593b22b760accc6966815c78e5b95e.pdf.

Gomes, Zh. (2014). *Cryptography: Mathematics of, Spies and Hackers*.

Kotov, V. S. (2024). Creativity of schoolchildren in the context of project activities in mathematics. *Sovremennoe pedagogicheskoe obrazovanie*, 9, 124-132 (In Russ., abstract in Eng.).

Kotov, V. S. (2024). Project activities as a tool for the development of creativity of schoolchildren. *Sovremennoe pedagogicheskoe obrazovanie*, 11, 417-427 (In Russ., abstract in Eng.).

Kuvajskova, Yu. E. (2014). *Chislennye metody. Laboratornyj praktikum: uchebnoe posobie*. Ul'yanovsk: UlGTU. (In Russ.).

Primernaya osnovnaya obrazovatel'naya programma SOO. Retrieved from: http://mosmetod.ru/metodicheskoe-prostranstvo/documenti/primernaya-osnovnaya-obraz-programa-srednego-obshego-obrazov.html.

Information about the author

Valery S. Kotov; Mathematics Teacher; Secondary School No. 1502 "Energy" (Molostovykh Street, 10a, Moscow, 111555, Russian Federation); E-mail: valekotov.rab@mail.ru; ORCID: 0009-0008-7736-4394

Статья поступила в редакцию 17.11.2025
Принята к публикации 27.11.2025
Статья опубликована 16.12.2025