DOI: 10.24888/2500-1957-2026-2-21-35

УДК 372.851

МОДЕЛЬ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ ИНТЕРВАЛОВ ДИДАКТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ И ОСНОВАННАЯ НА НЕЙ МЕТОДИКА

Лувсандорж Цогдов
Доктор наук, профессор
Монгольский государственный университет образования

Тувшинзаяа Юра
Преподаватель начального образования
Архангайский филиал Монгольского государственного университета образования

Аннотация. Система математических знаний имеет структуру концентрических кругов, обусловленную когнитивным расширением. Дидактика математики рождается из дидактического преобразования знаний, соответствующих каждому концентрическому кругу математического содержания. Этот принцип объясняет сущность дидактического расширения предмета через дидактическое преобразование математического содержания, являющегося результатом когнитивного расширения. Пусть знание A2 будет математическим расширением знания A1. Если D1, порождённая в результате дидактического преобразования содержания, является дидактикой для знания A1; а D2 – для знания A2, то D2 будет дидактическим расширением D1. На основе использования приведённого выше определения дидактического расширения конструирована модель концентрических интервалов дидактических решений математики, и на её основе представлена дидактическая и методологическая ориентация, которая будет обсуждаться в рамках данной статьи.

Ключевые слова: дидактическое расширение, модель концентрических интервалов дидактических решений

Для цитирования: Лувсандорж Ц., Тувшинзаяа Ю. Модель концентрических интервалов дидактических решений и основанная на ней методика // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2026. № 2 (42). С. 21–35. doi.org/10.24888/2500-1957-2026-2-21-35

Введение

Дети и взрослые, изучающие математику, становятся умными, честными, уверенными в себе и скромными. Поэтому во многих странах мира, в том числе и в нашей стране придаётся большое значение математическому образованию подрастающего поколения. В рамках этой политики каждый монгольский ребёнок изучает математику в детских садах и общеобразовательных школах в общей сложности 18 лет. По этой причине математика занимает большую часть общеобразовательной программы нашей страны. В связи с этим значительную часть переменных затрат на предоставление общего образования для каждого ребенка занимают расходы на изучение и преподавание математики. Умные, честные, уверенные в себе, скромные граждане являются ценным богатством общества. Общество с такими гражданами – богатое, процветающее и благополучное. Именно математика является основой для создания такого богатого, гуманного, процветающего общества. Однако качество курсов и преподавания математики в общеобразовательных школах нашей страны не соответствует потребностям и требованиям общества, движимого человеческим развитием, общества, которое ставит во главу угла прогресс и благополучие людей.

На протяжении многих лет качество математического образования в системе общего образования нашей страны было крайне неудовлетворительным, а средний показатель успеваемости по математике был очень низким. В течение долгого времени результаты ОВЭ (общий вступительный экзамен) по математике демонстрировали средний показатель в пределах от 10–30%. Тот факт, что средний показатель ОВЭ по математике имеет большой разброс, большое отклонение, а надежность и валидность самого экзамена проблематичны является острой проблемой дидактики математики. Для решения этой проблемы требуется выявить и контролировать взаимосвязи многих факторов. И это требует проведения обширных и масштабных исследований.

Качество урока зависит от качества его содержания, а качество содержания зависит от качества дидактического преобразования содержания, качество дидактического преобразования зависит от качества включённой деятельности (Borovik, 2008). Качество математического образования в конечном итоге определяется совокупностью качеств многих единиц обучения. Качество каждого отдельного урока математики напрямую зависит от дидактической разработки учителем, дидактических решений и методики. Отсюда следует, что качество математического образования, а в итоге прогресс и развитие общества, в котором приоритетным является развитие человека, в первую очередь определяется качеством метода преподавания, качеством дидактических решений и дидактического преобразования содержания.

В связи с этим перед учителями математики встаёт вопрос о совершенствовании тематических разработок и дидактических решений содержания. С одной стороны, этот вопрос связан с качеством преподавания, а с другой, относится к области дидактики, которая является искусством обучения.

Для решения этого вопроса, возникающего перед учителями математики, в рамках этой статьи мы предлагаем разработанную нами “концентрическую модель дидактических решений”. Используя основные концепции, как дидактическое преобразование содержания и дидактическое расширение, путём дидактического преобразования математического содержания для каждого концентрического круга, нами была разработана и апробирована дидактическая техника.

Изученность темы

Дословно заимствованное на монгольский язык слово “дидактик”, “дидактика” на русском языке, “didactics” на английском языке происходит от древнегреческого слова “did-askein, didascalia, didascalica”. Слово “Didaskein” означает учить, развивать, обрабатывать (Oerbaek, 2010). В Древней Греции (с VIII-VI века до н.э. по 600 год н.э.) термин “Didaskalei-on” употребляли при проведении репетиций учителей музыки и хоровых дирижеров (Illich, 1995). Работа французского философа Гуго Сен Виктора “Didascalicon”, опубликованная в 1120 году, была признана учебником по дидактике высшей школы Эпохи Возрождения (XIV-XV век) (Grabmann, 1998). 500 лет спустя немецкий педагог Вольфганг Ратке (1571–1635) в своей лекции “Искусство обучения Ратихии” впервые назвал дидактику искусством. Чешский педагог Ян Амос Коменский (1592-1670) написал свой главный труд “Великая дидактика” на чешском языке, который в 1638 году был переведён на латинский язык. В нём он называл дидактику “универсальным искусством обучения всех всему” (Коменский, 1989). Помимо основоположников, отцов дидактики Вольфганга Ратке, Яна Амоса Коменского в результате труда и вклада великих педагогов и дидактиков как И.Ф. Гербарт (1762-1841), К.Д. Ушинский (1824-1870), Д. Дьюи (1859-1952), И.Г. Песталоци (1746-1827), П.Ф. Каптерев (1849-1922), М.А. Данилов (1899-1973), Б.П. Есипов (1894-1967), М.Н. Скаткин (1990-1991), Л.В. Занков (1901-1977), Ж. Пиаже (1896-1980), Л. Выготский (1898-1965) значение и содержание дидактики ещё больше обогатилось и развивается в концепцию, предмет и область исследования, которая фокусируется на взаимосвязи трех ключевых понятий образования “учитель – ученик – содержание образования”.

Дидактика – это наука, которая стремится объяснить и ответить на вопрос «кого, чему и как учить?» (обучать, преподавать, руководить и направлять), изучая явления преподавания, обучения и исследования через три основные переменные: «учитель – ученик – содержание образования», а также основные отношения «учитель – ученик», «учитель – содержание образования» и «ученик – содержание образования», и отношения между ними. Науку дидактики и сущность принято моделировать, представляя три основные переменные как вершины треугольника, а отношения между ними – как стороны треугольника с этими вершинами. Среди специалистов эта модель принято называть дидактическим треугольником (Oerbaek, 2010, p. 5).

С одной стороны эта модель служит теоретической ориентацией для понимания и эффективного применения дидактики, а с другой стороны, руководством и направлением для методов, технологий, дидактических решений, дидактических преобразований (Боровик, 2008), дидактических реконструкций (Mäntylä, 2011) и дидактической инженерии (Tchoshanov, 2013).

Методика исследования

Учитывая характер и особенности выдвинутой проблемы, а также цели, поставленные в рамках исследования в качестве философии, общего направления и ориентации исследования был выбран холизм; в качестве метода сбора данных, фактов и информации из первичных и вторичных источников – кейс-метод или метод конкретных ситуаций и мета-анализ; для выводов, умозаключений и саморефлексии – системный подход, диалектическая логика, индуктивный метод, метод интуиции; в качестве методологии – метод построения теории и интерпретации. Ниже кратко изложено обоснование выбора вышеуказанных методов, методологий и теоретических подходов.

Суть холизма[1], философии нашего исследования, заключается в том, что “целое всегда есть нечто большее, чем простая сумма его частей”[2], “Маленькие вещи могут иметь большое влияние на целое”. Таким образом, холизм подчеркивает необходимость учёта всех факторов и переменных, а также рассмотрение объекта и субъекта исследования как единого целого. Эта особенность и подход отличают холизм от редукционизма[3], который является “еще одной философией исследования, целью которой является познание целого путём деления целого на части, изучения каждой части, и наконец, суммирования результатов частей”. Начиная с XVII века, который часто называют веком научной революции, и до конца XIX века основой научного мышления был редукционизм, а с начала XX века в исследовании стал использоваться холизм (Лувсандорж, 2014).

В данном исследовании, холизм служит общим методологическим подходом, а диалектическая логика применяется в качестве инструмента обеспечения обоснованности выводов. В соответствии требованиям полного и всецелого сбора источников, фактов и информации, необходимых для проверки гипотез, решения проблем, ответа на вопросы, построения теории и интерпретации, с целью сбора фактов из вторичных источников был использован мета-анализ, как метод, который “позволяет сделать общий вывод путём объединения и анализа преимуществ и результатов нескольких отдельных научных исследований” (Creswell, 2008, 92-94); а в качестве основного метода сбора данных из первичных источников был использован метод кейс-наблюдения (Creswell, 2008, 215-221).

В соответствии с целями исследования, данными, выводами и спецификой рассуждений в качестве основных методов использовались теоретические методы, такие как метод построения теории и интерпретации.

[1] Holism
[2] The whole is greater than the sum of parts
[3] Reductionism

Теоретическое определение

Слово “онол” на монгольском языке имеет одинаковое значение со словом “theory” на английском; “теория“ на русском; “*théorie*” на французском языке. Слово “онол” в монгольском языке имеет корень-глагол “оно”, “онох” и в противоложность от “отклоняться, сместиться в сторону, сдвигаться в сторону” означает “попасть в цель, сказать или сделать что-то абсолютно точное, правильное, уместное или попадающее в самую суть”. Так в монгольском языке, культуре и быту слово “онол” существовало и существует в значении “сказать или пояснить в самую суть”. Английское слово “theory”, русское “теория”, французское “*théorie*” произошли от греческого слова *theoria* (θεωρία),

Существует множество различных определений теории. Некоторые из них перечислены ниже:

– идеи, объясняющие предметы и явления; система принципов, используемых в качестве руководства для объяснения предметов и явлений[4]. Например, идеи Эйнштейна об относительности есть теория относительности. Принципы эволюции, используемые при объяснении происхождения человека, являются теорией эволюции;

– представления и гипотезы, выдвинутые из неполной информации и знаний[5], например, теории, возникшие из результатов исследований в области социальных наук, такие как теория социальной структуры, бихевиоризм, конструктивизм, теория эволюции и т. д.;

– система принципов и методов, составляющих непрактическую часть науки и искусства[6], например, теория классической музыки; математическая теория чисел, теория отражения в живописи и т. д.;

– объяснения с обоснованиями и доказательствами для понимания природы предметов и явлений[7], например, дидактические теории и модели, объясняющие природу преподавания и обучения, теория обработки информации, теория деятельности, теории состояний развития мозга, перспективная теория музыкальных эмоций и т. д.;

– аналитический инструмент для выдвижения гипотезы, объяснения и понимания предметов и явлений[8], например, теория Пифагора об отрицательных и положительных цветах;

– система значений, вытекающая из ряда предложений (постулатов), истинность которых не была окончательно доказана[9], например, система геометрических аксиом Евклида, аксиоматическая теория, квантовая теория;

– концепция, выражающая мысленный образ или метод чего-либо, что должно быть сделано; система правил и принципов[10]. Например, эскизный рисунок стула, способ его изготовления, навык; основа или концепция какой-либо политики и т.д.;

– знания, широко применяемые в различных ситуациях; общепринятые принципы; система правил процедуры для объяснения, прогнозирования и анализа природы явлений[11]. Например, математика, химия, биология, социология, статистика, политика, археология, архитектура, хирургия и т.д.;

– научная гипотеза, которая может быть доказана экспериментальным методом.[12]

[4]“Your Dictionary definition and usage example”, Copyright@2013 by LoveToKnow Corp

[5]The American Heritage® Dictionary of the English Language, 4th edition Copyright © 2010 by Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company. Published by Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company. All rights reserved.

[6] URL:http://en.wikipedia.org/wiki/Philosophical_theory

[7] definitionin natural science, chemistry, biology

[8] definition preferred in physics

[9] URL:http://www.math.uiuc.edu/~gfrancis/M302/handouts/postulates.pdf, George, F. (2002). Axiomatic Systems for Geometry

[10] URL:http://dictionary.reference com/browse/theory

[11] *URL:http://www.m-w.com/dictionary/theory*

[12] *URL:http://www.businessdictionary.com/definition/theory.htm*

Из приведенных выше определений теории вытекают четыре ключевые характеристики теории:

– наличие гипотез;
– обоснованность;
– системность;
– применимость.

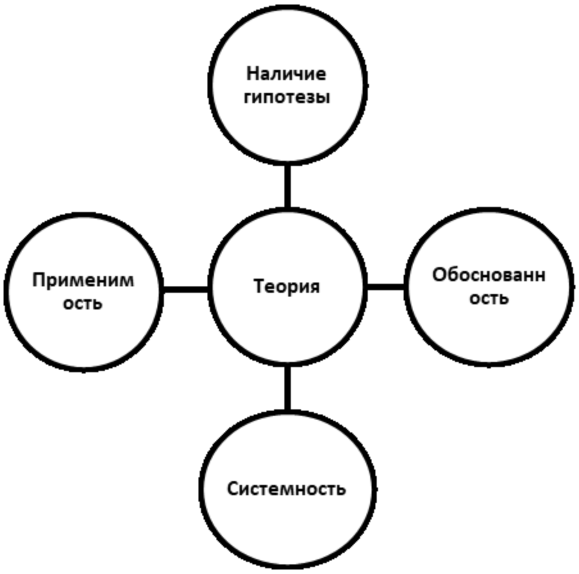

Рис. 1. Характеристики теории

Для эффективной теории установлены четыре критерия (John, 1998): основные концепты должны быть чётко сформулированы; должна быть определена область применения; должна иметь системную релевантность; наличие гипотезы.

Карл Поппер утверждал, что научный статус теории “определяется её фальсифицируемостью, опровергаемостью и проверяемостью”, а Филип Китчер утверждал, что научный статус теории определяется “(1) системным единством, (2) её вкладом в восполнении неполноты теории, (3) истинность определяется тем, содержит ли она недоказуемые гипотезы в рамках существующих знаний” (URL: http:// www. amazon.com/ Stephen Hawking,a Brief History of Time).

Основные определения, концепты, построение

1. Дидактическое преобразование содержания

Что касается взаимосвязи “учитель-содержание” в дидактическом треугольнике, то «качество урока зависит от его содержания, а качество содержания от качества дидактического преобразования содержания, качество дидактического преобразования от качества включенной деятельности» (Borovik, 2008). Отсюда следует, что дидактическое преобразование содержания можно сравнить с деятельностью оператора, где чисто математическое содержание и знания трансформируются в доступную для усвоения учащимися учебную информацию. Поэтому дидактическое преобразование содержания можно определить следующим образом.

Определение 1. Дидактическое преобразование это дидактическое действие по трансформированию научных знаний, концепций и содержания для их эффективного усвоения обучающимися.

Всякий раз, когда создаются дидактические условия и возникает дидактическое явление, учитель опираясь на достижения и успехи дидактической науки, осуществляет дидактическую трансформацию[13], дидактическую реконструкцию[14], дидактическую

[13] Didactic transformation
[14] Didactic reconstruction

инжененерию[15] содержания. В результате этих действий учитель создаёт решение для преподавания содержания учащимся. С одной стороны, это является методической разработкой **темы,** дидактикой предмета, а с другой стороны, дидактическим решением и методологией учителя.

2. Дидактическое расширение

Система математических знаний представляет собой концентрическую структуру, являющуюся результатом когнитивного расширения. В результате дидактического преобразования знаний, относящихся к каждому концентрическому кругу математического содержания, рождается его дидактика. Согласно этому принципу, сущность дидактического расширения содержания объясняется дидактическим преобразованием математического содержания, являющегося результатом когнитивного расширения.

Определение 2. Пусть знание A_2 будет математическим расширением знания A_1. Дидактика знания A_1, порожденная дидактическим преобразованием содержания, это дидактика D_1; если для знания $A_2 – D_2$, то D_2 является дидактическим расширением D_1.

Концентрические интервалы дидактических решений, построение и основные действия

Рис. 2. Модель концентрических интервалов математических дидактических решений

Для создания концентрических интервалов дидактических решений математического содержания выполняются следующие три шага:

1. математическое расширение;
2. дидактическое преобразование содержания;

[15] Didactic reengineering

3. дидактическое расширение.

При математическом расширении группы тем или содержания учитель опирается преимущественно на свои математические знания и профессиональные навыки, тогда как при дидактическом преобразовании темы и содержания использует методические и дидактические навыки. При выявлении и построении дидактического расширения содержания, наблюдаемого в результате этих двух действий, математические и дидактические знания учителя, используются как единое целое.

Используя определение дидактического расширения и значение трех основных операций, упомянутых выше, была построена модель концентрических интервалов математических дидактических решений (рис. 2).

Модель концентрических интервалов математических дидактических решений проиллюстрирована ниже на примере арифметики, геометрии, алгебры, теории вероятностей и статистики, которые являются основными областями содержания курсов математики в общеобразовательных школах (рис. 2.1; рис. 2.2, рис. 2.3, рис. 2.4).

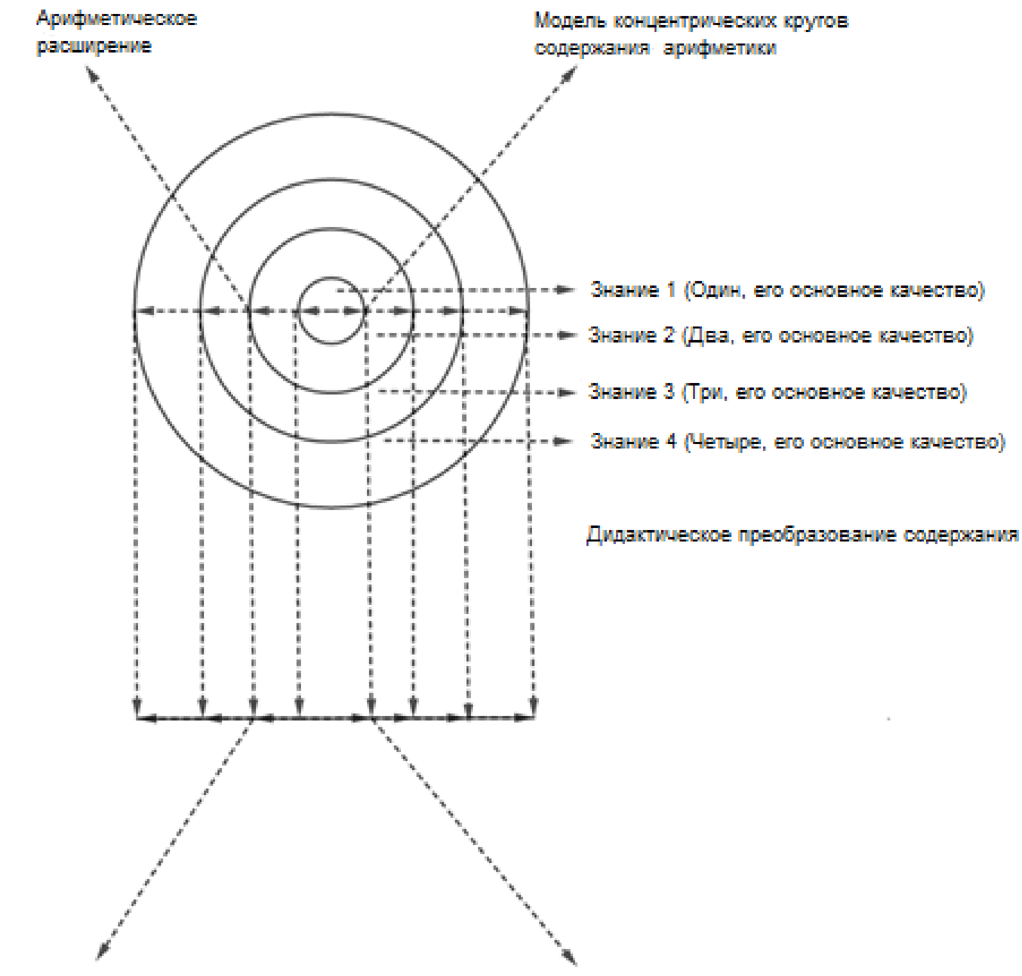

Рис. 2.1. Модель концентрических интервалов дидактических решений по арифметике

Число два является результатом расширения единицы на один путём объединения двух единиц, когда одна единица складывается с другой. Следовательно, дидактика числа два отличается от дидактики единицы только расширением единицы “плюс один”. Другими словами, если дидактика единицы расширяется в результате добавления “плюс один”, возникает дидактика числа два. Так как эта закономерность повторяется для концентрических кругов арифметического содержания дидактика арифметики отличается от дидактики единицы только “плюсом один”. Рассматривая этот инвариант дидактического расширения в арифметике, дидактика арифметики эквивалентна дидактике “один, один плюс один”. Другими словами, дидактика единицы, и к ней плюс один, короче говоря (1, +) в целом становится дидактикой арифметики.

Итак, суть изучения арифметики, преподавания арифметики заключается в том, чтобы научить понимать понятия единицы (1) и операции сложения (+).

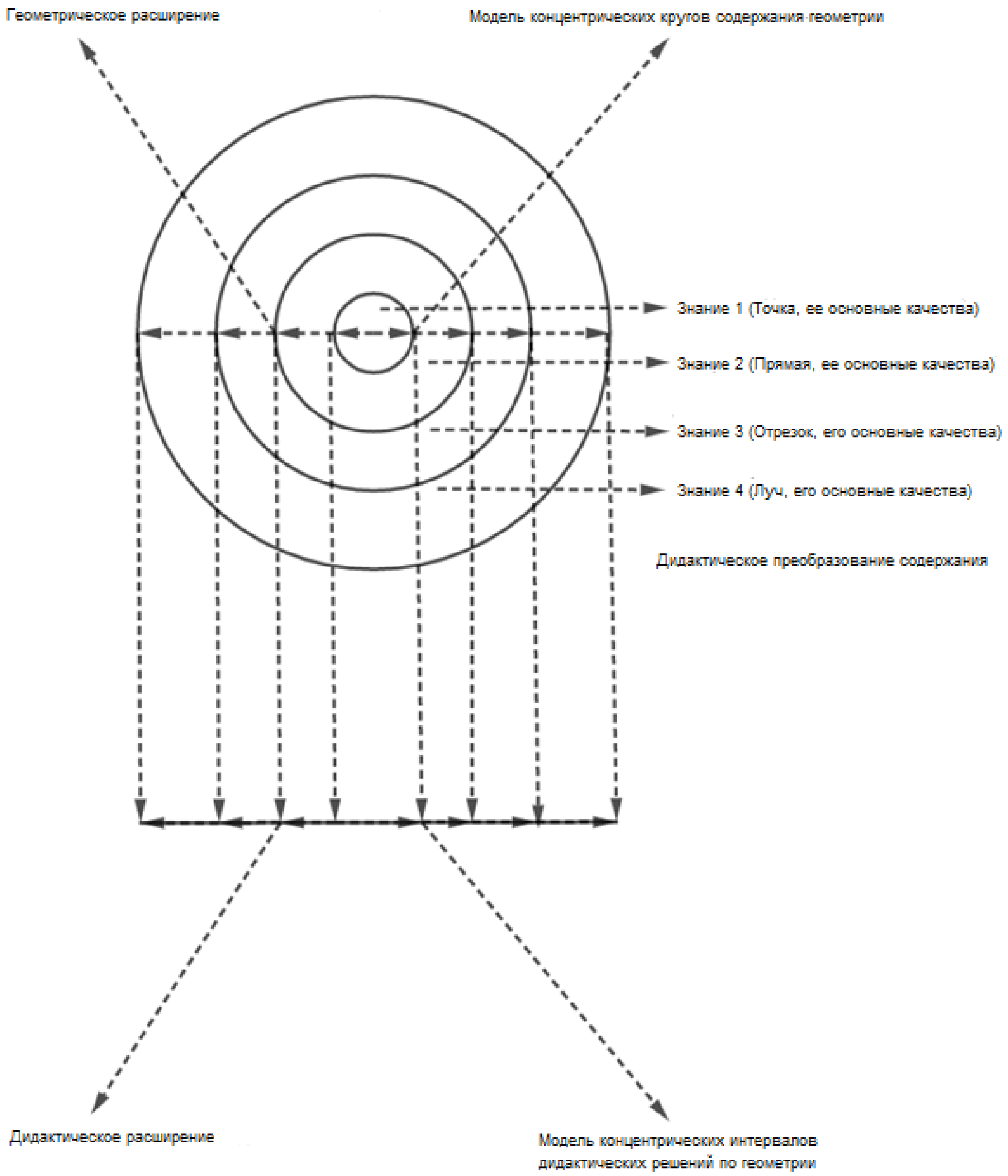

Рис. 2.2. Модель концентрических интервалов дидактических решений по геометрии

Из модели концетрических интервалов дидактических решений видно, что точечная дидактика отличается от дидактики прямых линий, отрезков и углов только дидактикой их математических расширений. Хотя точка является ментальной конструкцией и абстрактным понятием, не имеющая никаких физических характеристик, в дидактическом смысле ее можно изобразить как “след, оставленный острым карандашом на бумаге”. Это и есть дидактика точки. Прямая линия тоже является ментальной конструкцией и абстрактным понятием, которая не обладает физическими характеристиками, но её можно представить как изображение, например, “след от карандаша по линейке на бумаге”. Это дидактика прямой линии. Отметив две точки, расположив через них линейку и соединив две точки карандашом, мы можем увидеть как из двух точек формируется линия, и путем расширения из дидактики точки вытекает дидактика линии.

Таким образом, модель концентрических интервалов дидактических решений геометрии показывает, что в ядре дидактики геометрических знаний и понятий существует “структурная организация” через использование изображений. Другими словами, геометрическая дидактика приобретает структурную организацию.

Отсюда, из модели концентрических интервалов дидактических решений геометрии возникает дидактика геометрии, одна версия методики, основанная на структурной организации. Суть этой методологии, возникшей в результате дидактического расширения, состоит в том, чтобы наглядно с помощью реальных инструментов, таких как линейка, циркуль или карандаш объяснить абстрактные геометрические понятия и ментальные конструкции путем наделения им физических образов, что позволяет знакомить с геометрией.

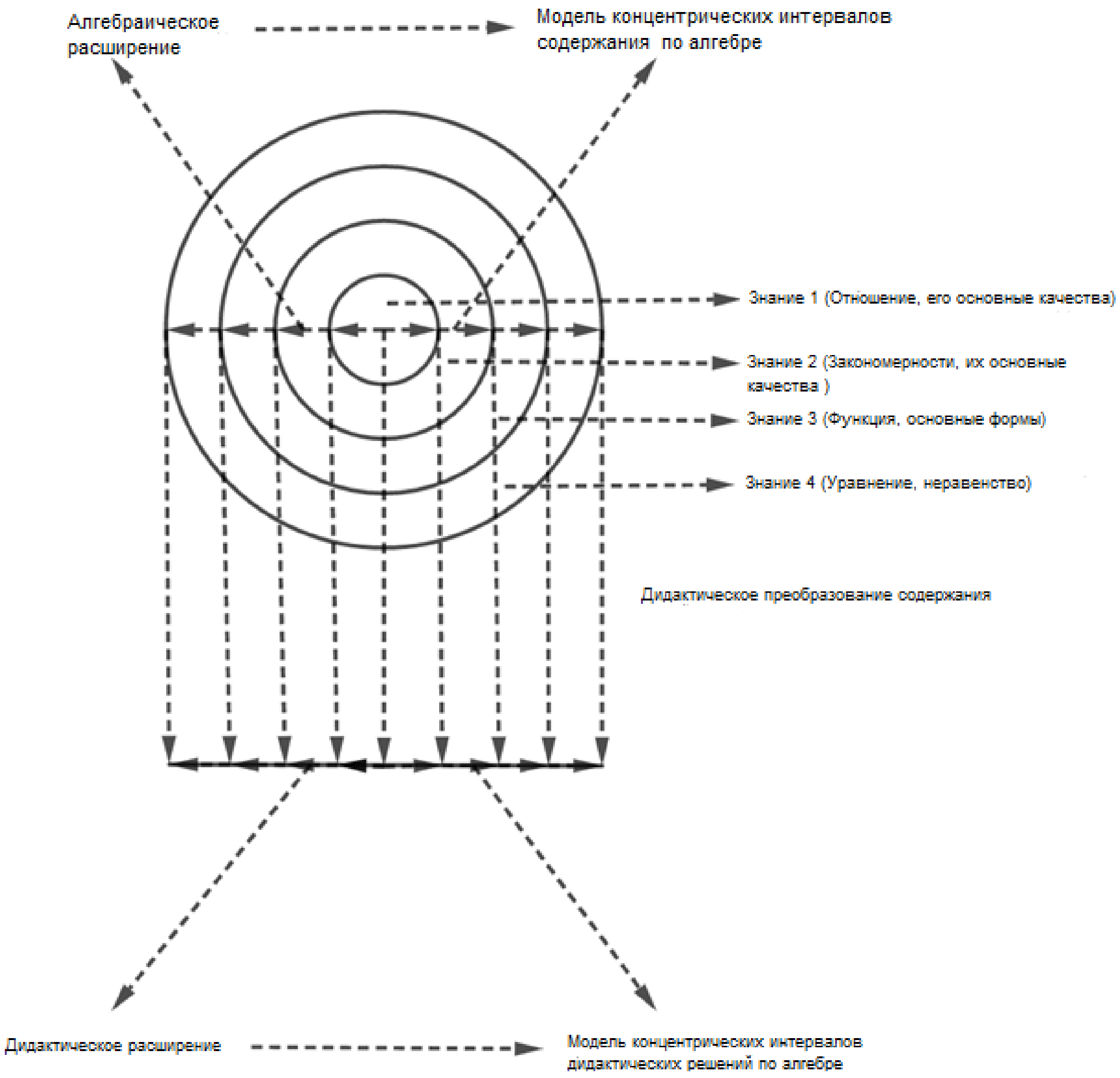

Рис. 2.3. Модель концентрических интервалов дидактических решений по алгебре

Из модели концентрических интервалов дидактических решений алгебры видно, что дидактики предмета отличаются между собой только дидактикой ключевых понятий, как взаимосвязь, сокращение, преобразование, функция, уравнение, а также символы, буквы, числа и буквы, алгебраические действия, закономерности и дидактикой математическгого расширения этих понятий (рис. 2.3).

Одно знание рождается из другого путём расширения основных отношений и операций алгебры, которые представляют собой ядро концентрической окружности содержания алгебры и инвариант содержания. Например, дидактика, рожденная путём дидактического преобразования содержания знания 2, отличается от дидактики знания 1 только своим расширением.

Рассматривая этот инвариант дидактического расширения алгебраических отношений, операций и правил, можно сказать, что дидактика алгебры в целом эквивалентна “отношениям, операциям и правилам алгебры”. Другими словами, дидактика алгебраических отношений, операций и правил в целом становится дидактикой алгебры, то есть методами её преподавания.

Итак, суть изучения и преподавания алгебры заключается в искусстве наилучшим образом донести до учащихся эти отношения, операции и правила алгебры.

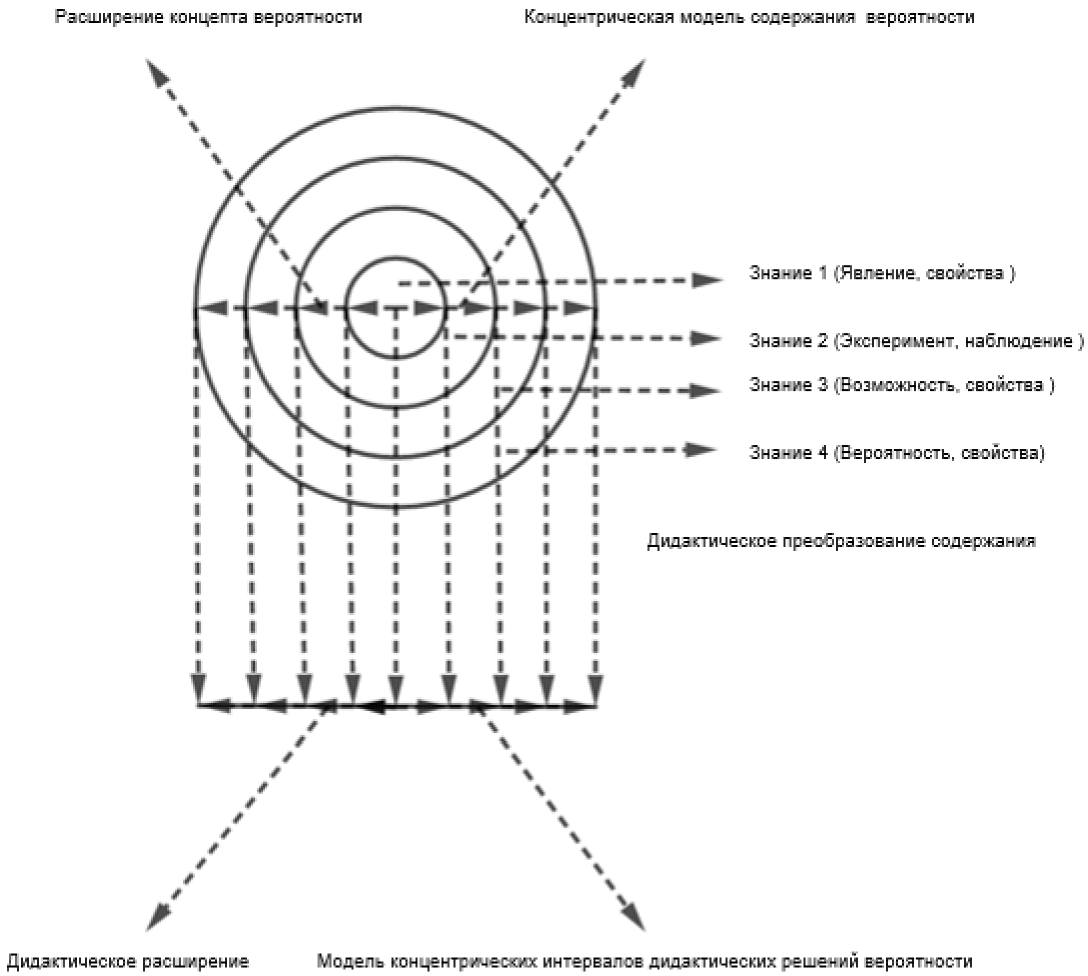

Рис. 2.4. Модель концентрических интервалов дидактических решений по вероятности

Из модели концентрических интервалов дидактических решений алгебры возникает методическая версия дидактики алгебры, суть которой заключается в выполнении отношений и операций алгебры по правилам.

Одно знание рождается из другого посредстством математического расширения таких понятий, как явление, эксперимент, наблюдение, возможности, вероятность, которые представляют собой ядро, инвариант содержания вероятностных моделей в виде концентрических кругов.

Если рассматривать в этой модели инвариант дидактического расширения явлений, экспериментов, наблюдений, подсчёта возможностей и вычисления вероятностей, то дидактика вероятностей в целом эквивалентна “проведению эксперимента, наблюдения, подсчету возможностей и вычислению вероятностей”. Другими словами, дидактика экспериментов, наблюдения, подсчёта возможностей и вычисления вероятностей является в целом дидактикой вероятностей (рис. 2.4).

Итак, суть обучения и преподавания вероятностей заключается в искусстве научения учащихся ставить эксперименты, проводить наблюдения, подсчитывать возможности и вычислять вероятности.

Из модели концентрических интервалов дидактических решений возникает дидактика вероятности, одна методическая версия, суть которой заключается в проведении экспериментов, наблюдений, подсчитывании возможностей и вычислений вероятности.

Апробация, применение и примеры модели концентрических интервалов дидактических решений

Ниже приведён пример использования модели концентрических интервалов дидактических решений для методической разработки числовых множеств и их операций (Таблица 1).

Таблица 1.
Методология, основанная на модели концентрических интервалов дидактических решений по теме “Множество чисел”

Тема	***Дидактика***	***Новые дидактические трудности***
Натуральные числа		Считать?
Целые числа	D_n, нуль, противоположные числа	Отношение двух целых чисел, бесконечные, периодические десятичные дроби
Рациональные числа	(Z_D, соотношения)	Дидактика 0, противоположных чисел?
Иррациональные числа	Q_D непериодические	Непериодические десятичные дроби?
Действительные числа	Q_D и дидактика иррациональных чисел	Законы?
Комплексные числа	C_D, (R_D, мнимые числа)	Мнимая часть?

Экспериментальное применение модели концентрических интервалов дидактических решений и его результаты

Ниже представлена дидактика и методика изучения темы «Вычисление суммы внутренних углов выпуклого многоугольника» на основе модели концентрических интервалов дидактических решений.

В соответствии модели концентрических интервалов дидактических решений:

A1: Треугольник, сумма его внутренних углов.

D1: Дидактика суммы внутренних углов треугольника как результат дидактического преобразования содержания A1.

A2: Выпуклый многоугольник, сумма его внутренних углов.

D2: Дидактика суммы внутренних углов выпуклого многоугольника как результат дидактического преобразования содержания A2.

Согласно модели концентрических интервалов математических знаний «Знания о выпуклом многоугольнике и сумме его внутренних углов (A2)» является математическим расширением «Знаний о треугольнике и сумме его внутренних углов» (A1). Таким образом, согласно модели концентрических интервалов дидактических решений D2 является логическим расширением D1, направленным на формирование знаний A2, преобразуя знания A1 на новом уровне обобщения.

Следовательно, выпуклый четырёхугольник можно разделить диагональю на два треугольника, а выпуклый пятиугольник можно разделить на три треугольника с помощью диагоналей, проведённых из одной вершины. Следовательно, проведение диагоналей из одной фиксированной вершины разбивает выпуклый *N*-угольник на *N*-2 треугольника. Таким образом, дидактика D2 является результатом повторения сложения углов треугольника (*N*−2) раз. Другими словами, можно видеть, что D2 вытекает из D1 через дидактическое расширение.

В качестве примера на рисунке показано как выпуклый пятиугольник разбивается на три треугольника диагоналями, исходящими из одной вершины (рис. 2.5.).

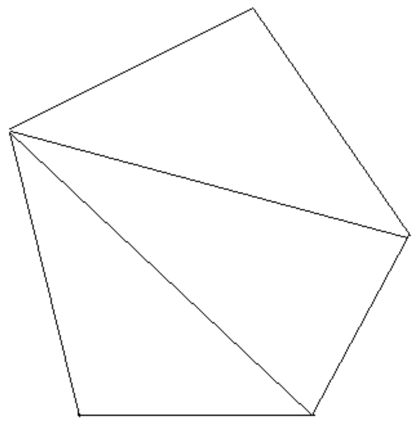

Рис. 2.5. Выпуклый пятиугольник, разбитый диагоналями, исходящими из одной вершины

Следовательно, основываясь на модели концентрических интервалов дидактических решений (D2) урок по теме «Вычисление суммы внутренних углов выпуклого многоугольника» планируется следующим образом:

– с помощью линейки ученики рисуют выпуклый многоугольник. При этом количество вершин выпуклого многоугольника для каждого ученика может отличаться;

– из одной вершины выпуклого многоугольника ученики проводят все диагонали;

– ученики считают количество возникших треугольников. Потом вырезают нарисованный выпуклый многоугольник по диагонали, и считают количество возникших треугольников;

– напомним учащимся, что сумма внутренних углов любого треугольника равна мере развёрнутого угла и обратим их внимание на то, что если умножить меру развёрнутого угла на количество образованных треугольников, то получится сумма внутренних углов первоначально нарисованного выпуклого многоугольника.

Применение методики преподавания, основанной на модели концентрических интервалов дидактических решений задачи о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника, демонстрирует высокую эффективность, значительно повышая вовлеченность, активность учащихся и улучшая их реальную успеваемость, что показывает видеозапись урока.

Модель концентрических интервалов дидактических решений была апробирована среди учителей столичной общеобразовательной школы МОНГЕНИ на примере содержания плоскостной геометрии (планиметрии). Это апробирование показало, что содержание может быть дидактически реализовано с помощью модели концентрических интервалов дидактических решений. Для использования в общеобразовательных школах было создано 40 презентаций по планиметрии, воплощающих нашу методику. Результаты обобщены и опубликованы в виде книги, доступной широкой публике (Лувсандорж, 2021).

Заключение

Для каждого раздела математического содержания и тематической группы может быть создана модель концентрических интервалов дидактических решений. При создании концентрических интервалов дидактических решений рождается разработка математической темы, дидактическое решение и создаётся новая методологическая версия. В процессе построения концентрических интервалов дидактических решений выполняются три действия: расширение содержания математики, дидактическое преобразование содержания и дидактическое расширение содержания как результат дидактического преобразования. При математическом расширении содержания по тематическим группам учитель опирается преимущественно на свои математические знания и профессиональные навыки, тогда как при дидактическом преобразовании содержания использует свои методические и дидактические навыки. Эти два процесса (математическое расширение и дидактическое преобразование) формируют дидактическое расширение содержания, интегрируя математико-дидактические знания и навыки учителя.

Дидактическая ценность, познавательная значимость данной научно-исследовательской работы заключается в предложении теоретического подхода в дидактике и метологического приёма, которые могут быть использованы независимо от темы при разработке учителем методики, дидактических решений и тематической разработке, являющихся основополагающими и фундаментальными переменными для повышения качества математического образования в общеобразовательных школах. Работа также демонстрирует практическое применение предложенного подхода.

Список литературы

Коменский Я.А., Локк Д., Руссо Ж.-Ж., Песталоцци И.Г. Педагогическое наследие. М.: Педагогика, 1989.

Borovik, A. (2008). Didactic transformation. www.academia.edu/

Creswell, J. (2008). New Jersey: Educational research. Pearson International, Inc.

Grabmann, M. (1998). Hugh St. Victors Didascalicon: en hoyskolepedagogikk'for det 12. Arhundre. Agora, 1. pp. 39-46.

Illich, I. (1995). In the graveyard of the text: a commentary to Hugh's Didascalicon. Chicago: University of Chicago Press.

Luvsandorj, Ts. (2009). Towards Reconsidering Strategies for Ensuring Gender Equality In Education in the Light of Neuroscience: Either Equality through Difference or Equality through Sameness or Neither 'Through Difference' nor 'Through Sameness'?: Critical review. Retrieved from: http://mr-institute.blogspot.com

Mäntylä, T. (2011). Didactical reconstructions for organizing knowledge in physics teacher education. Retrieved from http://ethesis.helsinki.fi/

Oerbaek, K. (2010). Didactics and didactisizing. Retrieved from www.albany.edu/cela/publication/article/Didactics.pdf

Tchoshanov, M. (2013). Engineering of Learning: Conceptualizing e-Didactics. Moscow: UNESCO Institute for Information Technologies in Education.

Wacker, J.G. (1998). A Definition of Theory: Research Guidelines for Different Theory-Building Research Methods in Operations Management. Journal of Operations Management, 16, 361-385. DOI: 10.1016/S0272-6963(98)00019-9

Информация об авторах

Лувсандорж Цогдов; доктор наук; профессор; заведующий кафедрой дидактики; Монгольский государственный университет образования (Монголия, 14191, Улан-Батор-48, VIII микрорайон, Бага тойруу-14); E-mail: luvsandorj@msue.edu.mn; ORCID: 0009-0005-5317-6549;

Тувшинзаяа Юра; преподаватель начального образования; Архангайский филиал Монгольского государственного университета образования (Монголия, Архангайский аймак, Улица "Тээвэрчид гудамж 3–329", 1-й баг сомона Эрдэнэбулган); E-mail: tuvshinzaya@msue.edu.mn; ORCID: 0009-0007-7070-4512

CONCENTRIC INTERVAL MODEL OF DIDACTIC SOLUTIONS AND A METHODOLOGY BASED ON IT

Luvsandorj Tsogdov | Mongolian National University of Education
Doctor of Sciences, Professor
Yura Tuvshinzaya | Arkhangai Branch of the Mongolian National University of Education
Primary Education Teacher

Abstract. Since any new knowledge in the nature of mathematics is recognized as a result of some mathematical extension, the system of knowledges of mathematics is, therefore, represented as a set of concentric circles in terms of cognition. At the same time, it argues that the didactic transformation of a concentric circle representing any content in the system of knowledges of mathematics bears the didactics of such content or knowledge. Having considered this idea as a guiding principle, we define a didactic extension as follows: Let A2 be an extension of any knowledge of A1. Suppose that there exists a didactic transformation whereby D1 is any didactics of the mathematical knowledge of A1 and also D2 is that of A2. Then, D2 is said a didactic extension of D1. Using the concept of didactic extension defined as above, we are going to construct a didactic approach called as a concentric interval model of didactic solutions of the mathematical contents and then offer a teaching method based on the model for some topics of primary school mathematics.

Keywords: didactical extension, a concentric interval model of didactic solutions

For citation: Luvsandorj Ts., Tuvshinzaya Yu. (2026). Concentric Interval Model of Didactic Solutions and a Methodology Based on it. *Continuum. Maths. Computer Science. Education*, 2026, 2 (42), 21–35. doi.org/10.24888/2500-1957-2026-2-21-35

References

Borovik, A. (2008). Didactic transformation. www.academia.edu/

Creswell, J. (2008). New Jersey: Educational research. Pearson International, Inc.

Grabmann, M. (1998). Hugh St. Victors Didascalicon: en hoyskolepedagogikk'for det 12. Arhundre. Agora, 1. pp. 39-46.

Illich, I. (1995). In the graveyard of the text: a commentary to Hugh's Didascalicon. Chicago: University of Chicago Press.

Komenskij, Ya. A., Lokk, D., Russo, Zh. Zh., Pestalocci, I. G. (1989). *Pedagogicheskoe nasledie*. Moscow: Pedagogika. (In Russ.).

Luvsandorj, Ts. (2009). Towards Reconsidering Strategies for Ensuring Gender Equality In Education in the Light of Neuroscience: Either Equality through Difference or Equality through Sameness or Neither 'Through Difference' nor 'Through Sameness'?: Critical review. Retrieved from: http://mr-institute.blogspot.com

Mäntylä, T. (2011). Didactical reconstructions for organizing knowledge in physics teacher education. Retrieved from http://ethesis.helsinki.fi/

Oerbaek, K. (2010). Didactics and didactisizing. Retrieved from www.albany.edu/cela/publication/article/Didactics.pdf

Tchoshanov, M. (2013). Engineering of Learning: Conceptualizing e-Didactics. Moscow: UNESCO Institute for Information Technologies in Education.

Wacker, J. G. (1998). A Definition of Theory: Research Guidelines for Different Theory-Building Research Methods in Operations Management. Journal of Operations Management, 16, 361-385. DOI: 10.1016/S0272-6963(98)00019-9

Information about the authors

Ts. Luvsandorj; Doctor of Sciences; Professor; Head of the Department of Didactics; Mongolian National University of Education (Mongolia, 14191, Ulaanbaatar-48, Microdistrict VIII, Baga Toiruu-14); E-mail: luvsandorj@msue.edu.mn; ORCID: 0009-0005-5317-6549;

Yu. Tuvshinzaya; Primary Education Teacher; Arkhangai branch of the Mongolian National University of Education (Mongolia, Arkhangai aimag, Teeverchid gudamj street 3-329, 1st bag of Erdenebulgan soum); E-mail: tuvshinzaya@msue.edu.mn; ORCID: 0009-0007-7070-4512

Статья поступила в редакцию 07.02.2026
Принята к публикации 20.04.2026
Статья опубликована 19.06.2026