

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ И.А. БУНИНА»

CONTINUUM
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №1(5) / Елец, 2017

УЧРЕДИТЕЛЬ И ИЗДАТЕЛЬ:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
(399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

- Щербатых С.В.** - **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, проректор по учебной работе Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Подаева Н.Г.** - **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики Елецкого государственного университета им. И.А.Бунина (Елец, Россия);
- Асланов Р.М.** - доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий отделом Научно-технической информации института математики и механики Национальной академии наук Азербайджана (Баку, Азербайджан);
- Боровских А.В.** - доктор физико-математических наук, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Гроздев С.И.** - доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, проректор по науке и академическому развитию Института математики и информатики Болгарской академии наук, академик ИНЕАС (София, Болгария);
- Зарубин А.Н.** - доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, заведующий кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений Орловского государственного университета им. И.С. Тургенева (Орел, Россия);
- Корниенко В.В.** - доктор физико-математических наук, профессор Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Кузнецова Т.И.** - доктор педагогических наук, профессор Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** - доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой общих математических и естественнонаучных дисциплин Академии социального управления (Москва, Россия);
- Солдатов А.П.** - заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор Белгородского государственного национального исследовательского университета (Белгород, Россия);
- Солеев А.** - доктор физико-математических наук, профессор Самаркандского государственного университета им. А.Навои (Самарканд, Узбекистан);
- Таров Д.А.** - ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Подаев М.В.** - кандидат педагогических наук, доцент Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия)

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER:

The Federal State Educational Government-Financed Institution of Higher Education
«Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1)

THE EDITORIAL BOARD:

- Shcherbatykh S.V.** **Editor-in-chief**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Academic Affairs of Yelets State University. IA Bunin (Yelets, Russia)
- Podaeva N.G.** **Deputy Chief Editor**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics and Informatics, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia)
- Aslanov R.M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department of Scientific and Technical Information Institute of Mathematics and Mechanics Azerbaijan National Academy of Sciences (Baku, Azerbaijan)
- Borovskikh A.V.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Moscow State University. MV Lomonosov (Moscow, Russia)
- Gruzdev S.I.** Doctor in Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice Rector for Research and Academic Development Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Sciences, academician IHEAS (Sofia, Bulgaria)
- Zarubin A.N.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Scientist of Russia, head of the department of mathematical analysis and differential equations, Oryol State University. IS Turgenev (Oryol, Russia)
- Kornienko V.V.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia)
- Kuznetcova T.I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor of the Moscow State University. MV Lomonosov (Moscow, Russia)
- Sergeeva T.F.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of general mathematical and natural sciences Social Management Academy (Moscow, Russia)
- Soldatov A.P.** Honored Worker of Science, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of Mathematics, Belgorod State National Research University (Belgorod, Russia)
- Soleev A.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor of Samarkand State University. A.Navoi (Samarkand, Uzbekistan)
- Tarov D.A.** executive secretary, Ph.D., associate professor of Yelets State University. IA Bunin (Yelets, Russia)
- Podaev M.V.** Ph.D., associate professor of Yelets State University. IA Bunin (Yelets, Russia)

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Зарубин А.Н.	Краевая задача для функционально-дифференциального опережающе-запаздывающего гиперболо-параболического уравнения.....	6
Чаплыгина Е.В.	Задача Геллерстедта для уравнения Лаврентьева-Бицадзе с запаздыванием и отклонением.....	13
Абашин В.Г.	Систематизация операций с персональными урбаносферами.....	19
Трегубов А.Б.	Обеспечение безопасности веб-приложений с использованием фреймворка spring security.....	28

НОВШЕСТВА ФГОС И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

Подаева Н.Г., Подаев М.В.	Коммуникация-трансляция ценности как фактор эффективности обучения математике в школе.....	36
Таров Д.А.	Концептуальные основы построения распределенной информационной образовательной системы.....	45
Рогачева А.Ю.	Поисковый и формирующий этапы опытно-экспериментальной работы по методике формирования стохастической культуры старшеклассников средствами инфокоммуникационных технологий.....	52
Дерябина В.Ю.	Использование интерактивных задач при оценке математической грамотности в исследованиях PISA...	60
Родионов А.В.	Развитие логического компонента мыслительной деятельности школьников средствами геометрии.....	67
Бессонова В.В.	К вопросу о формировании геометрических предпонятий у младших подростков.....	73
Сведения об авторах.....		78

CONTENTS

ASPECTS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATICS

Zarubin A.N.	Boundary-value problem for a functional-differential advanced-delayed hyperbolic-parabolic equation.....	6
Chaplygina E.V.	The task of Gellerstedt for the equation of Lavrentiev-Bitsadze with delay and deviation.....	13
Abashin V.G.	Systematization of operations with personal urbanospheres.....	19
Tregubov A.B.	Web application security with the help of spring security framework.....	28

INNOVATIONS FEDERAL STANDARDS AND EDUCATIONAL TECHNOLOGIES

IN THE TEACHING OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

Podayeva N.G., Podayev M.V.	Communication-value transmission as a factor of effectiveness of studying mathematics in school.....	36
Tarov D. A.	Conceptual bases of construction of the distributed informational educational system.....	45
Rogacheva A.Y.	The search and forming stages skilled and experimental work on the technique of formation of stochastic culture of seniors as means of infocommunication technologies.....	52
Deryabina V.V.	Modern approach to monitoring quality assessment of mathematics education.....	60
Rodionov A.V.	Development of logical thinking activity of school student with means of geometry.....	67
Bessonova V.V.	On the question of the formation of geometric concepts in the young adolescents.....	73
Information about authors.....		78

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

УДК 517.2 | **КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ
ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО
ОПЕРЕЖАЮЩЕ-ЗАПАЗДЫВАЮЩЕГО
ГИПЕРБОЛО-ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ**

Зарубин Александр Николаевич
д.ф.-м.н., профессор
matdiff@yandex.ru
г. Орел

Заведующий кафедрой математического
анализа и дифференциальных уравнений
ФГБОУ ВО «Орловский государственный
университет имени И.С. Тургенева»

Аннотация. Исследуется краевая задача для уравнения смешанного гиперболо- параболического типа с кратным функциональным запаздыванием и опережением. Построено общее решение. Показана единственность решения задачи T в области D . Рассмотрен вопрос существования решения задачи T в области D . Приведено построение решения задачи T в области D . Дана задача Коши. Краевая задача для уравнения смешанного гиперболо-параболического типа однозначно разрешима.

Ключевые слова: уравнение смешанного типа, интегральное уравнение, разностное уравнение.

1. Введение. Постановка задачи

Функционально-дифференциальное уравнение смешанного типа

$$L(A(x)u(x, y) - B(x)u(\alpha_1^2(x), y) + C(x)u(\alpha_2^2(x), y)) = 0, \quad (1)$$

где $L \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} - H(-y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} - H(y) \frac{\partial}{\partial y}$ - гиперболо- параболический оператор; $H(\xi)$ - функция

Хевисайда; коэффициенты $A(x), B(x), C(x)$ - непрерывные достаточно гладкие функции; $\alpha_1(x) < x$, $\alpha_1'(x) > 1$ ($\alpha_1'(x) < 1$) и $\alpha_2(x) > x$, $\alpha_2'(x) < 1$ ($\alpha_2'(x) > 1$) - гомеоморфные растягивающе (сжимающе) - запаздывающее и сжимающе (растягивающе) - опережающее отображения сохраняющие ориентацию, являющиеся диффеоморфизмами класса $C^2(x_0, x_3), x_0 = 0$, причем

$$\alpha_1(\alpha_2(x)) = \alpha_2(\alpha_1(x)) = x \quad (2)$$

и

$$x_n = \alpha_1(x_{n+1}), x_{n+1} = \alpha_2(x_n) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, 3, 4, 5), \quad (3)$$

рассмотрим в гиперболо-параболической области $D = D^+ \cup D^- \cup I$, где

$$D^+ = D_0^+ \cup D_1 \cup D_2^+ \cup J = \{(x, y): x_0 < x < x_3, y > 0\}$$

и $D^- = D_0^- \cup D_1^- \cup D_2^-$ - гиперболическая и параболическая части области D , причем

$$D_k^+ = \{(x, y): x_k < x < x_{k+1}, y > 0\} (k = 0, \pm 1, \pm 2, 3, 4, 5);$$

$$D_k^- = \left\{ (x, y): -y < \alpha_1^k(x) < y + x_1, -\frac{x_1}{2} < y < 0 \right\} (k = 0, \pm 1, \pm 2, 3, 4),$$

$$I = \{(x, y): x_0 < x < x_3, y = 0\}; J = J_1 \cup J_2,$$

$$\text{а } J_k = \{(x, y): x = x_k, y > 0\} (k = 1, 2).$$

Пусть $D_k = D_k^+ \cup D_k^- \cup I_k, I_k = \{(x, y): x_k < x < x_{k+1}, y = 0\} (k = 0, \pm 1, \pm 2, 3, 4)$, а

$$\alpha_1^{-2}(x) = \alpha_2(\alpha_2(x)) = \alpha_2^2(x); \alpha_1^{-1}(x) = \alpha_2(x) = \alpha_2^1(x); \alpha_1^0(x) = x; \alpha_1^1(x) = \alpha_1(x);$$

$$\alpha_1^2(x) = \alpha_1(\alpha_1(x)), \alpha_1^3(x) = \alpha_1(\alpha_1(\alpha_1(x))), \alpha_1^4(x) = \alpha_1(\alpha_1(\alpha_1(\alpha_1(x))))).$$

Тип функциональных отклонений очевиден из представлений

$$u(\alpha_1^2(x), y) = u(x - (x - \alpha_1^2(x)), y) = u(x - \tau_1(x), y),$$

$$u(\alpha_2^2(x), y) = u(x + (\alpha_2^2(x) - x), y) = u(x + \tau_2(x), y),$$

где $\tau_1(x) = x - \alpha_1^2(x) > 0$, $\tau_2(x) = \alpha_2^2(x) - x > 0$.

Задача Т. В области D найти решение $u(x, y) \in C(\overline{D}) \cap C^1(D \setminus J) \cap C^2(D \setminus (I \cup J))$ уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям

$$u(x_0, y) = u(x_3, y) = 0, y \geq 0, \quad (4)$$

$$u(x, -\alpha_1^k(x)) = \Psi_k(x), x_k \leq x \leq \alpha_2^k(x_1/2) (k = 0, 1, 2), \quad (5)$$

$$\alpha_2^0(x_1/2) = x_1/2, \alpha_2^1(x_1/2) = \alpha_2(x_1/2), \alpha_2^2(x_1/2) = \alpha_2(\alpha_2(x_1/2)),$$

$$u(x, y) = r(x, y), (x, y) \in \overline{D_{-2}} \cup \overline{D_{-1}}, \quad (6)$$

$$u(x, y) = q(x, y), (x, y) \in \overline{D_3} \cup \overline{D_4}; \quad (7)$$

условиям сопряжения

$$u(x, 0) = u(x, 0+) = \omega(x), x_0 \leq x \leq x_3, \quad (8)$$

$$u_y(x, 0-) = u_y(x, 0+) = \nu(x), x_0 < x < x_3, x \neq x_1, x_2; \quad (9)$$

условиям согласования

$$\Psi_0(x_0) = 0, r(x_{-2}, y) = r(x_{-1}, y) = r(x_0, y) = q(x_3, y) = q(x_4, y) = q(x_5, y) = 0, \quad (10)$$

где $A(x), B(x), C(x), \Psi_k(x) (k = 0, 1, 2)$, $r(x, y), q(x, y), \alpha_1(x), \alpha_2(x)$ – заданные непрерывные достаточно гладкие функции.

2. Общее решение

В терминах функций

$$u_k^\pm(x, y) = u(x, y), (x, y) \in D_k^\pm (k = 0, 1, 2), \quad (11)$$

уравнение (1), с учетом (6), (7), можно записать в форме системы

$$L(R(x)u^\pm(x, y) - \overline{\Phi}(x, y)) = 0, (x, y) \in D_0^\pm, \quad (12)$$

где

$$\overline{u}^\pm(x, y) = (u_0^\pm(x, y), u_1^\pm(\alpha_2(x), y), u_2^\pm(\alpha_2^2(x), y))^T, \quad (13)$$

$$R(x) = (R_0(x), R_1(x), R_2(x))^T, \quad (14)$$

причем

$$R_0(x) = (A(x), 0, C(x)), \quad R_1(x) = (0, A(\alpha_2(x)), 0), \quad R_2(x) = (-B(\alpha_2^2(x)), 0, A(\alpha_2^2(x))) -$$

первая, вторая и третья строки матрицы $R(x)$;

$$\bar{\Phi}(x, y) = (\Phi_0(x, y), \Phi_1(x, y), \Phi_2(x, y))^T, \quad (15)$$

а

$$\begin{aligned} \Phi_0(x, y) &= B(x)r(\alpha_1^2(x), y), \quad \Phi_1(x, y) = B(\alpha_2(x)r(\alpha_1(x), y) - C(\alpha_2(x))q(\alpha_2^3(x), y), \\ \Phi_2(x, y) &= -C(\alpha_2^2(x))q(\alpha_2^4(x), y). \end{aligned}$$

Обращая гиперβολо-параболический оператор L , можно записать общее решение системы (12) в виде

$$R(x)u^{\pm}(x, y) = \bar{\Phi}(x, y) + \bar{F}^{\pm}(x, y), (x, y) \in D_0^{\pm}, \quad (16)$$

где

$$\bar{F}^{\pm}(x, y) = (f_0^{\pm}(x, y), f_1^{\pm}(x, y), f_2^{\pm}(x, y))^T, \quad (17)$$

а

$$f_k^{\pm}(x, y) = (\exp(yH(y)\partial^2 \setminus \partial x^2))(q_{1k}(x + yH(-y)) + q_{2k}(x - yH(-y))), \quad (18)$$

причем $q_{1k}(t), q_{2k}(t)$ ($k = 0, 1, 2$) – произвольные дважды непрерывно дифференцируемые функции.

Если определитель $|R(x)| \neq 0$, $x_0 \leq x \leq x_1$, то система (16)-(18) имеет единственное решение

$$u^{\pm}(x, y) = R^{-1}(x)(\bar{\Phi}(x, y) + \bar{F}^{\pm}(x, y)), (x, y) \in D_0^{\pm}, \quad (19)$$

где обратная матрица

$$R^{-1}(x) = (R_0^{-1}(x), R_1^{-1}(x), R_2^{-1}(x))^T, \quad (20)$$

а

$$R_0^{-1}(x)|R(x)| = (A(\alpha_2(x))A(\alpha_2^2(x)), 0, -C(x)A(\alpha_2(x))),$$

$$R_1^{-1}(x)|R(x)| = (0, A(x)A(\alpha_2^2(x)) + C(x)B(\alpha_2^2(x)), 0),$$

$$R_2^{-1}(x)|R(x)| = (A(\alpha_2(x))B(\alpha_2^2(x)), 0, A(x)A(\alpha_2(x))), -$$

первая, вторая и третья строки обратной матрицы $R^{-1}(x)$;

$$|R(x)| = A(\alpha_2(x))[A(x)A(\alpha_2^2(x)) + C(x)B(\alpha_2^2(x))] \neq 0, x_0 \leq x \leq x_1.$$

Равенство (19)-(20) является общим решением системы (16)-(18) (а, значит, уравнения (1)), которое, в силу (13)-(15), можно записать в покомпонентном виде

$$u_k^{\pm}(\alpha_2^k(x), y) = R_k^{-1}(x)(\bar{\Phi}(x, y) + \bar{F}^{\pm}(x, y)), (x, y) \in D_0^{\pm} \quad (21)$$

или

$$u_k^{\pm}(x, y) = R_k^{-1}(\alpha_1^k(x))(\bar{\Phi}(\alpha_1^k(x), y) + \bar{F}^{\pm}(\alpha_1^k(x), y)), (x, y) \in D_k^{\pm} (k = 0, 1, 2). \quad (22)$$

Из (21) (или (22)) следует, что

$$u_0^\pm(x_1 - 0, y) = u_1^\pm(x_1 + 0, y) = 0, y \geq 0, \quad (23)$$

$$u_1^\pm(x_2 - 0, y) = u_2^\pm(x_2 + 0, y) = 0, y \geq 0;$$

$$u_{0x}^\pm(x_1 - 0, y) \neq u_{1x}^\pm(x_1 + 0, y), y > 0, \quad (24)$$

$$u_{1x}^\pm(x_2 - 0, y) \neq u_{2x}^\pm(x_2 + 0, y), y > 0.$$

3. Однозначная разрешимость задачи Т

Теорема 1. Если $A(x), B(x), C(x), \alpha_1(x), \alpha_2(x) \in C[x_0, x_3] \cap C^2(x_0, x_3)$;

$\Psi_k(x) \in C[x_k, \alpha_2^k(x_1/2)] \cap C^2(x_k, \alpha_2^k(x_1/2)) (k = 0, 1, 2); r(x, y) \in C(\overline{D_{-1} \cup D_{-2}}) \cap C^2(D_{-1} \cup D_{-2}),$

$q(x, y) \in C(\overline{D_3 \cup D_4}) \cap C^2(D_3 \cup D_4),$ абсолютно интегрируемы на своих промежутках;

$B(x_3) = C(x_0) = \Psi_0(x_0) = 0, r(x_k, y) = q(x_{3-k}, y) = 0 (k = -2, -1, 0)$ и $\Psi_k'(x)$ при $x \rightarrow x_k (k = 0, 1, 2)$

допускает интегрируемую особенность, то существует единственное решение задачи Т.

Единственность решения задачи Т в области D следует, из того, что однородная задача Т имеет тривиальное решение. Доказательство этого факта основано на установление знакоопределенности интеграла

$$\beta = \int_{x_0}^{x_3} (A(x)\omega(x) - B(x)H(x - x_2)\omega(\alpha_1^2(x)) + C(x)H(x_1 - x)\omega(\alpha_2^2(x))) \cdot \\ \cdot (A(x)\nu(x) - B(x)H(x - x_2)\nu(\alpha_1^2(x)) + C(x)A(x_1 - x)\nu(\alpha_2^2(x))) dx,$$

аналогично тому, как это проводится для уравнения Трикоми [1, с.128-130], [2, с.491-493]

($\beta \leq 0$ в D^+ и $\beta \geq 0$ в D^-).

Вопрос существования решения задачи Т в области $D = D_0 \cup D_1 \cup D_2 \cup J$ связан с построением в областях $D_k = D_k^+ \cup D_k^- \cup I_k (k = 0, 1, 2)$, на основании общих решений (21) (или (22)), функций $u_k^\pm(\alpha_2^k(x), y), (x, y) \in D_0^\pm$ (или $u_k^\pm(x, y), (x, y) \in D_k^\pm (k = 0, 1, 2)$, удовлетворяющих условиям (4)-(10), (11), (23), (24), в которых функции $\Psi_k(x) (k = 0, 1, 2), r(x, y), q(x, y)$ заданы, а $\omega(x), \nu(x)$ подлежат определению. Поскольку условия (23) на $x = x_1, x_2 (y > 0)$, то достаточно решить задачу Т для уравнения (1) в областях $D_k (k = 0, 1, 2)$, то есть найти функцию $u_k^\pm(x, y), (x, y) \in D_k^\pm (k = 0, 1, 2)$. Проведем построение решения задачи Т для уравнения (1) в области $D_0 = D_0^+ \cup D_0^- \cup I_0$, то есть найдем функции $u_k^\pm(\alpha_2^k(x), y), (x, y) \in D_0^\pm$ при условиях (4)-(10), (11), (23):

$$u_k^+(\alpha_2^k(x_0), y) = u_k^+(\alpha_2^k(x_1), y) = 0, y \geq 0, \quad (25)$$

$$u_k^-(\alpha_2^k(x), y) |_{y=-x} = \Psi_k(\alpha_2^k(x)), x_0 \leq x \leq x_1/2, \quad (26)$$

$$u_k^-(\alpha_2^k(x), 0-) = u_k^+(\alpha_2^k(x), 0+) = \omega(\alpha_2^k(x)), x_0 \leq x \leq x_1, \quad (27)$$

$$u_{ky}^-(\alpha_2^k(x), 0-) = u_{ky}^+(\alpha_2^k(x), 0+) = \nu(\alpha_2^k(x)), x_0 < x < x_1, \quad (28)$$

$$\omega(\alpha_2^k(x_0)) = \omega(\alpha_2^k(x_1)) = \Psi_k(\alpha_2^k(x_0)) = 0. \quad (29)$$

Задача Коши. Найти в области D_0^- решение $u_k^-(\alpha_2^k(x), y)$ уравнения (1) из класса $C(\overline{D_0^-}) \cap C^2(D_0^-)$, удовлетворяющее условиям (27), (28), (29).

Теорема 2. Если $\omega(\alpha_2^k(x)) \in C[x_0, x_1] \cap C^2(x_0, x_1)$;
 $\nu(\alpha_2^k(x)) \in C^1(x_0, x_1)$, $\omega(\alpha_2^k(x_0)) = \omega(\alpha_2^k(x_1)) = 0$, то существует единственное решение задачи Коши $u_k^-(\alpha_2^k(x), y) \in C(\overline{D_0^-}) \cap C^2(D_0^-)$ ($k = 0, 1, 2$) вида

$$u_k^-(\alpha_2^k(x), y) = R_k^{-1}(x)\overline{\Phi}(x, y) + R_k^{-1}(x)\overline{F}^-(x, y), (x, y) \in D_0^-, \quad (30)$$

где

$$F^-(x, y) = (f_0^-(x, y), f_1^-(x, y), f_2^-(x, y))^T, \quad (31)$$

а

$$f_k^-(x, y) = \frac{1}{2} \left[R_k(x+y)\overline{\omega}(x+y) + R_k(x-y)\overline{\omega}(x-y) - \Phi_k(x+y, 0) - \Phi_k(x-y, 0) \right] + \frac{1}{2} \int_{x-y}^{x+y} R_k(t)\overline{\nu}(t)dt - \frac{1}{2} \int_{x-y}^{x+y} \Phi_{ky}(t, 0)dt, \quad x_0 \leq x \leq x_1 \quad (k = 0, 1, 2), \quad (32)$$

причем

$$\begin{aligned} \overline{\omega}(x) &= (\omega(x), \omega(\alpha_2(x)), \omega(\alpha_2^2(x)))^T, \\ \overline{\nu}(x) &= (\nu(x), \nu(\alpha_2(x)), \nu(\alpha_2^2(x)))^T. \end{aligned} \quad (33)$$

Доказательство следует из (21) в силу условий (27)-(29).

Функциональное соотношение между $\omega(\alpha_2^k(x))$ и $\nu(\alpha_2^k(x))$, приведенное из D_0^- на линию изменения типа уравнения (1) $y = 0$, $x_0 < x < x_1$, получим из (30)-(32), полагая $y = -x$ и учитывая условие (26) задачи Т:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(R_k(x)\overline{\omega}(x) - \Phi_k(x, 0)) &= R_k(x)\overline{\nu}(x) - \Phi_{ky}(x, 0) + 2\frac{d}{dx}(R_k(x/2)\overline{\Psi}(x/2) - \Phi_k(x/2, -x/2)), \\ &(k = 0, 1, 2), \quad x_0 < x < x_1 \end{aligned} \quad (35)$$

где $\overline{\Psi}(x) = (\Psi_0(x), \Psi_1(\alpha_2(x)), \Psi_2(\alpha_2^2(x)))^T$.

Смешанная задача. В области D_0^+ найти решение $u_k^+(\alpha_2^k(x), y)$ уравнения (1) из класса $C(\overline{D_0^+}) \cap C^2(D_0^+)$, удовлетворяющее условиям (25), (27), (29).

Теорема 3. Если $\omega(\alpha_2^k(x)) \in C[x_0, x_1] \cap C^2(x_0, x_1)$ и $\omega(\alpha_2^k(x_0)) = \omega(\alpha_2^k(x_1)) = 0$, то существует единственное решение $u_k^+(\alpha_2^k(x), y) \in C(\overline{D_0^+}) \cap C^2(D_0^+)$ смешанной задачи вида

$$u_k^+(\alpha_2^k(x), y) = R_k^{-1}(x)\overline{\Phi}(x, y) + R_k^{-1}(x)\overline{F}^+(x, y), (x, y) \in D_0^+, \quad (36)$$

где

$$F^+(x, y) = (f_0^+(x, y), f_1^+(x, y), f_2^+(x, y))^T, \quad (37)$$

а

$$f_k^+(x, y) = (\exp(y \frac{\partial^2}{\partial x^2}))(R_k(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_{ky}(x, 0)), \quad (38)$$

причем $\bar{\omega}(x)$ определено в (33). Доказательство следует из (21) в силу условий (25), (27), (29).

Функциональное соотношение между $\omega(\alpha_2^k(x))$ и $\nu(\alpha_2^k(x))$, привнесенное из D_0^+ на линию изменения типа уравнения (1) $y = 0, x_0 < x < x_1$, получим из (36)-(38), учитывая условие (28) задачи Т:

$$R_k(x)\bar{\nu}(x) - \Phi_{ky}(x, 0) = \frac{d^2}{dx^2}(R_k(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_k(x, 0)), \quad (39)$$

$x_0 < x < x_1$ ($k = 0, 1, 2$), а $\bar{\omega}(x), \bar{\nu}(x)$ определены в (33).

Вопрос существования решения задачи Т в области $D_0 = D_0^+ \cup D_0^- \cup I_0$ сводится к разрешимости системы функциональных соотношений (34)-(35), (39), то есть к уравнению

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{d}{dx}\right)(R_k(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_k(x, 0)) = -2 \frac{d}{dx}(R_k(x/2)\bar{\Psi}(x/2) - \Phi(x/2, -x/2)), \quad (40)$$

$$x_0 < x < x_1 \quad (k = 0, 1, 2),$$

или

$$\frac{d}{dx}(e^{-x} \frac{d}{dx}(R_k(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_k(x, 0))) = -2e^{-x} \frac{d}{dx}(R_k(x/2)\bar{\Psi}(x/2) - \Phi(x/2, -x/2)), \quad x_0 < x < x_1 \quad (k = 0, 1, 2),$$

и потому

$$R_k(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_k(x, 0) = C_1(e^x - 1) + C_2 - 2 \int_{x_0}^x (e^{x-\xi} - 1) \frac{d}{d\xi}(R_k(\xi/2)\bar{\Psi}(\xi/2) - \Phi(\xi/2, -\xi/2)) d\xi,$$

$$x_0 < x < x_1, \quad C_m \equiv const \quad (m = 1, 2).$$

Значит, решение двухточечной краевой задачи для уравнения (40), удовлетворяющее условию $(R_k(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_k(x, 0))|_{x=x_0, x_1} = 0$, имеет вид

$$R(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_k(x, 0) = 2 \int_{x_0}^x K(x, \xi)(R_k(\xi/2)\bar{\Psi}(\xi/2) - \Phi(\xi/2, -\xi/2)) d\xi, \quad x_0 < x < x_1, \quad (41)$$

где

$$K(x, \xi) = \begin{cases} e^x(e^\xi - 1)(e^{x_1-x} - 1)/(e^\xi(e^{x_1} - 1)), & \xi \leq x; \\ (e^\xi - 1)(e^{x_1-\xi} - 1)/(e^{x_1} - 1), & \xi \geq x. \end{cases}$$

На основании свойств функций $\bar{\Psi}(x), A(x), B(x), C(x)$ следует, что $\bar{\omega}(x) \in C[x_0, x_1] \cap C^2(x_0, x_1)$. Равенство (34), после подстановки (41), дает представление для нахождения функции $\bar{\nu}(x) \in C^1(x_0, x_1)$. Подстановка функций $\bar{\nu}(x), \bar{\omega}(x)$ в формулы (30), (36) приводит к окончательному виду решения задачи Коши и смешанной задачи в областях D_0^- и D_0^+ , то есть в области $D_0 = D_0^+ \cup D_0^- \cup I_0$.

Замечание. Интегральную форму операторного выражения (38) можно [3] найти, исходя из того, что любая непрерывна финитная на промежутке $[x_0, x_1] = [0, x_1]$ функция

$$f(x) = (f(\xi), \delta(\xi - x) - \delta(\xi + x)) = \int_{x_0}^x f(\xi) [\delta(\xi - x) - \delta(\xi + x)] d\xi,$$

где дельта -функция Дирака $\delta(z) = \frac{1}{2x_1} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp(i\lambda_m z)$, $\lambda_m = \frac{m\pi}{x_1}$.

И потому, $(\exp(y \frac{\partial^2}{\partial x^2}) f(x)) = \frac{1}{x_1} \int_{x_0}^{x_1} f(\xi) \sum_{m=1}^{+\infty} (\cos \lambda_m(\xi - x) - \cos \lambda_m(\xi + x)) e^{-\lambda_m y} d\xi$.

Список литературных источников

1. Зарубин А.Н. Уравнения смешанного типа с запаздывающим аргументом. Орел, 1999.
2. Франкль Ф.И. Избранные труды по газовой динамике. М., 1973.
3. Зарубин А.Н., Холомеева А.А. Задача Трикоми для опережающе-запаздывающего уравнения смешанного типа с переменным отклонением аргумента // Дифференциальные уравнения. №10. Т. 52. 2016. С.1364-1374.

BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR A FUNCTIONAL-DIFFERENTIAL ADVANCED-DELAYED HYPERBOLIC-PARABOLIC EQUATION

Aleksandr Nikolaevich Zarubin
d.f.-n., professor
matdiff@yandex.ru
Oryol

FSBEI "Orel State University
named after I. S. Turgenev"

Abstract. The boundary value problem for the equation of a mixed hyperbolic-parabolic type with multiple functional delay and lead is investigated. A general solution is constructed. The problem is uniquely solvable. The uniqueness of the solution of the problem T in the domain D is shown. The problem of the existence of a solution of the problem T in the domain D is considered. A solution of the problem T in the domain D is given. The Cauchy problem is given.

Keywords: equation of mixed type, integral equation, differential equation.

References

1. Zarubin A.N. (1999) Uravneniia smeshannogo tipa s zapazdyvaiushchim argumentom [Mixed type equation with retarded argument] Pedagogika i logika. Oryol, 1999.
2. Francl` F.I. (1973) Izbranny`e trudy` po gazovoi` dinamike [Selected works on Gas Dynamics] M., 1973.
3. Zarubin A.N., Holomeeva A.A. (2016) Zadacha Trikomi dlia operzhaiushche-zapazdyvaiushchego uravneniia smeshannogo tipa s peremenny`m otcloneniem argumenta [Task Trikomi for operzhajushhe-retarded equations of mixed type with variable deviation argument] Differentsial`ny`e uravneniia. №10. Т. 52, pp. 1364-1374.

УДК 372.851 | **ЗАДАЧА ГЕЛЛЕРСТЕДТА
ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАВРЕНТЬЕВА-БИЦАДЗЕ
С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ И ОТКЛОНЕНИЕМ**

Чаплыгина Елена Викторовна | кафедра математического анализа
к.ф.-м.н., доцент | и дифференциальных уравнений
lena260581@yandex.ru | ФГБОУ ВО «Орловский государственный
г. Орел | университет имени И.С. Тургенева»

Аннотация. Исследуется задача Геллерстедта для уравнения смешанного типа с оператором Лаврентьева-Бицадзе в главной части и функциональным запаздыванием, опережением. Построено общее решение уравнения. Доказана теорема единственности. Рассматривается вопрос существования задачи G. Единственность решения задачи Геллерстедта следует из того, что однородная задача G имеет тривиальное решение. Приведены задачи Коши и Дирихле.

Ключевые слова: уравнения смешанного типа, задача Геллерстедта, оператор Лаврентьева-Бицадзе, задача Коши, задача Дирихле.

Уравнение

$$L(A(x)u(x, y) - B(x)u(x - \tau, y) + C(x)u(x + \tau, y)) = 0, \quad (1)$$

где $0 < \tau \equiv \text{const}$, $L \equiv \partial^2 / \partial x^2 + \text{sgn}(y) \partial^2 / \partial y^2$ – оператор Лаврентьева-Бицадзе [1, с.80], коэффициенты $A(x), B(x), C(x)$ – непрерывные достаточно гладкие функции; рассмотрим в области $D = D^+ \cup D^- \cup I$, где $D^+ = D_0^+ \cup D_1^+ \cup D_2^+ \cup J = \{(x, y) : 0 < x < 3\tau, 0 < y < h\}$ ($0 < h \equiv \text{const}$) и $D^- = D_0^- \cup D_1^- \cup D_2^-$ – эллиптическая и гиперболическая части области D , причем $D_k^+ = \{(x, y) : k\tau < x < (k+1)\tau, 0 < y < h\}$ ($k = -1, 0, 1, 2, 3$), $D_k^- = \{(x, y) : k\tau - y < x < (k+1)\tau + y, -\tau/2 < y < 0\}$ ($k = -1, 0, 1, 2, 3$), $I = \{(x, y) : 0 < x < 3\tau, y = 0\}$, $J = J_1 \cup J_2$ и $J_k = \{(x, y) : x = k\tau, 0 < y < h\}$ ($k = 1, 2$).

Пусть $D_k = D_k^+ \cup D_k^- \cup I_k$, где $I_k = \{(x, y) : k\tau < x < (k+1)\tau, y = 0\}$ ($k = -1, 0, 1, 2, 3$).

Задача G. Найти в области D решение $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^1(D \setminus J) \cap C(D \setminus (I \cup J))$ уравнения (1), удовлетворяющее краевым условиям

$$u(x, h) = \varphi(x), 0 \leq x \leq 3\tau, \quad u(0, y) = u(3\tau, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq h, \quad (2)$$

$$u(x, k\tau - x) = \psi_k(x), \quad k\tau \leq x \leq (2k+1)\tau/2 \quad (k = 0, 2), \quad u(x, x - 2\tau) = \psi_1(x), \quad 3\tau/2 \leq x \leq 2\tau, \quad (3)$$

$$u(x, y) = r(x, y), \quad (x, y) \in \bar{D}_{-1}, \quad u(x, y) = q(x, y), \quad (x, y) \in \bar{D}_3, \quad (4)$$

условиям сопряжения

$$u(x, 0-) = u(x, 0+) = \omega(x), \quad 0 \leq x \leq 3\tau, \quad u_y(x, 0-) = u_y(x, 0+) = v(x), \quad 0 < x < 3\tau, \quad x \neq \tau, 2\tau, \quad (5)$$

условиям согласования

$$\varphi(0) = \varphi(3\tau) = \psi_0(0) = 0, \quad \psi_1(2\tau) = \psi_2(2\tau), \quad r(-\tau, y) = r(0, y) = q(3\tau, y) = q(4\tau, y) = 0, \quad (6)$$

где $\varphi(x), \psi_k(x), r(x, y), q(x, y)$ – заданные непрерывные достаточно гладкие функции.

Уравнение (1) в терминах функций

$$u_k^\pm(x, y) = u(x, y), \quad (x, y) \in D_k^\pm \quad (k = 0, 1, 2), \quad (7)$$

можно записать, с учетом (5), в форме системы

$$L(R(x)\bar{u}^\pm(x, y) - \bar{\Phi}(x, y)) = 0, \quad (x, y) \in D_0^\pm, \quad (8)$$

где

$$\bar{u}^\pm(x, y) = (u_0^\pm(x, y), u_1^\pm(x + \tau, y), u_2^\pm(x + 2\tau, y))^T, \quad (9)$$

$$R(x) = \begin{pmatrix} A(x) & C(x) & 0 \\ -B(x + \tau) & A(x + \tau) & C(x + \tau) \\ 0 & -B(x + 2\tau) & A(x + 2\tau) \end{pmatrix}, \quad \bar{\Phi}(x, y) = \begin{pmatrix} B(x)r(x - \tau, y) \\ 0 \\ -C(x + 2\tau)q(x + 3\tau, y) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Очевидно, из (8) имеем

$$R(x)\bar{u}^\pm(x, y) = \bar{\Phi}(x, y) + \bar{F}^\pm(x, y), \quad (11)$$

где

$$\bar{F}^\pm(x, y) = (f_0^\pm(x, y), f_1^\pm(x, y), f_2^\pm(x, y))^T, \quad f_k^\pm(x, y) = g_{1k}(x + y\sqrt{-\text{sgn}(y)}) + g_{2k}(x - y\sqrt{-\text{sgn}(y)}), \quad (12)$$

причем $g_1(t), g_2(t)$ – произвольные дважды непрерывно дифференцируемые функции.

Если $|R(x)| \neq 0$, то система (11) имеет единственное решение

$$\bar{u}^\pm(x, y) = R^{-1}(x)(\bar{\Phi}(x, y) + \bar{F}^\pm(x, y)), \quad (x, y) \in D_0^\pm, \quad (13)$$

где

$$|R(x)|R^{-1}(x) = \begin{pmatrix} A(x + \tau)A(x + 2\tau) + C(x + \tau)B(x + 2\tau) & -C(x)A(x + 2\tau) & C(x)C(x + \tau) \\ B(x + \tau)A(x + 2\tau) & A(x)A(x + 2\tau) & -A(x)C(x + \tau) \\ B(x + \tau)B(x + 2\tau) & A(x)B(x + 2\tau) & A(x)A(x + \tau) + C(x)B(x + \tau) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

причем

$$|R(x)| = A(x)A(x + \tau)A(x + 2\tau) + C(x)B(x + \tau)A(x + 2\tau) + A(x)C(x + \tau)B(x + 2\tau), \quad 0 \leq x \leq \tau. \quad (15)$$

Равенство (13) является общим решением системы (8), которое, в силу (9), (10), (12) представимо в виде

$$u_k^\pm(x + k\tau, y) = R_k^{-1}(x)\bar{\Phi}(x, y) + R_k^{-1}(x)\bar{F}^\pm(x, y), \quad (x, y) \in D_0^\pm, \quad (16)$$

то есть

$$u_k^\pm(x, y) = R_k^{-1}(x - k\tau)\bar{\Phi}(x - k\tau, y) + R_k^{-1}(x - k\tau)\bar{F}^\pm(x - k\tau, y), \quad (x, y) \in D_k^\pm \quad (k = 0, 1, 2), \quad (16')$$

где $R_0^{-1}(x), R_1^{-1}(x), R_2^{-1}(x)$ – первая, вторая, третья строки матрицы $R^{-1}(x)$ из (14).

Из (16) следует, что

$$u_0^\pm(\tau - 0, y) = u_1^\pm(\tau + 0, y) = 0, \quad u_1^\pm(2\tau - 0, y) = u_2^\pm(2\tau + 0, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq h, \quad (17)$$

$$u_{0x}^\pm(\tau - 0, y) \neq u_{1x}^\pm(\tau + 0, y), \quad u_{1x}^\pm(2\tau - 0, y) \neq u_{2x}^\pm(2\tau + 0, y), \quad 0 < y < h.$$

Теорема 1. Если $\varphi(x) \in C[0, 3\tau] \cap C^2(0, 3\tau)$,

$$\psi_k(x) \in C[k\tau, (2k + 1)\tau/2] \cap C^2(k\tau, (2k + 1)\tau/2) \quad (k = 0, 2), \quad \psi_1(x) \in C[3\tau/2, 2\tau] \cap C^2(3\tau/2, 2\tau),$$

$$r(x, y) \in C(\bar{D}_{-1}) \cap C^2(D_{-1}), \quad q(x, y) \in C(\bar{D}_3) \cap C^2(D_3),$$

абсолютно интегрируемы на своих промежутках

$$\varphi(0) = \varphi(3\tau) = \psi_0(0) = 0, \psi_1(2\tau) = \psi_2(2\tau), r(-\tau, y) = r(0, y) = q(3\tau, y) = q(4\tau, y) = 0$$

и $\psi'_k(x)$ при $x \rightarrow k\tau$ ($k = 0, 2$), $\psi'_1(x)$ при $x \rightarrow 2\tau$ допускают интегрируемую особенность, то существует единственное решение задачи G.

Единственность решения задачи G следует из того, что однородная задача G имеет тривиальное решение. Доказательство этого факта основано на установлении знакоопределенности интеграл

$$\beta = \int_0^{3\tau} (A(x)\omega(x) - B(x)H(x-\tau)\omega(x-\tau) + C(x)H(2\tau-x)\omega(x+\tau) \cdot \\ \cdot (A(x)v(x) - B(x)H(x-\tau)v(x-\tau) + C(x)H(2\tau-x)v(x+\tau)))dx,$$

аналогично тому, как это проводится для уравнения Трикоми [2, с.128-130], $H(\xi)$ – функция [2, с.14] Хевисайда.

Вопрос существования решения задачи G в области $D = D_0 \cup D_1 \cup D_2 \cup J$ связано с построением в областях $D_k = D_k^+ \cup D_k^- \cup I_k$ ($k = 0, 1, 2$) на основании общих решений (16) (или (16')) функций $u_k^\pm(x, y)$, $(x, y) \in D_k^\pm$ ($k = 0, 1, 2$), удовлетворяющих условиям (2)-(6), (7), (17) в которых функции $\varphi(x), \psi_k(x)$ ($k = 0, 1, 2$), $r(x, y)$, $q(x, y)$ заданы, а $\omega(x), v(x)$ подлежат определению. Поскольку условия (17) на $x = \tau, 2\tau$ ($0 \leq y \leq h$) известны, то достаточно решить задачу G для уравнения (1) в областях D_0, D_1, D_2 , то есть найти функции $u_k^\pm(x, y)$, $(x, y) \in D_k^\pm$ ($k = 0, 1, 2$).

Проведем построение решения задачи G для уравнения (1) в области $D_0 = D_0^+ \cup D_0^- \cup I_0$, то есть найдем функции $u_k^\pm(x+k\tau, y)$, $(x, y) \in D_0^\pm$ ($k = 0, 1, 2$) при условиях (2)-(6), (7), (17):

$$u_k^+(x+k\tau, h) = \varphi(x+k\tau), 0 \leq x \leq \tau, u_k^+(k\tau, y) = u_k^+((1+k)\tau, y) = 0, 0 \leq y \leq h, \quad (18)$$

$$u_k^-(x+k\tau, (-1)^{k+1}x - k(2-k)\tau) = \psi_k(x+k\tau), 0 \leq x \leq \tau/2 \quad (k = 0, 1, 2), \quad (19)$$

$$u_k^-(x+k\tau, 0-) = u_k^+(x+k\tau, 0+) = \omega(x+k\tau), 0 \leq x \leq \tau, \quad (20)$$

$$u_{ky}^-(x+k\tau, 0-) = u_{ky}^+(x+k\tau, 0+) = v(x+k\tau), 0 < x < \tau, \quad (21)$$

$$\omega(k\tau) = \omega((1+k)\tau) = \psi_k(k\tau) = \varphi(k\tau) = \varphi((1+k)\tau) = 0. \quad (22)$$

Задача Коши. Найти в области D_0^- решение $u_k^-(x+k\tau, y)$ уравнения (1) из класса $C(\overline{D_0^-}) \cap C^2(D_0^-)$, удовлетворяющее условиям (20), (21), то есть

$$u_k^-(x+k\tau, 0-) = \omega(x+k\tau), 0 \leq x \leq \tau, u_{ky}^-(x+k\tau, 0-) = v(x+k\tau), 0 < x < \tau,$$

где $\omega(x+k\tau), v(x+k\tau)$ – непрерывные достаточно гладкие функции, причем $\omega(k\tau) = \omega((1+k)\tau) = 0$ ($k = 0, 1, 2$).

Теорема 2. Если $\omega(x+k\tau) \in C[0, \tau] \cap C^2(0, \tau)$,

$$v(x+k\tau) \in C^1(0, \tau), \quad \omega(k\tau) = \omega((1+k)\tau) = 0,$$

то существует единственное решение задачи Коши $u_k^-(x+k\tau, y) \in C(\overline{D_0^-}) \cap C^2(D_0^-)$ ($k = 0, 1, 2$) вида

$$u_k^-(x+k\tau, y) = R_k^{-1}(x)\bar{\Phi}(x, y) + R_k^{-1}(x)\bar{F}^-(x, y), \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{F}^-(x, y) &= (f_0^-(x, y), f_1^-(x, y), f_2^-(x, y))^T, \\ f_k^-(x, y) &= \frac{1}{2}(R_k(x+y)\bar{\omega}(x+y) + R_k(x-y)\bar{\omega}(x-y) - \Phi_k(x+y, 0) - \Phi_k(x-y, 0)) + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{x-y}^{x+y} R_k(t)\bar{v}(t)dt - \frac{1}{2} \int_{x-y}^{x+y} \Phi_{ky}(t, 0)dt, \quad 0 \leq x \leq \tau \quad (k=0,1,2), \\ \bar{\omega}(x) &= (\omega(x), \omega(x+\tau), \omega(x+2\tau))^T, \quad \bar{v}(x) = (v(x), v(x+\tau), v(x+2\tau))^T. \end{aligned}$$

Функциональное соотношение между $\omega(x+k\tau)$ и $v(x+k\tau)$, приведенное из D_0^- на линию изменения типа уравнения (1) $y=0, 0 < x < \tau$, получим из (23), полагая $y = (-1)^{k+1}x - k(2-k)\tau$ ($k=0,1,2$) и учитывая условия (19) задачи G :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(R_k(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_k(x, 0)) &= (-1)^k(R_k(x)\bar{v}(x) - \Phi_{ky}(x, 0)) + \\ &+ 2 \frac{d}{dx} \left(R_k \left(\frac{x+k(2-k)\tau}{2} \right) \bar{v} \left(\frac{x+k(2-k)\tau}{2} \right) - \Phi_k \left(\frac{x+k(2-k)\tau}{2}, \frac{(-1)^{k+1}x - k(2-k)\tau}{2} \right) \right), \quad 0 \leq x \leq \tau. \end{aligned} \quad (24)$$

Задача Дирихле. В области D_0^+ найти решение $u_k^+(x+k\tau, y)$ уравнения (1) из класса $C(\bar{D}_0^+) \cap C^2(D_0^+)$, удовлетворяющее условиям (18), (20), то есть

$$\begin{aligned} u_k^+(x+k\tau, h) &= \varphi(x+k\tau), \quad u_k^+(x+k\tau, 0^-) = \omega(x+k\tau), \quad 0 \leq x \leq \tau, \\ u_k^+(k\tau, y) &= u_k^+((1+k)\tau, y) = 0, \quad 0 \leq y \leq h, \end{aligned}$$

где $\omega(x+k\tau), \varphi(x+k\tau)$ – непрерывные достаточно гладкие функции, причем $\omega(k\tau) = \omega((1+k)\tau) = \varphi(k\tau) = \varphi((1+k)\tau) = 0$ ($k=0,1,2$).

Теорема 3. Если $\varphi(x+k\tau), \omega(x+k\tau) \in C[0, \tau] \cap C^2(0, \tau)$ и $\omega(k\tau) = \omega((1+k)\tau) = \varphi(k\tau) = \varphi((1+k)\tau) = 0$, то существует единственное решение $u_k^+(x+k\tau, y) \in C(\bar{D}_0^+) \cap C^2(D_0^+)$ ($k=0,1,2$) задачи Дирихле вида

$$u_k^+(x+k\tau, y) = R_k^{-1}(x)\bar{\Phi}(x, y) + R_k^{-1}(x)\bar{F}^+(x, y), \quad (x, y) \in D_0^+, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{F}^+(x, y) &= (f_0^+(x, y), f_1^+(x, y), f_2^+(x, y))^T, \\ f_k^+(x, y) &= \sum_{m=0}^{+\infty} \left[P_x^{i(h(2m+1)-(h-y))} - P_x^{i(h(2m+1)+(h-y))} \right] \left(R_k(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_k(x, 0) \right) + \\ &+ \sum_{m=0}^{+\infty} \left[P_x^{i(h(2m+1)-y)} - P_x^{i(h(2m+1)+y)} \right] \left(R_k(x)\bar{\varphi}(x) - \Phi_k(x, h) \right). \end{aligned}$$

Здесь P_x^τ – оператор сдвига по x : $P_x^\tau q(x) = q(x-\tau)$.

Функциональное соотношение между $\omega(x+k\tau)$ и $v(x+k\tau)$ приведенное из D_0^+ на линию изменения типа $y=0, 0 < x < \tau$:

$$(1 - P_x^{2ih})(R_k(x)\bar{v}(x) - \Phi_{ky}(x,0)) = -i(1 + P_x^{2ih}) \frac{d}{dx} (R_k(x)\bar{\omega}(x) - \Phi_k(x,0)) + 2iP_x^{ih} \frac{d}{dx} (R_k(x)\bar{\varphi}(x) - \Phi_k(x,h)), \quad 0 < x < \tau \quad (k=0,1,2). \quad (26)$$

Вопрос существования решения задачи G в области $D_0 = D_0^+ \cup D_0^- \cup I_0$ сводится к разрешимости функциональных соотношений (24), (26), то есть к разностному уравнению

$$(1 + (-1)^k i P_x^{2ih})(R_k(x)\bar{v}(x) - \Phi_{ky}(x,0)) = \alpha(x) \equiv \\ \equiv -(i + (-1)^k)(1 + P_x^{2ih}) \left(\frac{d}{dx} \left(R_k \left(\frac{x+k(2-k)\tau}{2} \right) \bar{\psi} \left(\frac{x+k(2-k)\tau}{2} \right) - \Phi_k \left(\frac{x+k(2-k)\tau}{2}, \frac{(-1)^{k+1}x - k(2-k)\tau}{2} \right) \right) \right) + \\ + (i + (-1)^k) P_x^{ih} \left(\frac{d}{dx} (R_k(x)\bar{\varphi}(x) - \Phi_k(x,h)) \right), \quad 0 < x < \tau \quad (k=0,1,2). \quad (27)$$

Решение [3] разностного уравнения (27) имеет вид

$$R_k(x)\bar{v}(x) - \Phi_{ky}(x,0) = \sum_{n=0}^{+\infty} (-i(-1)^k)^n P_x^{2ihn} \alpha(x) \equiv \\ \equiv -(-1)^k \left(\frac{d}{dx} \left(R_k \left(\frac{x+k(2-k)\tau}{2} \right) \bar{\psi} \left(\frac{x+k(2-k)\tau}{2} \right) - \Phi_k \left(\frac{x+k(2-k)\tau}{2}, \frac{(-1)^{k+1}x - k(2-k)\tau}{2} \right) \right) \right) + \\ + \int_0^\tau G_1(x, \xi) \left(\frac{d}{d\xi} \left(R_k \left(\frac{\xi+k(2-k)\tau}{2} \right) \bar{\psi} \left(\frac{\xi+k(2-k)\tau}{2} \right) - \Phi_k \left(\frac{\xi+k(2-k)\tau}{2}, \frac{(-1)^{k+1}\xi - k(2-k)\tau}{2} \right) \right) \right) d\xi + \\ + (-1)^k \int_0^\tau G_2(x, \xi) \left(\frac{d}{d\xi} (R_k(\xi)\bar{\varphi}(\xi) - \Phi_k(\xi, h)) \right) d\xi, \quad 0 < x < \tau,$$

где

$$G_1(x, \xi) = \frac{1}{2\tau} \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \ln \frac{\gamma^-(x, \xi; 4nh) \gamma^+(x, \xi; 4nh)}{\gamma^-(x, \xi; 4(n+1)h) \gamma^+(x, \xi; 4(n+1)h)} - \right. \\ \left. - \frac{(-1)^k}{2n+1} \left(\frac{\partial}{\partial y} \ln \frac{\gamma^-(x, \xi; 2(2n+1)y)}{\gamma^+(x, \xi; 2(2n+1)y)} \right) \Big|_{y=h} \right], \\ G_2(x, \xi) = -\frac{1}{2\tau} \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \ln \frac{\gamma^-(x, \xi; (4n+1)h) \gamma^+(x, \xi; (4n+1)h)}{\gamma^-(x, \xi; (4n+3)h) \gamma^+(x, \xi; (4n+3)h)} - \right. \\ \left. - (-1)^k \left(\frac{1}{4n+1} \frac{\partial}{\partial y} \ln \frac{\gamma^-(x, \xi; (4n+1)y)}{\gamma^+(x, \xi; (4n+1)y)} + \frac{1}{4n+3} \frac{\partial}{\partial y} \ln \frac{\gamma^-(x, \xi; (4n+3)y)}{\gamma^+(x, \xi; (4n+3)y)} \right) \Big|_{y=h} \right],$$

когда $\gamma^\pm(x, \xi; (4n+b)y) = \cos(\pi(\xi \pm x)/\tau) - ch(\pi(4n+b)/\tau)$.

На основании свойств функций $\varphi(x+k\tau)$, $\psi_k(x+k\tau)$ ($k=0,1,2$) и того, что $G_n(x, \xi)$ ($n=1,2$) непрерывно-дифференцируемы при $0 < x, \xi < \tau$, из (28) следует, что $v(x+k\tau) \in C^1(0, \tau)$.

Равенство (24), после подстановки (28) дает представление для нахождения функции $\bar{\omega}(x)$ (т.е. $\omega(x+k\tau)$ ($k=0,1,2$)), причем, очевидно, $\omega(x+k\tau) \in C[0, \tau] \cap C^2(0, \tau)$.

Подстановка функций $\nu(x+k\tau)$, $\omega(x+k\tau)$ в формулы (23), (25) приводит к окончательному виду решения задачи Коши и задачи Дирихле в областях D_0^- и D_0^+ , то есть в области $D_0 = D_0^- \cup D_0^+ \cup I_0$.

Список литературных источников

1. Бицадзе А.В. Уравнения смешанного типа. М., 1959.
2. Зарубин А.Н. Уравнения смешанного типа с запаздывающим аргументом. Орел, ОГУ, 1999.
3. Зарубин А.Н. Краевая задача для опережающе-запаздывающего уравнения смешанного типа с негладкой линией вырождения // Дифференциальные уравнения. . №10. Т. 50. 2014. С.1362-1372.

THE TASK OF GELLERSTEDT FOR THE EQUATION OF LAVRENTIEV-BITSADZE WITH DELAY AND DEVIATION

Elena Viktorovna Chaplygina

c.f.-m.n., associate professor

lena260581@yandex.ru

Oryol

FSBEI "Orel State University

named after I. S. Turgenev"

Abstract. The article investigates the task of Gellerstedt for the mixed type equation with the operator Lavrentiev-Bitsadze in the main part and functional delay, ahead of schedule. The General solution of the equation. The uniqueness theorem is proven. The problem of the existence of the problem G is considered. The uniqueness of the solution of the Gellerstedt problem follows from the fact that the homogeneous problem G has a trivial solution. The Cauchy and Dirichlet problems are given.

Keywords: mixed type equation, the task of Gellerstedt, the operator Lavrentiev-Bitsadze, Cauchy problem, Dirichlet problem.

References

1. Bitcadze A.V. (1959) Uravneniia smeshannogo tipa [Equations of mixed type] M., 1959.
2. Zarubin A.N. (1999) Uravneniia smeshannogo tipa s zapazdy`vaiushchim argumentom [Mixed type equation with retarded argument] Orel, OGU, 1999.
3. Zarubin A.N. (2014) Kraevaia zadacha dlia operezhaiushche-zapazdy`vaiushchego uravneniia smeshannogo tipa s negladkoï`linieï` vy`rozhdeniia [Boundary value problem for operezhajushhe-retarded equations of mixed type with nonsmooth degeneration line] Diferentsial`ny`e uravneniia. №10. Т. 50, pp. 1362-1372.

УДК
331.103.255 | СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ОПЕРАЦИЙ
С ПЕРСОНАЛЬНЫМИ УРБАНОСФЕРАМИ

Абашин Валерий Геннадьевич
к.т.н., доцент
valeriy@abashin.ru
г.Орел

Кафедра прикладной математики и
информатики
ФГБОУ ВО «ОГУ имени И.С.Тургенева»

Аннотация. В данной статье автор предлагает систематизированный вариант формализованных операций с персональными урбаносферами и их составными частями в рамках теории нечетких множеств. Представлены операции с персональными урбаносферами, позволяющие выполнять действия объединения, разделения, применять полученные от урбаносфер данные для оценки уровня жизни человека или качества урбанизированной территории. Приведены описания трех персональных урбаносфер, относящихся к членам одной семьи: урбаносферы мужа и жены, построенные по принципу снизу-вверх; персональная урбаносфера ребенка, построенная по принципу сверху-вниз. Представлены действия с нечеткими множествами, описанные в соответствии с основоположником теории нечетких множеств Л.Заде. Выделены этапы формализации персональной урбаносферы. Представлена схема систематизированного представления операций над персональными урбаносферами. Описана детализация элементов персональной урбаносферы. Рассмотрены примеры применения операций в численном представлении. Выделены ключевые группы наиболее часто используемых операций. Приводятся операции, неопределенные на данном этапе развития теории персональных урбаносфер. Сформулированы направления дальнейших исследований.

Ключевые слова: персональная урбаносфера; логические операции; математические операции; нечеткие множества.

В современном мире большая часть населения проживает на территориях, попадающих под определение урбаносфер [1][2][3], концепция которых позволяет отслеживать и уменьшать негативное влияние урбанизированных территорий на человека [4][5]. Понятия «умный дом» [6][7][8], «умный город» [9][10][11] не противоречат понятию урбаносфер, а являются её частными случаями. Урбаносферы и персональные урбаносферы позволяют не только создавать системы автоматизации на урбанизированных территориях, но и упрощают модернизацию и повышение уровня автоматизации уже имеющихся систем. При этом использование понятия урбаносферы позволяет постепенно повышать уровень автоматизации вплоть до создания полностью автоматических систем управления ресурсами и жизнеобеспечения человека. В данной статье представлены операции с персональными урбаносферами, которые позволяют выполнять такие действия, как: объединение, разделение, применять полученные от урбаносфер данные для оценки уровня жизни человека или качества урбанизированной территории. Все действия с нечеткими множествами, представленные в данной статье, описаны в соответствии с их представлением основоположником теории нечетких множеств Л.Заде [12].

Формализация персональной урбаносферы имеет четыре основных этапа:

1. Определение областей и маршрутов персональной урбаносферы по их географическому положению. Для их выделения производится анализ целей формализуемой

персональной урбаносферы и данных с имеющихся устройств съема информации. Функции принадлежности выделенных областей и маршрутов задаются равные единице.

2. Определяется продолжительность пребывания человека в каждой области и на каждом маршруте. Значения функций принадлежности замещает единицы, полученные на первом этапе, т. е. выполняется операция пересечения. Данные, используемые на этом этапе, считаются наиболее доступными для сбора с помощью нормативных и других документов, а также мобильных персональных электронных устройств.

3. Выполняется операция объединения функций принадлежности элементов персональной урбаносферы со значениями полученными на основе интегральной оценки ПФС человека [13][14][15], городской статистики аварий и катастроф для данной территории [16], прочей информацией позволяющей уточнить влияние элемента персональной урбаносферы на достижение поставленной перед ней цели [17].

4. Выполняется оптимизация персональной урбаносферы. Наиболее простым вариантом является исключение из множества областей и маршрутов с функцией принадлежности меньше некоторого установленного альфа-уровня.

Приведем описание трех персональных урбаносфер, относящихся к членам одной семьи. Персональная урбаносфера мужа построена по принципу снизу-вверх, ограничивается ноутбуком и данными собираемыми с помощью устройств ввода информации (клавиатура, тачпад). Одной из целей является отслеживание симптоматики нарушения сна. В формализованном виде такая персональная урбаносфера может быть представлена следующим образом:

$$U_{П1} = \{(x_1|1)\}, x \in X, \text{ где}$$

$U_{П1}$ - персональная урбаносфера;

X - все возможные области;

x_1 - область, к которой относится ноутбук.

В персональной урбаносфере жены, построенной по принципу снизу-вверх, основным устройством съема информации является смартфон, позволяющий определять активность и координаты глобальной системы позиционирования, благодаря которому удалось выявить следующие области: квартира проживания (x_2), работа (x_3), магазин 1 (x_4), магазин 2 (x_5), торговый центр 1 (x_6), дача (x_7). Также были определены следующие маршруты: дом – работа (x_8), дом – дача (x_9), дом – торговый центр 1 (x_{10}), работа – магазин 1 (x_{11}), дом – магазин 1 (x_{12}), дом – магазин 2 (x_{13}), магазин 1 – магазин 2 (x_{14}), магазин 1 – торговый центр 1 (x_{15}) и обратные им (с x_{16} по x_{23}), например, работа — дом (x_{16}) и т.д.. Обратные маршруты являются параллельными ребрами неориентированного графа в контексте теории графов [18], их необходимость определяется разграничением по времени передвижения человека между заданными областями, а значит, и разным условиям перемещения, различной траекторией движения или различным ПФС при перемещении по маршруту. После выполнения трех этапов формализации описываемая персональная урбаносфера стала иметь следующий вид:

$$U_{П2} = \{(x_2|1), (x_3|0,9), (x_4|0,01), (x_5|0,01), (x_6|0,02), (x_7|0,7), (x_8|0,3), (x_9|0,4), (x_{10}|0,3), (x_{11}|0,4), (x_{12}|0,1), (x_{13}|0,1), (x_{14}|0,02), (x_{15}|0,01), (x_{16}|0,4), (x_{17}|0,4), (x_{18}|0,3), (x_{19}|0,4), (x_{20}|0,1), (x_{21}|0,1), (x_{22}|0,01), (x_{23}|0,01)\}.$$

Персональная урбаносфера ребенка построена по принципу сверху-вниз на основе данных со смартфона с включенной системой глобального позиционирования, данных с

ПЭВМ, используемой ребенком дома, и включает в себя следующие области:

$$U_{ПЗ} = \{(x_{24}|1), (x_{25}|0,35), (x_{26}|0,8), (x_{27}|0,6)\}, x \in X, \text{ где}$$

$U_{ПЗ}$ - персональная урбаносфера;

X - все возможные области;

x_{24} - дом;

x_{25} - школа;

x_{26} - маршрут из дома до школы утром;

x_{27} - маршрут из школы до дома после занятий.

Следует обратить внимание на разделение маршрута от дома до школы и обратно. В связи с тем, что утренний маршрут проходит в условиях повышенной нагрузки на транспортную систему города он занимает больше времени и представляет большую опасность, чем возвращение из школы во второй половине дня после обеденного перерыва. В графическом представлении в виде неориентированного графа, маршруты x_{26} и x_{27} представляют собой параллельные ребра.

Выполнение операций над персональными урбаносферами подразумевает некоторый уровень их идентичности или эквивалентности. На основании того, что все возможные элементы персональной урбаносферы обозначаемые X включают в себя элементы, которые могут отличаться только одним свойством, например, временем активности, или координатой, предлагается считать допустимыми операции по замещению нескольких областей или маршрутов другим элементом нечеткого множества с изменением функций принадлежности вновь полученного элемента персональной урбаносферы, если между ними возможно установление определенного уровня схожести. В качестве примера рассмотрим подготовку $U_{П1}$ для объединения с $U_{ПЗ}$. В этом случае, необходимо произвести операцию объединения персональной урбаносферы из одного элемента с персональной урбаносферой описываемой четырьмя элементами. Для этого определяются общие для двух персональных урбаносфер области и маршруты: область дом с пересечением по времени, маршрут из дома до школы.

Таким образом,

$$U_{ПЗ} = \{(x_{28}|1), (x_{29}|1), (x_{25}|0,35), (x_{26}|0,8), (x_{27}|0,6)\}, \text{ где}$$

$x_{28} \cup x_{29} = x_{24}$ в контексте теории четких множеств, а x_{29} совпадает с частью области дом $U_{П1}$.

Значения функций принадлежности элементов x_{28}, x_{29} не были уточнены, поэтому не изменились. В персональной урбаносфере $U_{П1} = \{(x_{29}|1), (x_{26}|0,8), (x_{30}|1)\}$, области x_{26}, x_{29} выделены из x_1 как совпадающие с элементами имеющими соответствующие индексы в $U_{ПЗ}$. Равенство $x_{29} \cup x_{26} \cup x_{30} = x_1$ описывает связь между полученными элементами и исходным. В связи с отсутствием уточнения значений функций принадлежности для элементов $U_{П1}$ использованы значения соответствующих элементов $U_{ПЗ}$, так как их значения подвергались уточнению.

Выполнение операций над областями и маршрутами персональной урбаносферы, как и любое математическое преобразование, за исключением арифметических действий над целыми числами, может приводить к потере точности конечного решения. В случае выбора минимального значения функции принадлежности из двух значений одной области в разных персональных урбаносферах, возможно ухудшение качества принимаемых решений, а

использование максимума приведет к избыточному контролю над человеком. Более детальное изучение данного вопроса выходит за рамки этой статьи.

Следует учитывать, что один человек может использовать несколько персональных урбаносфер. Возможны случаи, когда при подготовке обновления персональной урбаносферы планируется замена имеющейся на новую. Для оценки качества функционирования таких систем автором предлагается использовать операции объединения, пересечения, включения, равенства, симметрической разности определенных в теории нечетких множеств. В рассматриваемом случае универсум X интерпретируется как исчерпывающий набор всех возможных областей и маршрутов.

Проверка на равенство двух персональных урбаносфер одного человека $U_{П1-1}$, состоящей из одного элемента с функцией принадлежности более нуля, и $U_{П1-2}$, состоящей из трех таких элементов, выполняется сравнением функций принадлежности соответствующих элементов $\mu_{U_{П1-1}}(x) = \mu_{U_{П1-2}}(x), x \in X$. Данное условие не выполняется для $U_{П1-1}$ и $U_{П1-2}$, поэтому $U_{П1-1} \neq U_{П1-2}$.

Выполнение операции включения для $U_{П1-1}$ и $U_{П1-2}$ по правилу теории нечетких множеств как $\mu_{U_{П1-1}}(x) \leq \mu_{U_{П1-2}}(x), x \in X$ дает следующий результат $U_{П1-1} \not\subseteq U_{П1-2}$, т. к. не выполняется условие $\forall x \in X: \mu_{U_{П1-1}}(x) \leq \mu_{U_{П1-2}}(x)$. Выполнение правила строгого включения также не выполняется $\forall x \in X: \mu_{U_{П1-1}}(x) < \mu_{U_{П1-2}}(x)$. При этом $U_{П1-1}$ не является надмножеством $U_{П1-2}$.

Операция объединения предшествует операции сравнения и позволяет проводить оценку возможности замены нескольких персональных урбаносфер одной, более общей. Практический смысл объединения двух персональных урбаносфер $U_{П1-1}$ и $U_{П1-2}$ не определен, так как одна является уточненной детализацией другой и приводится исключительно с целью демонстрации операции объединения для персональных урбаносфер одного человека.

$$U_{П1-1} \cup U_{П1-2} = \max(\mu_{U_{П1-1}}(x), \mu_{U_{П1-2}}(x)) = \{(x_1|1), (x_{29}|1), (x_{26}|0,8), (x_{30}|1)\}, x \in X.$$

Обосновать целесообразность замены операции объединения более мягкой операцией [19] алгебраической суммы $U_{П1-1} \oplus U_{П1-2}$ на сегодняшний момент не удалось.

Основным назначением операции пересечения является определение областей и маршрутов с избыточным контролем, что нарушает базовые принципы персональных урбаносфер и может приводить к ограничению свободной воли человека. Для демонстрации операции пересечения используем $U_{П1-1}$ и $U_{П1-2}$. В результате получаем:

$$U_{П1-1} \cap U_{П1-2} = \min(\mu_{U_{П1-1}}(x), \mu_{U_{П1-2}}(x)) = \emptyset.$$

Качество результата операции пересечения зависит от подготовки множеств для выполнения этой операции, поэтому до её выполнения желательно проведения некоторой оптимизации исходных нечетких множеств. Результат, полученный в примере, показывает отсутствие пересекающихся элементов, т. к. действие произведено над персональной урбаносферой и её уточненной версией. Для операции пересечения целесообразность применения более мягкой операции алгебраического произведения обосновать не удалось.

Операция симметрической разности двух нечетких множеств позволяет получить нечеткое множество, состоящее из всех элементов исходных множеств, не принадлежащих

одновременно обоим исходным множествам. В свою очередь, результирующее нечеткое множество дает представление, насколько исходные персональные урбаносферы содержат в себе друг друга, а значит сделать вывод о целесообразности дополнения или замены имеющейся персональной урбаносферы. В математическом виде записывается как $Y_{\Pi_1-1} - Y_{\Pi_1-2}$ с функцией принадлежности $\forall x \in X, \mu_{Y_{\Pi_1-1}-Y_{\Pi_1-2}}(x) = |\mu_{Y_{\Pi_1-1}}(x) - \mu_{Y_{\Pi_1-2}}(x)|$.

Рассмотрим операции над персональными урбаносферами разных людей. Автор предлагает считать, что все персональные урбаносферы расположены на одном универсуме, поэтому действия над персональными урбаносферами разных людей выполняются также как действия над персональными урбаносферами одного человека. Приведем пример проверки на равенство двух персональных урбаносфер Y_{Π_1} и Y_{Π_3} . Для этого производится сравнение функций принадлежности соответствующих элементов $\mu_{Y_{\Pi_1}}(x) = \mu_{Y_{\Pi_3}}(x), x \in X$. Данное условия не выполняется для Y_{Π_1} и Y_{Π_3} , поэтому $Y_{\Pi_1} \neq Y_{\Pi_3}$. Как видно из примера, эта операция над персональными урбаносферами отличается только интерпретацией нечетких множеств, поэтому операции включения, объединения, пересечения и симметрической разности относительно персональных урбаносфер, принадлежащих разным людям, приведены не будут.

Ключевой фигурой, развивающей персональные урбаносферы, является сам человек, живущий в них. В этом смысле любая область или маршрут является местом пересечения различных человеческих качеств, их стремлений, потребностей. Наибольший интерес для изучения территории представляют операции сравнения элементов персональных урбаносфер, определение степени их равенства или эквивалентности. Примеры их выполнения были приведены в статье ранее. Эти операции позволяют получить исходные данные об исследуемой территории в виде, доступном для изучения с помощью статистических или интеллектуальных моделей.

Одной из основных причин выполнения действий над персональными урбаносферами является потребность в их оптимизации. Примером может служить операция пересечения над персональными урбаносферами одного человека. В результате её выполнения производится исключение дублирующих областей или маршрутов, приводящих к избыточному контролю. Также к операциям, позволяющим оптимизировать персональные урбаносферы, относятся операции растяжения и концентрации нечеткого множества, определение четкого множества, ближайшего к нечеткому, использование множество альфа-уровней. Приведем пример оптимизации с целью уменьшения стоимости персональной урбаносферы Y_{Π_2} за счет уменьшения количества её элементов, выполнив последовательность действий: концентрация нечеткого множества, нормализация, использование подмножества альфа-уровня.

Выполнение операции концентрации Y_{Π_2} с функцией принадлежности

$$\mu_{CON(Y_{\Pi_2})}(x) = \mu_{Y_{\Pi_2}}^2(x), \quad \forall x \in X \text{ дало следующий результат:}$$

$$Y_{\Pi_2} = \{(x_2|1), (x_3|0,81), (x_4|0,0001), (x_5|0,0001), (x_6|0,0004), (x_7|0,49), (x_8|0,09), (x_9|0,16), (x_{10}|0,09), (x_{11}|0,16), (x_{12}|0,01), (x_{13}|0,01), (x_{14}|0,0004), (x_{15}|0,0001), (x_{16}|0,16), (x_{17}|0,16), (x_{18}|0,09), (x_{19}|0,16), (x_{20}|0,01), (x_{21}|0,01), (x_{22}|0,0001), (x_{23}|0,0001)\}.$$

Операция нормализации не изменит значения функций принадлежности, потому что нечеткое множество Y_{Π_2} после концентрации уже является нормализованным.

В случае $\alpha = 0,3$ подмножество альфа-уровня состоит из элементов $Y_{\Pi_2} =$

$\{(x_2|1), (x_3|0,81), (x_7|0,49)\}$. Если использование перечисленных элементов персональной урбаносферы позволяет достигать поставленные перед ней цели, остальные элементы можно исключить. На рисунке 1 представлена схема, систематизирующая операции, производимые над персональной урбаносферой.

К неопределенным относятся операции алгебраического сложения, вычитания, умножения и возведения в степень, а также другие операции, явно не указанные в других группах. Операция нормализации нечеткого множества персональной урбаносферы допустима только как дополнительное действие при выполнении другой операции при условии прямого предписания к её выполнению. В случае определения операции умножения на константу нормализация выполняется при появлении значения функции принадлежности большей единицы. Выполнение нормализации во всех иных случаях будет источником ошибочных результатов преобразований.

Систематизация операций, производимых над персональными урбаносферами, выявила шесть основных групп действий. Выявленные действия, не востребуемые на данном этапе развития теории персональных урбаносфер, их смысл применительно к этой теории остался неопределенным. В связи с тем, что любое математическое преобразование может увеличивать неточность получаемых значений и не систематически влиять на нечеткость, использование операции из разряда неопределенных требует дополнительного исследования.

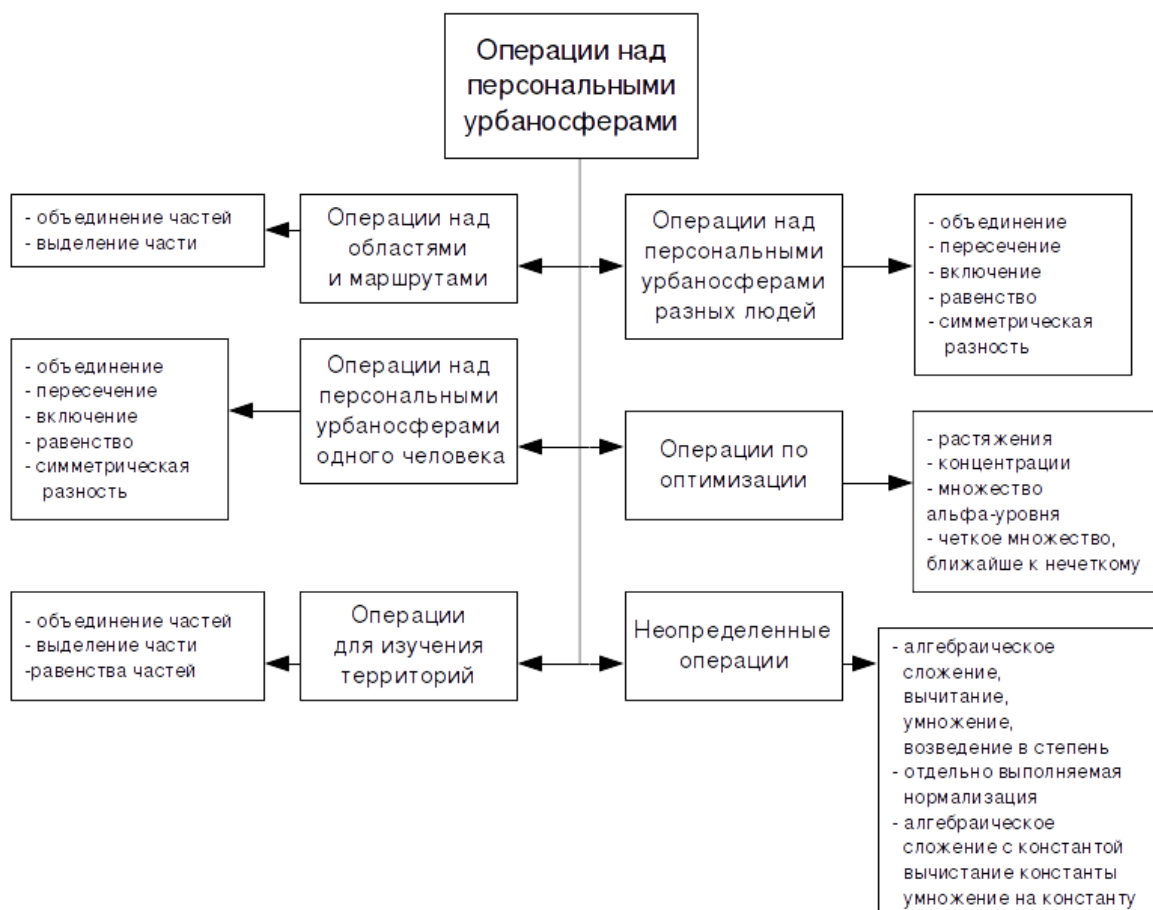


Рис. 1. Систематизированное представление операций над персональными урбаносферами

К нерешенным вопросам относится способ обозначения уровня формализации для персональной урбаносферы с элементами разного уровня оптимизации. Требуют дополнительного исследования операции над областями и маршрутами персональной урбаносферы. Наибольший интерес при работе с элементами персональной урбаносферы представляет определение уровня допустимого расхождения между ними. Также направлением дальнейших исследований является исследование эффективности методов оптимизации персональных урбаносфер с целью их практического применения.

Формализация урбаносфер может порождать нечеткие множества с большим количеством элементов, неудобных для ручного счета, а значит требующих автоматизации. Выполненная формализация является основой для автоматизации информационных систем персональных урбаносфер.

Список литературы

1. Абашин В.Г., Пилипенко О.В. Урбаносфера. Персональная урбаносфера // Биосферная совместимость: человек, регион, технологии. №2. 2013. С.29-34.
2. Abashin V.G., Pilipenko A.V. (2013) Prediction of medical conditions of the person on the basis of data on urbanosferas. // Proceedings of International Conference on Intelligent Information System, August 20-23. Chisinau, Republic of Moldova.
3. Абашин В.Г. Примеры формализации персональных урбаносфер с использованием биометрических данных [Электронный ресурс]. Современная техника и технологии. URL: <http://technology.snauka.ru/2016/05/9977> (дата обращения: 01.06.2016)
4. Абашин В.Г. Обоснование критерия для управления в персональных урбаносферах // Continuum. Математика. Информатика. Образование. №2. 2016. С.18-24.
5. Абашин В.Г. Мультибиометрические технологии в персональных урбаносферах // Российско-Китайский научный журнал «Содружество». №1. Т. 2. 2016. С.5-8.
6. Sang Hyun Park, So Hee Won Jong, Bong Lee Sung Woo Kim (2003) Smart home – digitally engineered domestic life./ *PersUbiquitComput* №7:189–196.DOI 10.1007/s00779-003-0228-9.
7. Sajid Hussain, SenolZafer Erdogan, Jong Hyuk Park (2009) Monitoring user activities in smart home environments. / *InfSyst Front* 11:537. DOI 10.1007/s10796-008-9132-1.
8. Das. S.K, Cook, D.J, Battacharya.A, Heierman. E.O. III, Tze-Yun Lin. (2002) The role of prediction algorithms in the MavHome smart home architecture. *Wireless Communications. IEEE*, Vol. 9, Issue. 6, 77 – 84.
9. O. Pol, P. Palensky OVE, C. Kuh, K. Leutgöb, J. Page, G. Zucker (2012) OVE. Integration of centralized energy monitoring specifications into the planning process of a new urban development area: a step towards smart cities. / *Elektrotechnik&Informationstechnik* 129/4: 258–264. DOI 10.1007/s00502-012-0010-7.
10. Zhenyong CHEN, Wei FAN, Zhang XIONG, Pingan ZHANG, Lixin LUO (2010) Visual data security and management for smart cities. / *Front. Comput. Sci. China*, 4(3): 386–393. DOI 10.1007/s11704-010-0378-7.
11. Sotiris Zygiaris (2013) Smart City Reference Model: Assisting Planners to Conceptualize the Building of Smart City Innovation Ecosystems. / *J Knowl Econ* 4:217–23. DOI 10.1007/s13132-012-0089-4.
12. Zadeh L.A. (1965) Fuzzy sets. — *Information and Control*, vol.8, №3, pp.338-353. <http://www-bisc.cs.berkeley.edu/Zadeh-1965.pdf>

13. Mandryk, R., Atkins, M. (2007) A fuzzy physiological approach for continuously modeling emotion during interaction with play technologies. *International Journal of Human-Computer Studies* 65, 329–347.
14. Leon, E., Clarke, G., Callaghan, V., Sepulveda, F. (2007) A user-independent real-time emotion recognition system for software agents in domestic environments. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 20, 337–345.
15. Stern, R.M., Ray, W.J., Quigley, K.S. (2001) *Psychophysiological recording*. Oxford University Press, New York.
16. Rob Kitchin. (2013) The real-time city? Big data and smart urbanism. *GeoJournal*. DOI 10.1007/s10708-013-9516-8.
17. Bonhyun Koo, Kyusuk Han, James J. (Jong Hyuk) Park, Taeshik Shon (2013) Design and implementation of a wireless sensor network architecture using smart mobile devices. / *TelecommunSyst* 52:2311–2320. DOI 10.1007/s11235-011-9535-z.
18. Biggs, N.; Lloyd, E.; Wilson, R. (1986), *Graph Theory*. 1736-1936. Oxford University Press.
19. Feng F. Generalized Rough Fuzzy Sets Based on Soft Sets, *Soft Computing*, July 2010, Volume 14, Issue 9, pp 899–911

SYSTEMATIZATION OF OPERATIONS WITH PERSONAL URBANOSPHERES

Abashin Valery Gennadevich
c.t.n., associate professor
valeriy@abashin.ru
Oryol

Orel State University

Abstract. In this article the author offers a systematized version of formalized operations with personal urbanospheres and their constituent parts within the framework of fuzzy sets theory. The details of the elements of the personal urbanospheres are described. Examples of application of operations in numerical representation are considered. Key groups of the most frequently used operations are identified. The operations are vague at this stage of the development of the theory of personal urbanospheres. Directions for further research are formulated.

Keywords: personal urban space; Logical operations; Mathematical operations; Fuzzy sets.

Referense

1. Abashin V.G., Pilipenko O.V. (2013) Urbanosfera. Personal`naia urbanosfera [Urbanosfera. Personal urbanosfera] *Biosfernaia sovmestimost`*: chelovek, region, tekhnologii. №2, pp. 29-34.
2. Abashin V.G., Pilipenko A.V. (2013) Prediction of medical conditions of the person on the basis of data on urbanosferas. // *Proceedings of International Conference on Intelligent Information System*, August 20-23. Chisinau, Republic of Moldova.
3. Abashin V.G. (2016), Primery` formalizatsii personal`ny`kh urbanosfer s ispol`zovaniem biometricheskikh danny`kh [Electronic resource] [Examples of formalization of personal urbanosfer using biometric data] *Sovremennaia tekhnika i tekhnologii*. URL: <http://technology.snauka.ru/2016/05/9977> (Accessed: 01.06.2016)
4. Abashin V.G. (2016) Obosnovanie kriteriia dlia upravleniia v personal`ny`kh urbanosferakh

- [Justification the criterion for personal urbanosferah] Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie. №2, pp. 18-24.
5. Abashin V.G. (2016) Mul'tibimetricheskie tekhnologii v personal'ny`h urbanosferakh [Justification the criterion for personal urbanosferah] Rossijsko-Keitai'skii nauchny`i zhurnal «Sodruzhestvo». №1. T. 2, pp. 5-8.
 6. Sang Hyun Park, So Hee Won Jong, Bong Lee Sung Woo Kim (2003) Smart home – digitally engineered domestic life./PersUbiquitComput №7:189–196.DOI 10.1007/s00779-003-0228-9.
 7. Sajid Hussain, SenolZafer Erdogan, Jong Hyuk Park (2009) Monitoring user activities in smart home environments. / InfSyst Front 11:537 .DOI 10.1007/s10796-008-9132-1.
 8. Das. S.K, Cook, D.J, Battacharya.A, Heierman. E.O. III, Tze-Yun Lin. (2002) The role of prediction algorithms in the MavHome smart home architecture. Wireless Communications. IEEE, Vol. 9, Issue. 6, 77 – 84.
 9. O. Pol, P. Palensky OVE, C. Kuh, K. Leutgöb, J. Page, G. Zucker (2012) OVE. Integration of centralized energy monitoring specifications into the planning process of a new urban development area: a step towards smart cities. / Elektrotechnik&Informationstechnik 129/4: 258–264. DOI 10.1007/s00502-012-0010-7.
 10. Zhenyong CHEN, Wei FAN, Zhang XIONG, Pingan ZHANG, Lixin LUO (2010) Visual data security and management for smart cities. / Front. Comput. Sci. China, 4(3): 386–393 .DOI 10.1007/s11704-010-0378-7.
 11. Sotiris Zygiaris (2013) Smart City Reference Model: Assisting Planners to Conceptualize the Building of Smart City Innovation Ecosystems. / J Knowl Econ 4:217–23. DOI 10.1007/s13132-012-0089-4.
 12. Zadeh L.A. (1965) Fuzzy sets. — Information and Control, vol.8, №3, pp.338-353. <http://www-bisc.cs.berkeley.edu/Zadeh-1965.pdf>
 13. Mandryk, R., Atkins, M. (2007) A fuzzy physiological approach for continuously modeling emotion during interaction with play technologies. International Journal of Human-Computer Studies 65, 329–347.
 14. Leon, E., Clarke, G., Callaghan, V., Sepulveda, F. (2007) A user-independent real-time emotion recognition system for software agents in domestic environments. Engineering Applications of Artificial Intelligence 20, 337–345.
 15. Stern, R.M., Ray, W.J., Quigley, K.S. (2001) Psychophysiological recording. Oxford University Press, New York.
 16. Rob Kitchin. (2013) The real-time city? Big data and smart urbanism. GeoJournal. DOI 10.1007/s10708-013-9516-8.
 17. Bonhyun Koo, Kyusuk Han, James J. (Jong Hyuk) Park, Taeshik Shon (2013) Design and implementation of a wireless sensor network architecture using smart mobile devices. / TelecommunSyst 52:2311–2320. DOI 10.1007/s11235-011-9535-z.
 18. Biggs, N.; Lloyd, E.; Wilson, R. (1986), Graph Theory. 1736-1936. Oxford University Press.
 19. Feng F. Generalized Rough Fuzzy Sets Based on Soft Sets, Soft Computing, July 2010, Volume 14, Issue 9, pp 899–911

Трегубов Александр Борисович
магистрант
tregubov@elsu.ru
г. Елец

институт математики, естествознания и
техники Елецкого государственного
университета им. И. А. Бунина

Аннотация. В развитии современных приложений наблюдается устойчивая тенденция к переходу к веб-технологиям и среди проблем, которые приходится решать разработчикам, особое место занимают вопросы обеспечения безопасности и контроля доступа. В данной статье рассматривается свободно распространяемый фреймворк Spring Security – самый мощный инструмент обеспечения безопасности веб-приложений, созданных с использованием технологий Java/JavaEE. Являясь частью общей экосистемы фреймворка Spring Framework, Spring Security в полной мере использует все его возможности и механизмы, такие как внедрение зависимостей и аспектно-ориентированное программирование. С помощью аспектов Spring Security позволяет декларативно обеспечивать безопасность веб-приложения на всех уровнях: на уровне запросов, на уровне вызова методов и на уровне представлений. Большое внимание в статье уделено описанию ключевых классов и интерфейсов, составляющих ядро фреймворка. Подробно рассматриваются имеющиеся в Spring Security механизмы аутентификации и авторизации пользователей. Дается пример настройки Spring Security с помощью аннотаций и классов Java, который может лечь в основу разработки системы безопасности любого современного веб-приложения.

Ключевые слова: JavaEE; Spring Framework; Spring Security; безопасность веб-приложений; аутентификация; авторизация; роли пользователей; безопасность запросов; безопасность методов; java config.

Критически важным аспектом большинства веб-приложений является безопасность. На данный момент самым популярным инструментом для обеспечения безопасности корпоративных веб-приложений, разработанных с использованием технологий Java/JavaEE, является open source фреймворк Spring Security. Это очень мощная система безопасности, которая содержит все необходимое для быстрого включения безопасности веб-приложений, достаточно гибкая и легко расширяемая. Вот лишь некоторые из возможностей Spring Security [2]:

- комплексная и расширяемая поддержка аутентификации и авторизации;
- защита от атак типа фиксация сессии, кликджекинга, межсайтовой подделки запроса (Cross-Site Request Forgery, CSRF) и др.;
- поддержка протоколов SSL и HTTPS, сертификатов X.509;
- поддержка LDAP и OpenID аутентификации;
- интеграция с Servlet API;
- интеграция с Spring Web MVC.

Фреймворк Spring Security обеспечивает декларативную безопасность корпоративных веб-приложений, основанных на Spring Framework, что позволяет отделить задачу обеспечения безопасности от функциональных задач приложения. Являясь частью общей экосистемы, Spring Security в полной мере использует механизмы фреймворка Spring Framework, такие как внедрение зависимостей и аспектно-ориентированное программирование (Spring AOP) [4].

Spring Security обеспечивает защиту веб-приложений на двух уровнях – на уровне HTTP запросов и на уровне вызовов методов. На уровне запросов используется последовательность сервлет-фильтров, с помощью которых Spring Security может контролировать доступ к веб-ресурсам. А для обеспечения безопасности на уровне вызовов методов используются аспекты Spring AOP и предоставляемые фреймворком объекты-обертки, гарантирующие авторизацию пользователей.

Рассмотрим некоторые ключевые объекты Spring Security. Самым фундаментальным является объект SecurityContextHolder, в котором хранится информация о текущем контексте безопасности приложения SecurityContext, в частности, подробная информация об аутентифицированном пользователе, так называемом принципе (Principal) работающем в настоящее время с приложением. В SecurityContext содержится объект Authentication и информация системы безопасности, связанная с запросом от пользователя. Например, следующий код позволяет получить имя текущего зарегистрированного пользователя [3]:

```
Authentication auth = SecurityContextHolder.getContext().getAuthentication();
Object principal = auth.getPrincipal();
if (principal instanceof UserDetails) {
    String username = ((UserDetails)principal).getUsername();
} else {
    String username = principal.toString();
}
```

Листинг 1. Получение имени зарегистрированного пользователя.

В этом примере используется еще один из центральных интерфейсов Spring Security – UserDetails, который представляет собой принципа, но в расширенном виде и с учетом специфики приложения. Он очень похож на интерфейс Authentication, но имеет иные цели. В частности, в нем содержатся имя и пароль пользователя, флаги, указывающие на истечение срока действия учетной записи или пароля, или на блокировку учетной записи, а также коллекция прав (ролей) пользователя. Но основное предназначение UserDetails – загрузка дополнительных сведений о профиле принципа, необходимых для поддержки бизнес требований приложения, включая его ФИО, адрес, номер телефона, электронную почту и т.д. Этот класс позволяет адаптировать внутреннего пользователя приложения к тому, что требуется механизмам Spring Security.

Загрузить информацию о пользователе помогает интерфейс UserDetailsService, единственный метод которого позволяет получить из источника данных объект пользователя и сформировать из него объект UserDetails. Разработчики приложения, в основном, пишут собственные реализации данного интерфейса, используя существующие объекты доступа к данным, представляющие их сотрудников, клиентов и других пользователей приложения.

Как правило, с помощью интерфейса UserDetailsService загружается также коллекция объектов GrantedAuthority, представляющих собой полномочия пользователей. GrantedAuthority – еще один ключевой объект контекста Spring Security, отражающий разрешения выданные пользователю в масштабе всего приложения. Такие разрешения (часто называют «роли»), как например ROLE_USER, ROLE_ADMIN, ROLE_ANONYMOUS, сопоставляются с пользователем в процессе аутентификации и в дальнейшем используются для авто-

ризации веб-запросов, авторизации методов, для настройки элементов пользовательского интерфейса. Другие части Spring Security способны интерпретировать эти роли, и ожидают их наличия.

Поскольку взаимодействие с веб-приложением осуществляется посредством HTTP-запросов, то именно с них и начинается организация защиты. На рис. 1 представлена типичная схема обработки запроса в Spring Security.

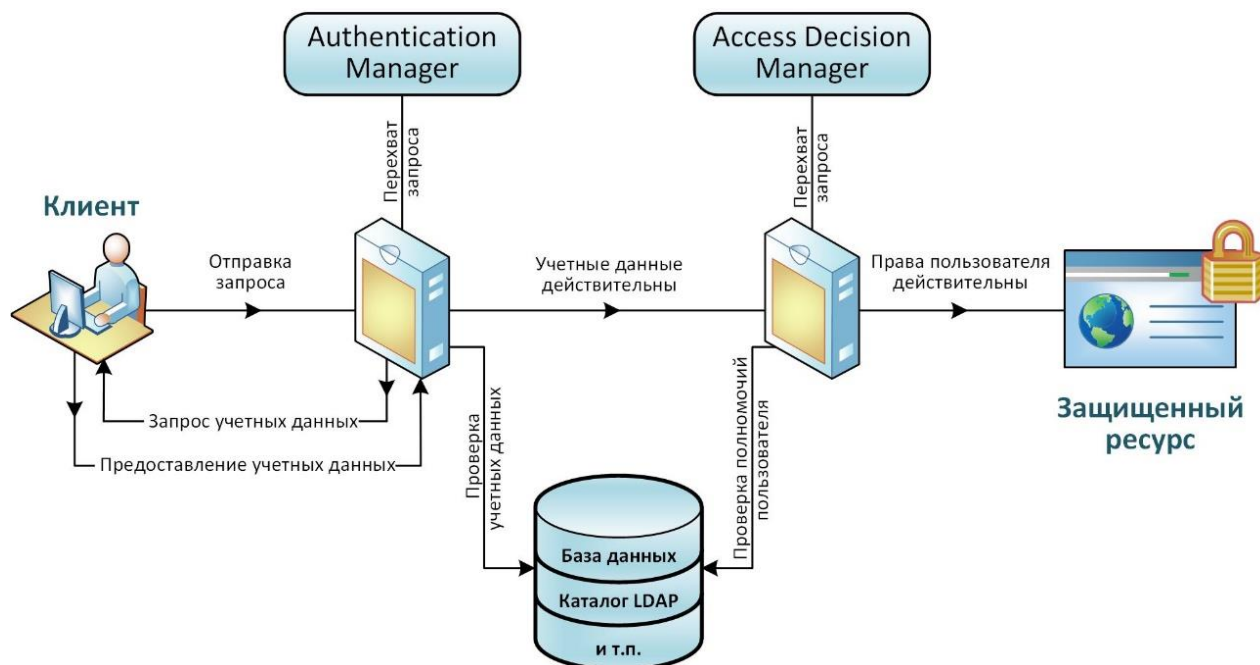


Рис. 1. Типичная обработка запроса в Spring Security

Первый шаг, который должен сделать пользователь при работе с защищенным веб-приложением, это пройти аутентификацию. Сегодня существует достаточно много способов, с помощью которых можно проверить подлинность пользователя в приложении. Spring Security поддерживает практически всё разнообразие методик аутентификации, имея соответствующие провайдеры аутентификации. Механизмы фреймворка позволяют использовать информацию о пользователях приложения, хранящуюся в памяти, в реляционной базе данных или на сервере каталогов LDAP. Можно использовать децентрализованные системы идентификации OpenID или централизованные системы CAS, а также сертификаты X.509. Некоторые приложения могут использовать сразу несколько стратегий аутентификации. Spring Security в этом плане очень гибкий.

За процесс аутентификации в Spring Security отвечает менеджер аутентификации – экземпляр класса, реализующего интерфейс AuthenticationManager. Его единственный метод authenticate() принимает для проверки частично заполненный экземпляр класса Authentication, например, введенные пользователем логин и пароль. В случае успешной аутентификации AuthenticationManager возвращает полностью заполненный объект Authentication. При заполнении устанавливается пользователь (Principal) и его права, затем устанавливается контекст безопасности, после чего пользователь считается подлинным.

Следующий шаг – авторизация, т.е. контроль доступа легального пользователя к защищенным ресурсам приложения после успешного прохождения им аутентификации. За это отвечает еще один интерфейс, который называется `AccessDecisionManager` – менеджер управления доступом. Он отвечает за определение того, имеет ли принципал соответствующий уровень доступа, на основе совпадения между полномочиями, которыми обладает принципал и полномочиями, требуемыми ресурсом. На рисунке 2 показаны различные классы, связанные с модулем авторизации в Spring Security.

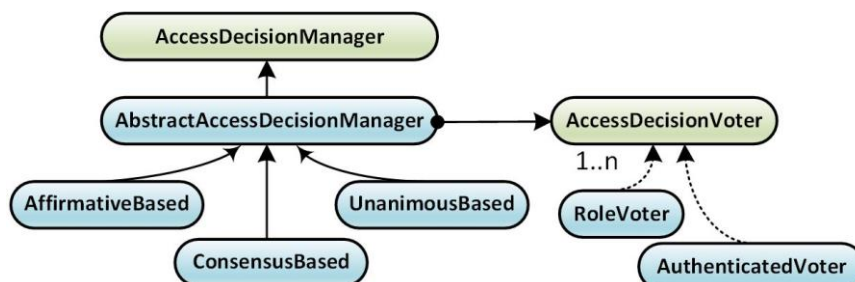


Рис. 2. Классы, связанные с `AccessDecisionManager`

Чтобы определить предоставлять пользователю доступ или нет, `AccessDecisionManager` использует систему голосования. Для этого у него есть коллекция так называемых «избирателей» – экземпляров классов, реализующих интерфейс `AccessDecisionVoter`. Например, одним из таких избирателей является `RoleVoter`, голосующий в зависимости от ролей, которые имеются у пользователя. Можно добавлять и своих собственных «избирателей» с произвольным алгоритмом авторизации.

Из рисунка 3 видно, что в Spring Security имеется три конкретных реализации интерфейса `AccessDecisionManager`, отличающихся стратегией подсчета голосов:

- `AffirmativeBased` (используется по умолчанию) – предоставляет доступ, если хотя бы один из голосующих проголосовал «за» предоставление доступа;
- `ConsensusBased` – для предоставления доступа необходимо большинство голосов;
- `UnanimousBased` – предоставляет доступ, если абсолютно все проголосовали «за».

`AccessDecisionManager` рассматривает результаты голосования каждого избирателя из набора и в зависимости от своей стратегии подсчета голосов, выносит окончательный вердикт – предоставлять доступ или нет.

Помимо защиты веб-приложения на уровне запросов, Spring Security обеспечивает также безопасность на уровне методов, используя для этого аспекты Spring AOP и ряд специальных аннотаций. Например, с помощью аннотаций `@Secured` (или её аналога `@RolesAllowed`) можно запретить вызывать метод пользователю, не обладающему соответствующей привилегией. В примере ниже только пользователь с ролью `ROLE_ADMIN` может вызывать метод добавления нового пользователя:

```

@Secured("ROLE_ADMIN")
public void addUser(User user) {
    //...
}
  
```

Листинг 2. Использование аннотации `@Secured` для защиты метода

Если же данный метод попытается вызвать пользователь, не имеющий необходимую привилегию, то будет возбуждено исключение, которое приложение должно обработать.

Аннотации `@PreAuthorize`, `@PostAuthorize`, `@PreFilter`, `@PostFilter` позволяют использовать язык выражений SpEL для реализации более сложных требований доступа к методу. Кроме этого они позволяют проверять условия как до, так и после вызова метода, анализируя как входные данные, так и результат работы метода.

Рассмотрим теперь процедуру подключения и настройки Spring Security к проекту веб-приложения. Чтобы подключить Spring Security, достаточно добавить в файл настройки проекта `pom.xml` следующие зависимости:

```
<dependency>
  <groupId>org.springframework.security</groupId>
  <artifactId>spring-security-config</artifactId>
  <version>4.1.0.RELEASE</version>
</dependency>
<dependency>
  <groupId>org.springframework.security</groupId>
  <artifactId>spring-security-web</artifactId>
  <version>4.1.0.RELEASE</version>
</dependency>
```

Листинг 3. Подключение модулей Spring Security к проекту веб-приложения.

Конфигурирование Spring Security можно осуществлять либо с помощью xml-файлов, либо использовать так называемый JavaConfig – настройку через классы Java и аннотации. Ниже приведен пример настройки Spring Security через JavaConfig.

```
@Configuration
@EnableWebSecurity
public class SecurityConfig extends WebSecurityConfigurerAdapter {

    @Override
    protected void configure(HttpSecurity http) throws Exception {
        http.authorizeRequests()
            .antMatchers("/resources/**", "/about").permitAll()
            .antMatchers("/admin/**")
                .access("hasRole('ROLE_ADMIN') or hasRole('ROLE_SUPERADMIN')")
            .antMatchers("/**").hasRole("ROLE_USER");
        http.authorizeRequests()
            .and().formLogin() // login configuration
            .loginPage("/login").permitAll()
            .loginProcessingUrl("/login/check")
            .failureUrl("/login?error=true")
            .usernameParameter("username")
            .passwordParameter("password")
            .defaultSuccessUrl("/", false)
            .and().logout() // logout configuration
            .logoutUrl("/logout")
            .logoutSuccessUrl("/login")
            .permitAll();
        http.authorizeRequests()
            .and().exceptionHandling().accessDeniedPage(Url.FORBIDDEN_PAGE)
```

```

        .and().csrf();
    }

    @Autowired
    UserDetailsService userDetailsService;

    @Autowired
    public void configureGlobal(AuthenticationManagerBuilder auth)
        throws Exception {
        auth.userDetailsService(userDetailsService)
            .passwordEncoder(passwordEncoder());
    }

    @Bean
    public PasswordEncoder passwordEncoder() {
        PasswordEncoder encoder = new BCryptPasswordEncoder();
        return encoder;
    }
}

```

Листинг 4. Настройка Spring Security с помощью JavaConfig

Класс, настраивающий Spring Security должен быть помечен аннотациями `@Configuration` и `@EnableWebSecurity` и являться наследником абстрактного класса `WebSecurityConfigurerAdapter`. Ключевым является метод `configure(...)`, в котором настраиваются параметры аутентификации на основе HTTP формы, и прописываются адреса ресурсов, имеющих ограничения доступа.

В данной конфигурации Spring Security настраивается на форму, заданную пользователем, действие которой определяется строкой `loginProcessingUrl("/login/check")`, имя пользователя и пароль передаются в параметрах "username" и "password" соответственно. Указаны URL страниц входа ("/login"), выхода ("/logout"), страницы, которая будет показана пользователю в случае неудачной аутентификации ("/login?error=true"). В строке `defaultSuccessUrl("/", false)` значение false во втором параметре заставляет Spring Security в случае успешной аутентификации перенаправить пользователя на тот ресурс, с которого он пришел на страницу аутентификации. С помощью вызова `csrf()` добавляется поддержка механизма защиты от межсайтовой подделки запросов (Cross Site Request Forgery), при этом в форму автоматически добавляется скрытое поле с именем "_csrf". Сама форма должна быть отправлена HTTP методом POST.

Авторизация настраивается с помощью цепочки вызовов `antMatchers`: задаются шаблоны URL (по умолчанию, в стиле утилиты Ant), которые будут сопоставляться с входящими запросами. Если запрос совпадет с шаблоном, к нему применятся соответствующие правила безопасности. В примере выше ко всем статическим ресурсам приложения (шаблон `"/resources/**"`), а также к странице `"/about"` разрешен доступ всем пользователям, в то время как доступ в раздел администрирования имеют только пользователи, обладающие ролями `ROLE_ADMIN` или `ROLE_SUPERADMIN`. Все остальные страницы, независимо от URL (шаблон `"/**"`), доступны пользователям с ролью `ROLE_USER`.

В рассмотренном примере предполагается, что информация о пользователях хранится в базе данных и загружается в методе `configureGlobal(...)` с помощью собственной реализации

интерфейса UserDetailsService. При этом компонент passwordEncoder заставляет сохранять пароли в БД в зашифрованном виде, для большей безопасности.

Наконец, Spring Security необходимо проинициализировать. Для этого достаточно объявить наследника класса AbstractSecurityWebApplicationInitializer, как показано в следующем примере.

```
@Order(1)
public class SecurityInitializer extends AbstractSecurityWebApplicationInitial-
izer {}
```

Листинг 5. Инициализация Spring Security

При этом будет автоматически загружен контекст приложения и подключатся сервлет-фильтры. Чтобы фильтры Spring Security гарантировано стояли перед всеми остальными фильтрами веб-приложения используется аннотация @Order(1).

Рассмотренный пример конфигурации может лечь в основу разработки системы безопасности любого современного веб-приложения, написанного на Java.

Список литературы

1. Mularien P. (2010) Spring Security 3. Packt Publishing.
2. Spring Security Reference [Электронный ресурс]. URL: <http://docs.spring.io/spring-security/site/docs/4.1.x/reference/htmlsingle/>.
3. Spring Security/Технический обзор Spring Security [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikibooks.org/wiki/Spring_Security/Технический_обзор_Spring_Security.
4. Уоллс К. Spring в действии. М.: ДМК Пресс, 2013.
5. Шефер К., Хо К., Харроп Р. Spring 4 для профессионалов, 4-е изд. : Пер. с англ. М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2015.

WEB APPLICATION SECURITY WITH THE HELP OF SPRING SECURITY FRAMEWORK

Tregubov Alexander Borisovich
graduate student
tregubov@elsu.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Summary. There is a steady trend toward web-based technologies in the development of advanced applications. Among the problems that must be solved by the developers a special place is occupied by the issues of security and access control. This article discusses a freeware framework Spring Security - the most powerful tool to ensure the security of web applications built using Java/JavaEE technologies. As a part of the overall ecosystem framework Spring Framework, Spring Security takes full advantage of all its capabilities and mechanisms, such as dependency injection and aspect-oriented programming. With the help of aspects Spring Security allows to provide Web application security in a declarative way at all levels: at the query level, at the level of calling methods on the level of ideas. Much attention is paid to the description of the key classes and interfaces that make up the core of the framework. Spring Security mechanisms of authentication and authorization are given in details. We give an example of configuring Spring Security using annotations and Java classes that can form the basis for the development of security systems of any modern web applications.

Keywords: JavaEE; Spring Framework; Spring Security; web application security; authentication; authorization; user roles; query security; safety practices; java config.

References

1. Mularien P. (2010) Spring Security 3. Packt Publishing.
2. Spring Security Reference [Electronic resource]. URL: <http://docs.spring.io/spring-security/site/docs/4.1.x/reference/htmlsingle/>
3. Spring Security / Technical Overview Spring Security [electronic resource]. URL: https://ru.wikibooks.org/wiki/Spring_Security/Технический_обзор_Spring_Security.
4. Walls K. (2013) Spring in action. М.: DMK Press.
5. K. Schaefer, Ho K. Harrop R. (2015) Spring 4 for professionals, 4th ed. Hardcover. from English. М.: ООО «ID Williams».

НОВШЕСТВА ФГОС И ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

УДК
372.851 | **КОММУНИКАЦИЯ-ТРАНСЛЯЦИЯ ЦЕННОСТИ
КАК ФАКТОР ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ
МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ**

Подаева Наталия Георгиевна | кафедра прикладной математики и ин-
д.п.н., профессор, форматики
г. Елец Елецкого государственного университета
подаeva@mail.ru им. И.А. Бунина

Подаев Михаил Валерьевич | кафедра математики и методики
к.п.н., доцент ее преподавания
г. Елец Елецкого государственного университета
подаev86@gmail.com им. И.А. Бунина

Аннотация. Статья посвящена одной из методических проблем обучения математике в школе – проблеме запуска и поддержания на уроках математики коммуникации-трансляции, представляющей собой сложную систему механизмов деятельности, звено обратной связи в динамике освоения ценности в ситуации учения-обучения. Приводится анализ связей развития коммуникации и непосредственно связанного с ней процесса понимания применительно к обучению математике. С позиций психологии, социологии и методики обучения математике раскрывается содержание ключевых подсистем коммуникации ученика с учителем применительно к обучению: *кодирование-раскодирование* (создание, сохранение культурных ценностей); *коммуникация-трансляция* (передача ценностного отношения); *коммутиация* (распознавание новых значений). Выделяются этапы овладение социокоммуникативными ситуациями: обучающийся принимает сообщения (фрагмент культурного опыта – *дискурс*), выполняя функцию реципиента; учитель передает сообщения (упаковывает и кодирует их), выполняя функцию коммуникатора. Вместе с тем ученику для распознавания сообщения необходимо обладать *контекстом*, причем предметная знаковая конструкция должна обрести субъективный смысл – восприниматься как норма, и затем пройти *легитимацию*¹. В самоидентификации субъект-обучающийся следует в обратном направлении – от нормы, легитимации – к «значимому другому», к *ego*, и знаковая конструкция окажется *ценностью*, регулятивом собственного поведения. Рассматривая социокоммуникативный процесс применительно к обучению как саморазвивающуюся систему, выделяются внутренняя и внешняя его

¹ Напомним, что чаще термин «легитимация» используется в юридическом контексте – «действующее на законных основаниях, на правовых нормах», однако он имеет более широкий социальный контекст – «понимание», «признание».

составляющие. *Внутренняя структура* коммуникации представляет собой иерархическое соответствие таких параметров, как мотивация, ценностное отношение, эмоционально-волевая регуляция деятельности. *Внешняя структура* коммуникации включает деятельностный и операциональный компоненты и представляет собой концентрическое соответствие и корреляцию: низкий – репродуктивный уровень; средний – репродуктивный, продуктивный уровни; высокий – репродуктивный, продуктивный и продуктивно-творческий уровни. Связь между внутренней и внешней структурами коммуникации проявляется в эмоциях (переживании ценностного отношения), которые за счет эмоционального «наведения» и эмоциональной коррекции «динамизируют» операциональный компонент, направляют его работу по определенному пути.

Ключевые слова: понимание; коммуникация-трансляция; мотивировка; формирование семантических структур; формирование понятийных психических структур; осознание содержания и процесса деятельности.

Невозможно оспорить принципиальную роль коммуникационных процессов в образовании, поскольку сущность его состоит в трансляции культуры, в передаче педагогом опыта, «культурных матриц поведения», «архетипов сознания», а содержание образования – продукт сотворчества учителя и учащихся. Владение этим содержанием школьником обеспечивается коммуникационными процессами – взаимодействием его опыта и опыта преподавателя. Поскольку любая деятельность в учебном процессе диалогична, то любая форма организации учебной деятельности является *коммуникативным* событием. Как отмечает В.А. Петровский, «<...> Люди приобщаются друг к другу, постигая единый для всех «предмет», и в то же время они постигают этот предмет, лишь приобщаясь друг к другу» [3, с. 267]. Вот почему на первый план в практике обучения математике выступает владение преподавателем технологией запуска и поддержания содержательной проблемной коммуникации на уроках математики.

В русле социокультурного подхода к образованию, разрабатываемого В.И. Добренковым, В.Я. Нечаевым, М.К. Петровым и др., коммуникация, или трансляция ценности, «<...> диктует и свой язык всем другим звеньям механизма динамики ценности в культуре, идентифицируя тем самым продукты культурной деятельности, поддерживая единство ценностей в культуре» [1, с. 107]².

Между тем, в настоящее время вопросы развития коммуникации и коррелирующего с ней процесса понимания³ применительно к обучению математике рассматриваются поверхностно. Исследование коммуникационных процессов в ситуации учения-обучения, их роли в обеспечении ценностного отношения к математике как самостоятельная задача в сложив-

² В интерпретации М.К. Петрова коммуникация связана с творчески-познавательной деятельностью и названа им трансмутацией.

³ Основная цель коммуникационного процесса – обеспечение переживания (эмоционального отношения) и понимания (рефлексивного отношения) ценностных позиций, поэтому коммуникация может быть определена как передача – опредмечивание и распрепредмечивание – не только информации, но ее значения, смысла и ценностного содержания с помощью символов.

шейся теории и практике преподавания не ставится. Учителя, как правило, не владеют технологией запуска и поддержания содержательной проблемной коммуникации на уроках математики.

Традиционно в методике процесс освоения ценностного отношения к математике представляется как естественно складывающийся при обучении. В то же время известно, что образование обособляется среди форм социализации именно по признаку «искусственности»: в любую естественную структуру, так или иначе, включаются формы предпочтений, субъективности, выбора. Целенаправленное формирование ценностного отношения к математическим категориям, объектам, методам представляется возможным только в искусственно организованной предметной среде учебной деятельности. Предметом проектирования в нашем исследовании является коммуникативная деятельность школьников в ситуации обучения математике, позволяющая присваивать необходимые для освоения ценностного отношения способы понимания и переживания ценностных позиций.

Анализ проблем, связанных с обучением математике в подростковом возрасте, убедил нас рассмотреть коммуникацию в двух ракурсах:

- теоретическом, как феномен, обуславливающий одновременно процессы переживания (эмоциональное отношение) и понимания (рефлексивное отношение) обучающимся ценностных позиций,
- практическом, как технологию социокультурно-ориентированного обучения математике.

Методологической основой исследования коммуникационных процессов послужили положения генетической психологии (Ж.Пиаже и др.)⁴, культурно-исторической концепции (Л.С. Выготский и др.)⁵, деятельностного подхода (Э.В. Ильенков, А.Н. Леонтьев, Г.П. Щедровицкий, П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, Д.Б. Эльконин и др.)⁶, а также положения когнитивной психологии (М.Айзенк, Дж. Келли, Э. Толман и др.)⁷.

Так, например, наиболее существенное в обучении геометрии – выделение двух когнитивных типов подростков: *контекстно-независимые учащиеся* (легко усваивают материал на вербальном уровне объяснения) и *контекстно-зависимые* (лучше усваивают материал в контексте, с помощью средств наглядности, обеспечивающих так называемую «знаковую натурализацию деятельности» [4]).

Исследуя коммуникационный процесс как феномен, отметим, что М.С. Каган диалектически связывал в нем стремление учителя приобщить обучающегося к своим ценностям и одновременно стремление ученика свободно строить свою систему ценностей. С этой точки зрения столь же диалектически связываются в процессе коммуникации *переживание* и *понимание* ценностных позиций, *эмоциональное* и *рефлексивное* отношение к ценностям, что превращает

⁴ Генетическая точка зрения на природу человеческих способностей: развитие способностей подчиняется биологическим закономерностям («математиками рождаются»).

⁵ «Обучение ведет за собой развитие».

⁶ Человеческие способности имеют не наследственную, а социальную детерминацию. Источник способностей – социальный опыт.

⁷ Способности индивида развиваются в ходе его опыта, поведения. Учение – не только усвоение знаний, но и усвоение опыта.

отношение в «ценностно-духовное», а не одностороннее – либо рациональное, либо эмоциональное (М.С. Каган [2]).

В теории информации коммуникация – это однонаправленный процесс кодирования, передачи информации от источника и приема получателем сообщения.

С позиций деятельностного подхода Г.П. Щедровицкий ([5]) рассматривает *коммуникацию-трансляцию как воспроизводство деятельности по освоению материала: коммуникация – совместная деятельность коммуникантов, в ходе которой вырабатывается общий взгляд на вещи и действия с ними.*

Как отмечалось Г.П. Щедровицким, «<...> простейшая форма воспроизводства — это простое «перетекание» или простая передача элементов от одного, разрушающегося состояния социальной структуры в другое, складывающееся...». Более сложный механизм коммуникации – трансляция деятельности, когда происходит воспроизводство образцов, эталонов, непременным условием чего является деятельность [6].

В социологии коммуникация рассматривается одновременно и как процесс движения семантической информации (смыслов и значений), и как деятельность, реализующая внутреннее единство отношений опредмечивания и распредмечивания: *коммуникация – это направленная связь субъекта с окружающей действительностью при опредмечивании (кодировании семантической информации) и распредмечивании (раскодировании).* Так, например, в вербальной коммуникации говорение реализует опредмечивание смысла, в то время, как раскрытие слушателем этого смысла реализует распредмечивание.

В социологических исследованиях выделяются следующие подсистемы коммуникации ученика с учителем в ситуации учения-обучения⁸:

кодирование-раскодирование (сохранение культурных ценностей) – предметный материал закрепляется в сознании за предметом-знаком в процессе кодирования и раскодирования его смыслов и значений – усвоения математической терминологии;

коммуникация-трансляция – распредмечивание, конкретизация информации применительно к обучению, методы восхождения от абстрактного к конкретному;

коммутиация (распознавание новых сообщений) – воспроизводство смыслов и значений предметного материала в практической учебной деятельности.

В образовательном процессе обучающийся выполняет роль реципиента и учится распредмечивать фрагмент культурного опыта – *дискурс*, при этом учитель, выполняя роль коммуникатора, упаковывает и кодирует этот фрагмент. Однако ученику для понимания сообщения мало его раскодировать – необходимо обладать внешним и внутренним *контекстом*. Причем предметная знаковая конструкция должна обрести субъективный смысл – восприниматься как норма, и затем пройти *легитимацию*⁹. В самоидентификации субъект-обучающийся следует в обратном направлении – от нормы, легитимации – к «значимому другому», к *ego*, и знаковая конструкция окажется *ценностью*, регулятивом собственного поведения.

⁸ См. деятельностный компонент внешней структуры коммуникации.

⁹ Напомним, что чаще термин «легитимация» используется в юридическом контексте – «действующее на законных основаниях, на правовых нормах», однако он имеет более широкий социальный контекст – «понимание», «признание».

Понятийно-категориальный аппарат теории коммуникации включает: *дискурс* – фрагмент содержания обучения; *код* – правила перевода; *кодирование, контекст* – внутрисмысловое содержание сообщения, необходимое для раскодирования; *фреймы* – накопленные и упорядоченные смысловые образования; *контакт* – обеспечивает возможность запускать и поддерживать коммуникацию; *предметно-знаковые системы*¹⁰ – математическая терминология, геометрические чертежи и др.

Как отмечалось М.С. Каганом, предметно-символьные средства опредмечивают «духовное содержание» и становятся *знаками*, — их цель состоит только в том, чтобы передавать доверенную им информацию, т. е. быть знаками неких *значений*, а не самоценными звуком, цветом, пластикой, движением. Так духовная культура обретает *семиотический* аспект [2].

Известно представление структуры языка в виде семантического треугольника – *знака, значения и смысла*. *Значение* – это распредмечивание математических знаковых конструкций. *Смысл* – это значение, которое предметные знаковые системы приобретают для учеников в жизненных ситуациях. Значение может долгое время оставаться инвариантным, в то время как смысл варьирует в зависимости от ситуации. Смысл и составляет ценностное содержание понятия. [1, с. 43]. Такой подход позволяет определить *коммуникацию как передачу – опредмечивание и распредмечивание – семантической информации с помощью предметных знаковых систем*.

В то же время что в практике обучения математике по-прежнему действует анахроничный принцип «системы всеобуча» – «объем – устная трансляция – зубрежка» информации, которая не проходит стадию *легитимации* – *не понимается*, не трансформируется в знание. В то время как необходимо выявить статус математической информации как информации *семантической* (т.е. осознанной, наполненной личностным смыслом).

Рассматривая коммуникационный процесс применительно к обучению математике как саморазвивающуюся систему, выделим внутреннюю и внешнюю его составляющие (рис. 1).

Внутренняя структура коммуникации представляет собой иерархическое соответствие таких параметров, как мотивация, ценностное отношение, эмоционально-волевая регуляция деятельности.

Мотивационный компонент включает внутренние по отношению к предмету учебной деятельности мотивы, а также мотив «получения новых впечатлений», мотив «отклонения от реальности», «тенденция к противоположности», «тенденция творить по аналогии» и др.

Внешняя структура коммуникации включает деятельностный и операциональный компоненты и представляет собой концентрическое соответствие параметров и корреляцию: низкий – репродуктивный уровень; средний – репродуктивный, продуктивный уровни; высокий – репродуктивный, продуктивный и продуктивно-творческий уровни.

Деятельностный компонент коммуникации структурно представлен подсистемами – кодирование, коммуникация-трансляция, коммутация.

В составе *операционального компонента* рассматриваются способы действия, обеспечивающие освоение ценностного отношения, на этапах осознания, осмысления и обобщения понятий.

¹⁰ К.К. Платонов, Н.М. Тавер.

Выделяются пространственный, логический и интуитивные компоненты коммуникации. При этом связь между ними обеспечивается опорой на теорию *функциональных систем* (П.К. Анохин)¹¹. Проблема в том, что в сложившейся практике обучения математике преобладают детализирующие методы (*сукцессивность*), поэтому функциональные системы для целостного понимания материала вообще не возникают или возникают с запозданием. Связь между внутренней и внешней структурами коммуникации проявляется в эмоциях (переживании ценностного отношения), которые за счет эмоционального «наведения» и эмоциональной коррекции «динамизируют» операциональный компонент, направляют его работу по определенному пути.

Механизмы осуществления коммуникации применительно к обучению математике обеспечиваются психодидактическими задачами *осознания, осмысления и обобщения содержания и процесса деятельности*.

Критерием *осознанности* является сформированное «неявное знание»: способность распрямлять знаки, их сочетания, относить воспринимаемый объект к соответствующей категории объектов, обеспечение получения учащимся представлений, способность определять объём и содержание понятия, создавать образ, логически аргументировать действия; высший уровень – «актуальное осознание» (А.Н. Леонтьев) – способность к рефлексии и осознанию предметного содержания как цели своей деятельности.

В качестве объективных показателей *осмысленности* выступает сформированное «явное знание»: умение выявлять ценностное содержание сообщения, устанавливать взаимосвязи между понятиями, выполнять задания с неполным составом условий, которые предполагают ориентировку на существенные признаки и логическое правило распознавания, способность анализировать содержание, процесс деятельности, оперирование пространственным образом.

¹¹Функциональные системы – ансамбли нейронов, «специализирующиеся» на решении сходных познавательных задач, обретающие способность непосредственного «схватывания» (*симультианности*) пространственных, количественных и логических отношений на неосознаваемом уровне.

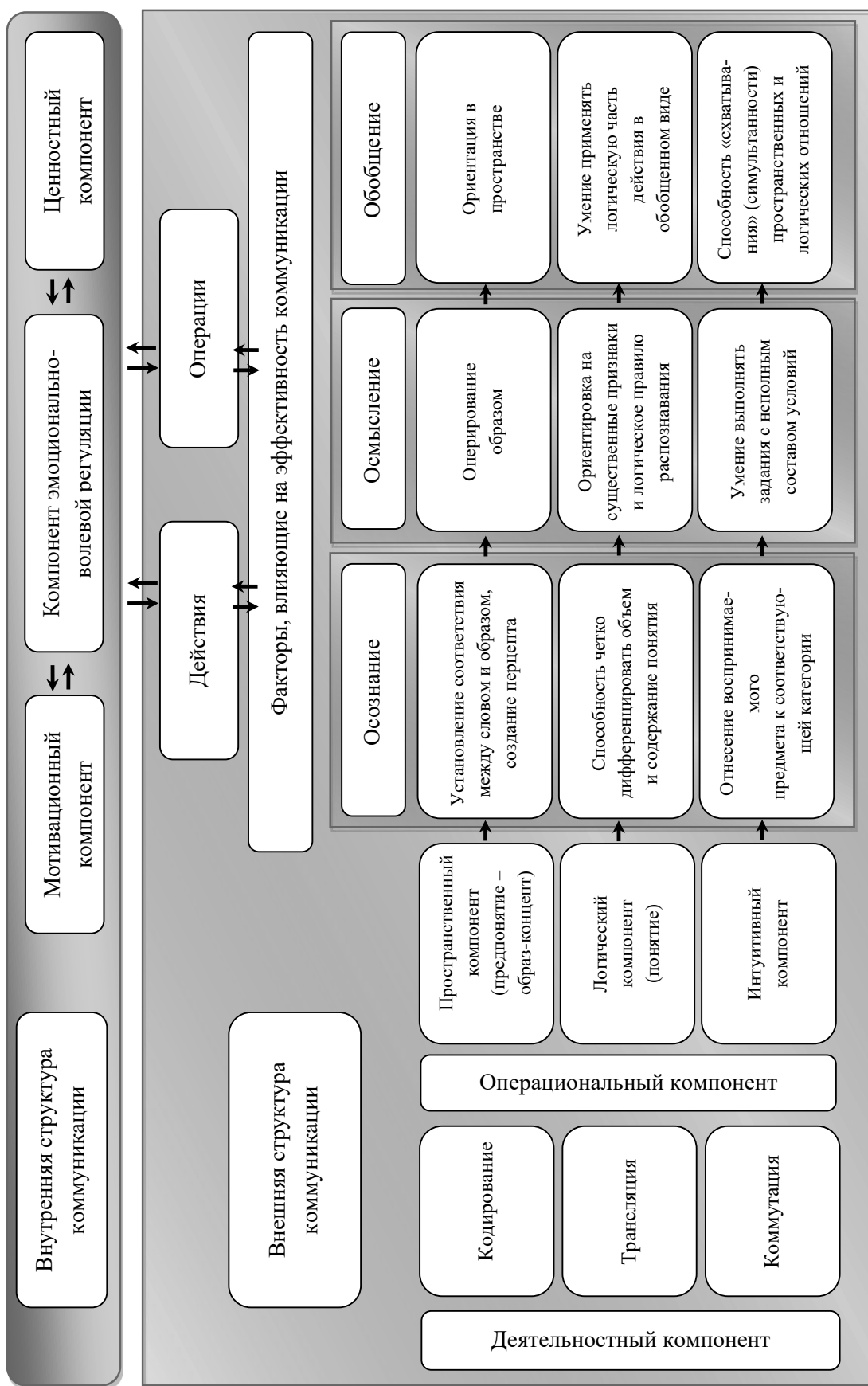


Рис. 1. Структура социокультурной коммуникации применительно к обучению математике.

Критерий *обобщенности* – умение самостоятельно выделять признаки понятий, обнаруживать общность различных понятий, делать дедуктивные умозаключения при работе с понятиями, понимать их структуру (большая посылка, малая посылка, дедуктивный силлогизм), способность ориентироваться в пространстве.

Поскольку осознанность является одной из ключевых характеристик деятельности, то задача *осознания* – это базовый уровень процесса понимания – необходимое условие для его дальнейшего осмысления и обобщения.

Список литературы

1. В.И. Добреньков, В.Я. Нечаев Общество и образование. М.: ИНФРА-М, 2003.
2. Каган М.С. Философия культуры. СПб.: Петрополис, 1996.
3. Петровский В.А. Личность в психологии: парадигма субъектности. Ростов н/Д.: Феникс, 1996.
4. Устиловская А.А. Психологические механизмы преодоления знаковой натурализации идеального содержания геометрических понятий: дисс. ...канд. псих. наук. М., 2008.
5. Щедровицкий Г.П. Процессы и структуры в мышлении (курс лекций). Из архива Г.П. Щедровицкого. Т.6. М., 2006.
6. Щедровицкий Г.П. Система педагогических исследований (Методологический анализ). Педагогика и логика. М.: «Касталь», 1993.

COMMUNICATION-VALUE TRANSMISSION AS A FACTOR OF EFFECTIVENESS OF STUDYING MATHEMATICS IN SCHOOL

Podayeva Natalia Georgiyevna
d.p.n., professor
podaeva@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Podayev Mikhail Valeryevich
c.p.n., associate professor
podaev86@gmail.com
Yelets

Bunin Yelets State University

Abstract. The article is devoted to one of the methodological problems of teaching mathematics in the school - the problem of starting and maintaining communication-translation at mathematics lessons, which is a complex system of activity mechanisms, a link of feedback in the dynamics of learning value in the situation of learning-learning. An analysis is given of the links between the development of communication and the process of understanding directly related to it in relation to teaching mathematics. From the standpoint of psychology, sociology, and methods of teaching mathematics, the content of key subsystems of student communication with the teacher with regard to learning is revealed: coding-decoding (creation, preservation of cultural values); Communication-translation (transfer of value attitudes); Commutation (recognition of new values). The following stages are distinguished: mastering of sociocommunicative situations: the learner receives messages (a fragment of cultural experience - discourse), performing the function of the recipient; The teacher transmits the messages (packs and encodes them), performing the function of the communicator. At the same time, the learner needs to have a context for

recognizing the message, and the subject sign construction must acquire a subjective meaning - to be perceived as a norm, and then go through legitimation. In self-identification, the subject-learner follows in the opposite direction - from the norm, legitimation - to the "significant other", to the ego, and the sign construction turns out to be a value, a regulator of one's own behavior. Considering the sociocommunication process as applied to learning as a self-developing system, its internal and external components are distinguished. The internal structure of communication is a hierarchical correspondence of such parameters as motivation, value attitude, emotional-volitional regulation of activity. The external structure of communication includes the activity and operational components and is a concentric correspondence and correlation: low - the reproductive level; Medium - reproductive, productive levels; High - reproductive, productive and productive-creative levels. The connection between internal and external structures of communication is manifested in emotions (the experience of the value relationship), which, due to emotional "prompting" and emotional correction, "dynamize" the operational component, direct its work along a certain path.

Keywords: understanding; Communication-translation; motivation; Formation of semantic structures; Formation of conceptual mental structures; Awareness of the content and process of activity.

Referense

1. Dobren`kov V.I., Nechaev V.Ia. (2003) Obshchestvo i obrazovanie [Society and education] M.: INFRA-M, 2003.
2. Kagan M.S. (1996) Filosofiiia kul`tury` [Philosophy of culture] SPb.: Petropolis, 1996.
3. Petrovskii` V.A. (1996) Lechnost` v psilogiie: paradigma sub`ektnosti [Personality psychology: paradigm of subjectivity] Rostov n/D.: Feniks, 1996.
4. Ustilovskaia A.A. (2008) Psihologicheskie mehanizmy` preodoleniia znakovoi` naturalizatsii ideal`nogo soderzhaniia geometricheskikh poniatii`: diss. ...kand. psikh. nauk [Psychological mechanisms overcome the emblematic naturalization ideal containing geometric-concepts: DICs. ... Cand. loony. Sciences] M., 2008.
5. Shchedrovitckii` G.P. (2006) Protcessy` i struktury` v my`shlenii (kurs lektcii`) [Processes and structures in thinking (lectures)] Iz arhiva G.P. Shchedrovitckogo. T.6. M., 2006.
6. Shchedrovitckii` G.P. (1993) Sistema pedagogicheskikh issledovani` (Metodologicheskii` analiz) [The system of pedagogical research (methodological analysis)] Pedagogika i logika. M.: «Kastal'», 1993.

УДК
004.94,
372.8

**КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ
РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ**

Таров Дмитрий Анатольевич
к.п.н., доцент
tarov1970@rambler.ru
г.Елец

Институт математики, естествознания
и техники Елецкого государственного
университета им. И. А. Бунина

Аннотация. Статья посвящена рассмотрению некоторых основ концепции построения и автоматизации современной распределенной информационной образовательной системы, которая трактуется автором как специализированная территориально распределенная информационно-вычислительная система, позволяющая обеспечить практическую реализацию распределенной образовательной системы. Рассмотрен процесс обучения как совокупная последовательность обучающих воздействий на обучаемого, проанализированы возникающие при этом информационные связи, ставшие основой для построения различных моделей реализации процесса обучения. Множество информационных связей структурной модели процесса обучения автор называет средой образовательного взаимодействия. Возникающая вследствие развития модели процесса обучения, ее усложненность обуславливает необходимость редукции структуры процесса обучения, которая интерпретируется как результат действия фактора желательного ускорения такого процесса. Автор указывает характерные особенности и этапы процесса управления обучением, которые можно полностью или частично реализовать автоматизированной системой, перечисляет характерные особенности управления обучением, а также особенности подхода к построению распределенной информационной образовательной системы. В статье предложена структурная схема автоматизированной обучающей системы, требующая, с точки зрения автора, разработки детального пошагового сценария обучения, который реализуется инструментальными средствами программных оболочек этих систем.

Ключевые слова: процесс обучения, модель процесса обучения, информационная система, распределенная информационная образовательная система.

При традиционном обучении основными компонентами структуры процесса обучения (ПО) являются: преподаватель (учитель) T , обучаемый (ученик) S , дидактические материалы M (учебно-методический комплекс). Процесс обучения – последовательность обучающих воздействий на обучаемого. В этом случае процесс обучения есть тройка элементов: $ПО = \langle T, S, M \rangle$. В историческом плане самой древней информационной связью является непосредственное обучение учащегося преподавателем – прямая связь $T \leftrightarrow S$ (TS - связь).

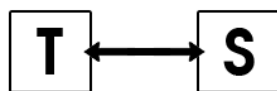


Рис. 1. Непосредственное обучение (модель 1).

Данная связь всегда сопровождается оперативной обратной ST - связью (тот или иной контроль полученных и усвоенных знаний). Непосредственное (или индивидуальное) обучение - самое эффективное: у учителя один ученик. Кроме того, выделим определенную свободу выбора педагога обучаемым. Это еще одна, инерционная, ST - связь.

С появлением письменности произошел качественный скачок в методике обучения - возник прообраз дидактического материала – первый учебник. В структурную схему процесса обучения добавляется еще один элемент – М. Число информационных связей утраивается.

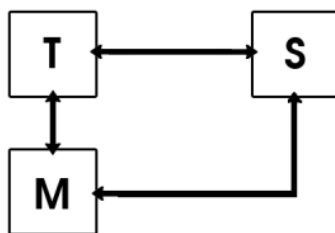


Рис.2. Непосредственное обучение с учебником (модель 2).

Преподаватель часть своих знаний зафиксировал в тексте учебника (ТМ - связь) и стал иметь возможность при этом использовать учебник (М) при подготовке к занятиям (МТ - связь). Учащийся получил возможность часть знаний получать из учебника (MS - связь), причем, в более благоприятном для себя, индивидуальном, темпе воспроизведения этой информации. Появляется возможность одновременного обучения группы учащихся по одному учебнику.

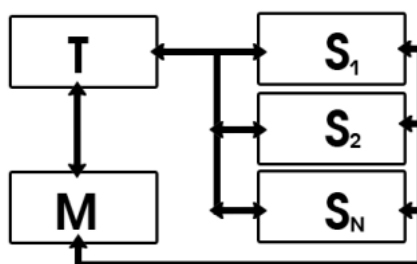


Рис.3. Одновременное обучение группы по одному учебнику (модель 3).

В целом, производительность модели возрастает. Если взять идеальный случай, что ученики S_1, S_2, \dots, S_n полностью одинаковы (один начальный уровень развития (обученности), одинаковая память, одинаковые способности), то, выдавая порции обучающей информации, можно было бы контролировать только одного ученика. Производительность модели (число обученных за единицу времени) у данной структуры в N раз выше. Реальный же процесс обучения задействует разных учеников, но его производительность можно повысить, если тщательно подобрана группа обучаемых.

Развитие дидактики привело к созданию целого спектра различных дидактических материалов: учебников для общеобразовательных школ, средних профессионально-технических училищ, колледжей, лицеев, для самообразования, для подготовки в вузы и т.п. Появляется возможность, как у преподавателя, так и у ученика выбрать конкретные дидактические материалы M_1, M_2, \dots, M_k из данного спектра, причем рекомендации по выбору дидактического материала может дать преподаватель на основе сведений о типе и характеристиках конкретного ученика.

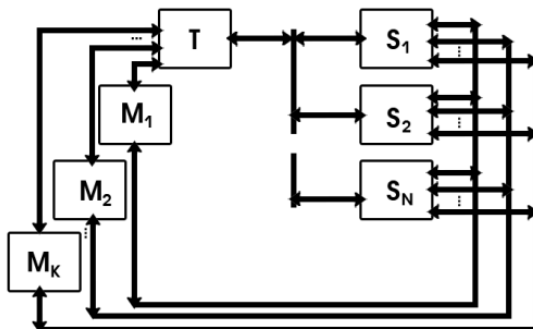


Рис.4. Одновременное обучение группы с многими учебниками (модель 4).

По сравнению с третьей моделью добавляются множественные TM -, MT -, MS -, SM -связи, что делает рассматриваемую модель более гибкой и позволяет ожидать не только снижения времени на обучение, но и повышения его эффективности, так как присутствуют элементы индивидуального подхода к ученику.

Безусловно, основная тяжесть в такой модели ложится на преподавателя. Если он добавит множественные TS - и ST -связи, то есть перейдет к организации процесса обучения по модели 5, то такой процесс обучения условно можно назвать индивидуальным обучением в группе.

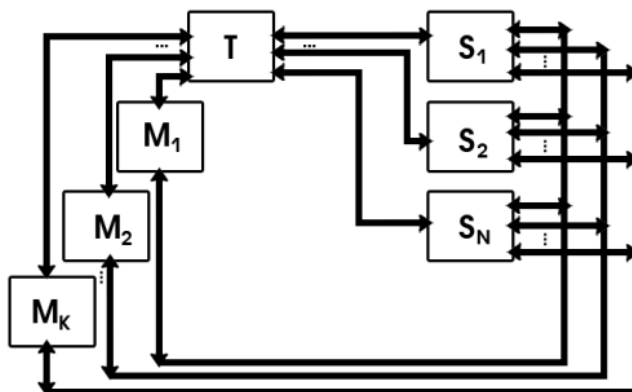


Рис.5. Индивидуальное обучение в группе (модель 5).

Предположим, что преподаватели (обучающие алгоритмы) одинаковые, ученикам – все равно, кто их обучает. Алгоритм обучения «усредненный»: один на всех обучаемых. Последовательность его этапов «сильный» ученик проходит быстрее, «слабый» – медленнее. Добавив в модель 5 множество преподавателей, получим ее развитие в модель 6. Вполне очевидно, что существуют разнообразные методики обучения, позволяющие снизить время обучения слабого ученика, повысить эффективность обучения сильного ученика.

Данное обстоятельство указывает на необходимость использования не «копий» одного преподавателя, а разных, реализующих разные алгоритмы обучения. Вполне возможно, что определенная группа преподавателей специализируется с талантливой (одаренной) группой, другая – с обычной группой, третья – со слабой группой.

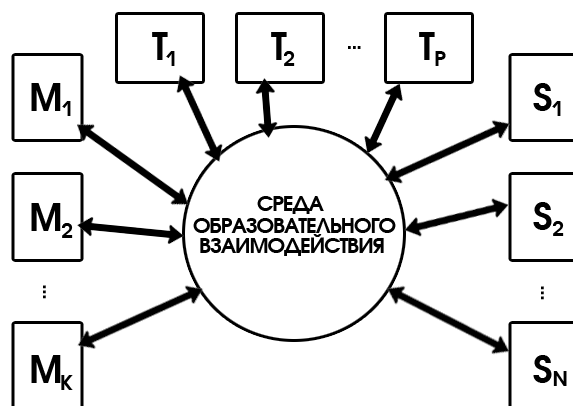


Рис.6. Распределенная образовательная система (модель б).

Указанный подход приводит к идее «разбития» группы обучаемых на подгруппы в соответствии с их способностями. Данная схема процесса обучения не приводит к изменению изображения модели б, но наполняет ее новым качеством.

Множество информационных связей структурной схемы процесса обучения назовем средой образовательного взаимодействия.

Заметим, что до сих пор мы рассматривали процесс обучения, соответствующий одной предметной области. Если рассматривать Q учебных дисциплин, то процесс обучения становится многомерным: $ПО = (ПО_1, ПО_2, \dots, ПО_q)$.

Множество элементов ПО, информационно связанных друг с другом посредством среды образовательного взаимодействия, образуют распределенную образовательную систему.

Выделим следующие качественные особенности подхода:

- ученик может выбрать процедуру обучения (преподавателя);
- ученик включен в группу себе подобных по каждой учебной дисциплине. Конкуренция с одной стороны (сильные ученики), и отсутствие подавления сильным слабым с другой, приводят к повышению качества обучения для всех обучаемых;
- ученик может одновременно обучаться по одному предмету у разных преподавателей, что, несомненно, и расширит, и углубит знания. Ученик становится не обучаемым, а обучающимся. Обучение производится как процесс сопоставления различных аспектов одного вопроса, а, значит, достигается самое главное: ученик учится мыслить, а не только запоминать.

Реализация распределенной образовательной системы в традиционном обучении – практически невыполнимая задача. Очевидно, выход может быть найден в широкой автоматизации всего процесса.

Будем трактовать распределенную информационную образовательную систему (РИОС) как специализированную территориально распределенную информационно-вычислительную систему, позволяющую обеспечить практическую реализацию распределенной образовательной системы.

Выделенная полная триада компонентов структурной схемы процесса обучения (Т, S, М) допускает редукции – выделение любых двух компонентов в замкнутую подсистему, имеющую определенный смысл;

- (Т↔S)-подсистема – электронная передача знаний и контроль (удаленное «репетиторство») – рис. 7.а;

- (M↔S)-подсистема – виртуальное самообучение – рис. 7.б;
- (T↔M)-подсистема – формирование электронных учебников, выбор и компоновка учебных материалов – рис. 7.в.

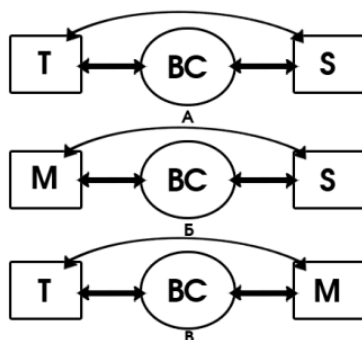


Рис. 7. Редукции структуры ПО (пунктиром показаны виртуальные связи).

Идею редуцирования полной структуры процесса обучения целесообразно интерпретировать как результат действия фактора желательного ускорения такого процесса. Конечно, переход к схеме самообразования ускоряет процесс обучения, но предъявляет повышенные требования к техническим возможностям, а также к личности и способностям ученика.

Схема (T↔S) укорачивает обучение, но вряд ли экономически целесообразна (преподаватель постоянно находится за компьютером, передает учебную информацию и тут же отвечает на вопросы одного ученика).

Процесс управления деятельностью включает в себя этапы:

- формулирование целей;
- описание и анализ начального состояния объекта управления;
- выбор и определение характера управляющих воздействий на объект управления;
- реализацию управляющих воздействий;
- оценку результатов управления; введение корректирующих управляющих воздействий.

Эти этапы можно выявить и в управлении обучением, а значит, полностью или частично реализовать автоматизированной системой. Характерные особенности управления обучением:

а) задание целей, определение начального и конечного состояний объекта управления (степени обученности обучаемого) имеют принципиально высокую степень неопределенности. Автоматизированная система должна обладать интуицией преподавателя, который на основе опыта делает, как правило, статистически правильный вывод о состоянии обучаемого;

б) основная задача управления заключается в обеспечении оптимальной траектории движения обучаемого к цели;

в) критерий оптимизации процесса управления может быть связан с минимизацией времени обучения, т.е. с интенсификацией процесса обучения;

г) наличие структурных элементов системы управления обучением само по себе не обеспечивает эффективность достижения результата – необходима активность управляемого субъекта. Обучаемый, являясь потребителем информации, в процессе обучения генерирует новую информацию (ответы, вопросы, просьба помощи);

д) управление обучением включает в себя два динамически взаимодействующих взаимосвязанных процесса организации деятельности обучаемого и контроля этой деятельности.

Структурную схему автоматизированной обучающей системы схематично изобразим рис. 8 [1].

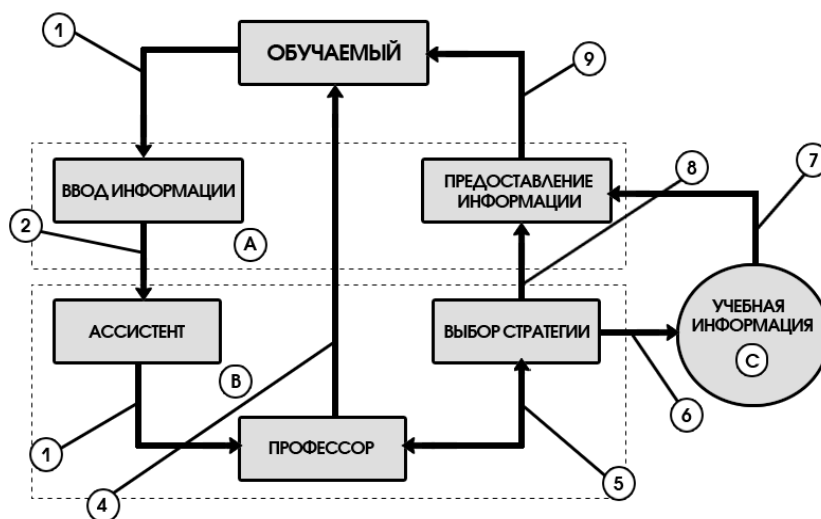


Рис. 8. Структурная схема АОО

Блок А обеспечивает автоматизацию взаимодействия обучаемого с учебно-методическим материалом. Блок В изображает функции автоматизированного управления обучением. «Ассистент» – блок, осуществляющий прием ответов и их предварительную обработку. «Профессор» – блок, формирующий на основании выбранного алгоритма (учебного плана) ход дальнейшего обучения, и инициирующий непосредственные (обучающие) воздействия обучаемому. Блок С – банк учебной информации (библиотека, информационная база данных – ИБД), которая используется в процессе обучения.

Стрелки, определяющие информационное взаимодействие блоков:

- 1) выполнение заданий на компьютере;
- 2) прием ответов (решений) ассистентом, их предварительная обработка, формирование отчета;
- 3) передача отчета об обучаемом (обучаемых) профессору;
- 4) на основании отчета и выбранной стратегии профессор задает путь (траекторию) обучения;
- 5) получение профессором информации о «предпочтительной» стратегии обучения, сформированной экспертно-аналитической подсистемой, или он находит типовые стратегии в соответствующем справочнике (базе данных);
- 6) запрос на выдачу учебной информации в зависимости от выбранной стратегии обучения из базы данных;
- 7) передача учебной информации для соответствующего оформления (представления) конкретному обучаемому;
- 8) некоторые методические («стратегические») пояснения обучаемому по поводу работы с учебной информацией;
- 9) прямая передача сформированной учебной последовательности информации на экран компьютера обучаемого.

Учебно-методическое обеспечение АОС требует разработки детального пошагового сценария обучения, который реализуется инструментальными средствами программных оболочек этих систем.

Список литературы

1. Савельев А.Я., Новиков В.А., Лобанов Ю.И. Подготовка информации для автоматизированных обучающих систем. М.: Высш.Шк. 1986. 176 с.

CONCEPTUAL BASES OF CONSTRUCTION OF THE DISTRIBUTED INFORMATIONAL EDUCATIONAL SYSTEM

Tarov Dmitry Anatolyevich

c.p.n., associate professor

tarov1970@rambler.ru

Yelets

Bunin Yelets State University

Summary. The article is devoted to the consideration of some foundations of the concept of construction and automation of the modern distributed information educational system, which is interpreted by the author as a specialized territorially distributed information and computing system that allows to provide practical implementation of the distributed educational system. The process of learning as a cumulative sequence of training effects on the student, analyzed the information appearing in this communication, which have become the basis for building different models of implementation of the learning process. A lot of information links the structural model of the learning process the author calls the educational environment interaction. The resulting complication, due to the development of the model of the learning process, necessitates a reduction in the structure of the learning process, which is interpreted as the result of the factor of the desired acceleration of such a process. The author points out the characteristic features and stages of learning management process, which can be fully or partially implemented an automated system, lists the characteristics of learning management, as well as features of the approach to building distributed information of the educational system. The paper proposes a block diagram of the automated training system that requires, from the point of view of the author, the development of a detailed step by step training scenario, which is implemented by software tools shells of these systems.

Keywords: the learning process, the model of the learning process, the information system, the distributed information educational system.

References:

1. Savel'ev A.Ja., Novikov V.A., Lobanov Ju.I. (1986) Podgotovka informacii dlja avtomatizirovannyh obuchajushhih sistem [Preparation of information for automated training systems] M.: Vyssh.Shk. 176 p.

УДК
372.851

**ПОИСКОВЫЙ И ФОРМИРУЮЩИЙ ЭТАПЫ
ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ
ПО МЕТОДИКЕ ФОРМИРОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ
КУЛЬТУРЫ СТАРШЕКЛАССНИКОВ СРЕДСТВАМИ
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

Рогачева Анна Юрьевна
магистрант
ancka.rogacheva@yandex.ru
г. Елец

институт математики, естествознания и
техники Елецкого государственного
университета им. И. А. Бунина

Аннотация. Развитие системы современного школьного математического образования немыслимо без процессов модернизации. К числу таких процессов можно отнести появление в стандартах новой стохастической линии (в которую входят: комбинаторика, теория вероятностей и статистика), а также активное привлечение в учебный процесс инфокоммуникационных технологий. Открывающие доступ к новейшим источникам информации, предоставляющие более совершенные возможности для проявления креативности личности школьника, приобретения обучающимся предпрофессиональных навыков и последующего их закрепления, информационные и коммуникационные технологии многократно повышают результативность самостоятельной работы учеников, делают возможным для педагога использование на уроках математики принципиально новых форм и методов обучения. Инфокоммуникационные технологии на уроках стохастической культуры способны показать школьникам всю сущность статистической природы понятий и фактов, которыми оперирует теория вероятностей. Данный факт позволяет говорить о большом не только методологическом, но методическом значении ИКТ. В связи с этим, учитель может оказать содействие не только развитию стохастического мышления учащихся, но и формированию у школьников таких умений, как: принятие оптимального решения из возможных вариантов, способность к осуществлению исследовательской деятельности, обработке информации. В целом - позволяет формировать стохастическую культуру учеников. Нами исследуется проблема формирования стохастической культуры старшеклассников. Определяя стохастическую культуру ученика как интегральное качество личности, предпосылку и условие эффективной мыслительной деятельности в области комбинаторики, статистики и теории вероятностей, обобщённый показатель стохастической компетентности [5], мы разрабатываем методику её формирования посредством использования инфокоммуникационных технологий. Наше исследование предполагает последовательное прохождение констатирующего, поискового и формирующего этапов. В данной статье подробно описываются результаты поискового и формирующего этапов исследования.

Ключевые слова: поисковый этап, старшеклассники, стохастическая культура, формирующий этап.

Поисковый этап

В ходе поискового этапа опытно-экспериментальной работы по методике формирования стохастической культуры старшеклассников средствами инфокоммуникационных технологий была разработана серия конспектов уроков в соответствии с учебным комплексом А. Г. Мордковича и П. В. Семёнова [3,4] (базовый и углубленный уровни).

Структура данной серии уроков включает:

1. Два урока по теме: «Вероятность и геометрия», используемые ИКТ: виртуальный игровой кубик для онлайн-экспериментов, являющийся инструментом интерактивной онлайн-доски Everyday Mathematics, онлайн-калькулятор для построения графиков функций (<http://umath.ru>).
2. Два урока по теме: «Независимые повторения испытаний с двумя исходами», используемые ИКТ: сервис Wolfram Alpha, база создания текстовых документов и таблиц docs.google.com.
3. Два урока по теме: «Статистические методы обработки информации», используемые ИКТ: презентация, база создания текстовых документов и таблиц docs.google.com, сервис Wolfram Alpha.
4. Два урока по теме: «Гауссова кривая. Закон больших чисел», используемые ИКТ: интерактивный модуль «доска Гальтона», дистанционный тренинг (<http://www.yaklass.ru/>).
5. Контрольная работа в форме теста (тест создан и размещён на сайте <http://www.banktestov.ru>) – один урок.

Формирующий этап

Разработка серии конспектов уроков по стохастике и последующее внедрение её в практику работы МБОУ гимназии №11 г. Ельца позволили осуществить формирующий этап опытно-экспериментальной работы, впоследствии чего были получены значимые результаты, позволяющие судить о сформированности стохастической культуры старшеклассников.

Диагностика уровня сформированности стохастической культуры школьников проводилась с помощью методики Л.В. Ворониной и Л.В. Моисеевой [1], в которой основными критериями оценивания выступают: число ценностных ориентаций, число математических понятий, число формируемых логических приёмов мышления, общее число предложенных заданий, общее число показателей сформированности рефлексии, оценки.

Нами были обозначены вышеназванные критерии оценивания применительно к линии школьного курса «Элементы теории вероятностей и математической статистики» в соответствии учебным комплексом А.Г. Мордковича и П.В. Семёнова [3,4] (базовый и углубленный уровни).

Ценностные ориентации (3): проявление интереса к стохастике, стремление к получению и накоплению знаний в данной сфере математики, осознание ценности стохастики для науки и общества в целом.

Математические понятия и другие элементы содержания - дидактические единицы на основе общеобразовательного стандарта (24).

Тема 1. «Вероятность и геометрия»: вероятность событий, классическая вероятностная схема, геометрическая вероятность, предельный переход, равновозможные исходы.

Тема 2. «Независимые повторения испытания с двумя исходами»: многоугольник распределения данных, схема Бернулли, теорема Бернулли, наивероятнейшее число возможных исходов.

Тема 3. «Статистические методы обработки информации»: графики распределения данных, частота варианты, таблицы распределения данных, гистограмма распределения, паспорт данных, числовые характеристики, мода, медиана, среднее ряда данных, дисперсия, среднее квадратичное отклонение.

Тема 4. «Гауссова кривая. Закон больших чисел»: гауссова кривая, алгоритм использования гауссовой кривой в приближённых вычислениях, статистическая устойчивость, закон больших чисел.

Приёмы мышления (6): анализ, синтез, сериация, сравнение, классификация, обобщение. *Общее число предложенных заданий – 10. Показатели сформированности рефлексивно-оценочного компонента (3)*: самооценка, самоконтроль, активность при выполнении заданий.

Методами, с помощью которых осуществлялось диагностирование, стали: наблюдение, беседа, тесты. Уровень сформированности стохастической культуры старшеклассников контрольной и экспериментальной групп рассчитывался таким образом:

$K = (\alpha \cdot K_1 + \beta_1 \cdot K_{2,1} + \beta_2 \cdot K_{2,2} + \gamma \cdot K_3 + \delta \cdot K_4) \cdot 100\%$ [1], где значения постоянных коэффициентов равны: $\alpha = 0,25$, $\beta_1 = 0,20$, $\beta_2 = 0,20$, $\gamma = 0,20$, $\delta = 0,15$ (уточнены и выявлены Л. В. Ворониной и Л. В. Моисеевой методом экспертной оценки).

На основе числовых данных критериев оценивания стохастической культуры обучающихся были выведены общие формулы для K_1 , $K_{2,1}$, $K_{2,2}$, K_3 , K_4 (в соответствии с общими формулами, приведёнными в [1]):

$$K_1 = \frac{\sum_{i=1}^3 n_i}{9}, K_{2,1} = \frac{\sum_{i=1}^{24} n_i}{72}, K_{2,2} = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i}{18}, K_3 = \frac{\sum_{i=1}^{10} n_i}{30}, K_4 = \frac{\sum_{i=1}^3 n_i}{9}.$$

В нашем исследовании контрольной группой стал класс физико-математического уклона (28 тестируемых школьников), в котором на уроках стохастики ИКТ не применялись. Экспериментальной группой – класс социально-экономического уклона (в составе 20-ти учащихся), изучивший курс «Элементы теории вероятностей и математической статистики» с использованием ИКТ. Уровень стохастической культуры в контрольной и экспериментальной группах устанавливался два раза: до изучения стохастической линии и после. Полученные результаты отразим в Таблицах №1 и №2.

Для сопоставления значений уровня стохастической культуры «до» и «после» прохождения стохастики отдельно по экспериментальной и контрольной группам применим G-критерий знаков. Условимся считать, что символ «+» обозначает повышение уровня стохастической культуры, «-» означает понижение уровня, «0» – его неизменность.

Нулевая гипотеза H_0 : повышение уровня стохастической культуры старшеклассников является случайным. Альтернативная гипотеза H_1 : повышение уровня стохастической культуры старшеклассников является неслучайным.

Таблица №1

№ обучающегося п/п	Контрольная группа		
	До, %	После, %	Сдвиг
1	40,85	41,45	0,6
2	48,6	48,6	0
3	43,05	51,25	8,2
4	49,4	54,95	5,55
5	61,2	62,8	1,6
6	61,05	63,4	2,35
7	33,95	41,5	7,55
8	46,4	46,4	0
9	38,45	36,8	-1,65
10	33,4	39,6	6,2
11	35,05	35,05	0
12	35,65	39,45	3,8
13	37,8	35,8	-2
14	35,85	39,45	3,6
15	37,8	38	0,2
16	40,65	40,25	-0,4
17	43	45,6	2,6
18	47,4	45,6	-1,8
19	48,45	47,25	-1,2
20	42,25	40,05	-2,2
21	36,45	39,4	2,95
22	45,3	46,8	1,5
23	58,15	59,15	1
24	38,6	40,25	1,65
25	38,6	40,8	2,2
26	40,75	40,75	0
27	40,45	39,35	-1,1
28	53	55	2

Таблица №2

№ обучающегося п/п	Экспериментальная группа		
	До, %	После, %	Сдвиг
1	58,55	62,1	3,55
2	57,95	68,4	10,45
3	35,15	38,35	3,2
4	38,55	49,55	11
5	37,55	43,75	6,2
6	39,2	39,2	0
7	41,35	54,45	13,1
8	66,65	67,85	1,2
9	39,25	48,45	9,2
10	48,7	51,3	2,6
11	70,9	72,45	1,55
12	58,4	61,2	2,8
13	33,45	34,55	1,1
14	42,25	42,25	0
15	65,8	68,05	2,25
16	44,25	51,2	6,95
17	34,8	38,2	3,4
18	32,85	38,65	5,8
19	36,7	37,5	0,8
20	41,5	44,15	2,65

Рассмотрим результаты, полученные в каждой группе, подробнее.

Контрольная группа. Нулевых сдвигов – 4, положительных сдвигов – 17, отрицательных – 7. $G_{эмп.} = 7$, из статистических таблиц приложений [6] найдём критические значения $G_{кр.}$:

$$G_{кр.}(17) = \begin{cases} 4, \alpha = 0,05; \\ 3, \alpha = 0,01. \end{cases}$$

Как видно из Рисунка 1, эмпирическое значение критерия попало в зону незначимости, следовательно, принимаем нулевую гипотезу и считаем, что повышение уровня стохастической культуры старшеклассников является случайным, т. е. обычная методика обучения стохастике оказалась недостаточно эффективной.

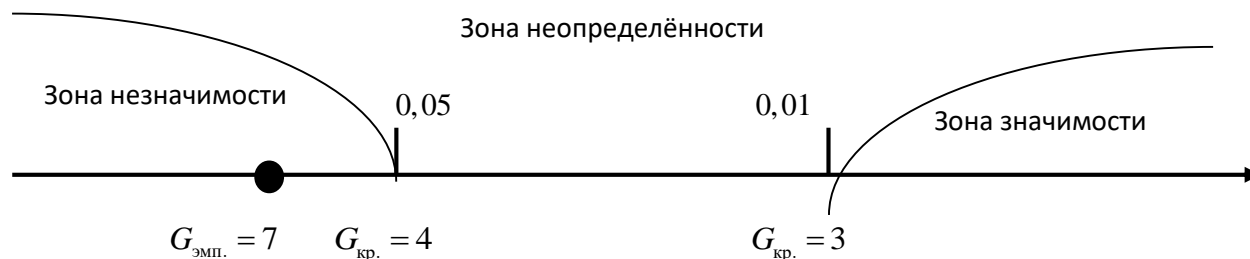


Рис. 1

Экспериментальная группа. Нулевых сдвигов – 2, положительных сдвигов – 18, отрицательных – 0. $G_{эмп.} = 0$, из статистических таблиц приложений [6] найдём критические значения

$$G_{кр.} : G_{кр.}(18) = \begin{cases} 5, \alpha = 0,05; \\ 3, \alpha = 0,01. \end{cases}$$

Согласно Рисунку 2, эмпирическое значение критерия попало в зону значимости, следовательно, принимаем решение нулевую гипотезу отклонить и считаем, что повышение уровня стохастической культуры неслучайно, т.е. разработанная нами методика с использованием ИКТ на уроках оказалась эффективной.

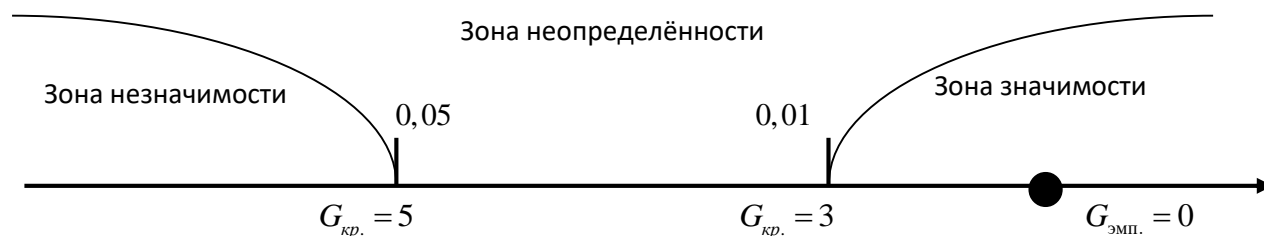


Рис. 2

Уточним, что уровень сформированности стохастической культуры старшеклассника считается критическим, если его значение менее 50%, допустимый, если его значение 50%-70%, продвинутой, если 71%-90%, оптимальный, если более 90%.

Для проверки гипотезы о положительном влиянии ИКТ на уроках стохастике целесообразным, по нашему мнению, будет применение критерия φ^* , так называемого углового преобразования Фишера. Соблюдая методические особенности обработки эксперимента в соответствии с данным критерием, составим Таблицу №3.

Таблица №3

Процент/уровень сформированности стохастической культуры старшеклассника	Эмпирические частоты		Сумма
	Контрольная группа ($n_1 = 28$)	Экспериментальная группа ($n_2 = 20$)	
<50%/критический	22	8	30
50%-70%/допустимый	6	11	17
71%-90%/продвинутый	0	1	1
>90%/оптимальный	0	0	0
Сумма	28	20	48

Сопоставляя данные в таблице, можно проверить различные гипотезы. Выясним, можно ли считать, что в результате использования ИКТ на уроках произошло повышение уровня стохастической культуры обучающихся. Ответ положительный в том случае, если в процентном отношении уровень стохастической культуры школьника будет составлять более 50%. Для расчёта критерия φ^* составим Таблицу №4.

Таблица №4

Группа	Да	Нет	Всего
Контрольная	6 (21,4%)	22 (78,6)	28
Экспериментальная	12 (60%)	8 (40%)	20
Всего	18	30	48

Сформулируем нулевую и альтернативную гипотезы. H_0 : доля старшеклассников, уровень стохастической культуры которых не является критическим, в экспериментальной группе не выше, чем в контрольной. H_1 : доля старшеклассников, уровень стохастической культуры которых не является критическим, в экспериментальной группе выше, чем в контрольной. Эмпирическое значение критерия φ^* вычислим по формуле: $\varphi_{эм.}^* = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$, где φ_1 и φ_2 – углы, соответствующие процентным долям, полученным в контрольной и экспериментальной группах при положительном результате ($\varphi_1 > \varphi_2$), а n_1 и n_2 – количество школьников в каждой группе.

Из статистической таблицы определяем величины φ_1 и φ_2 : $\varphi_1(60\%) = 1,772$, $\varphi_2(21,4\%) = 0,962$. Тогда $\varphi_{эм.}^* = (1,772 - 0,962) \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot 28}{20 + 28}} \approx 0,81 \cdot 3,42 \approx 2,77$.

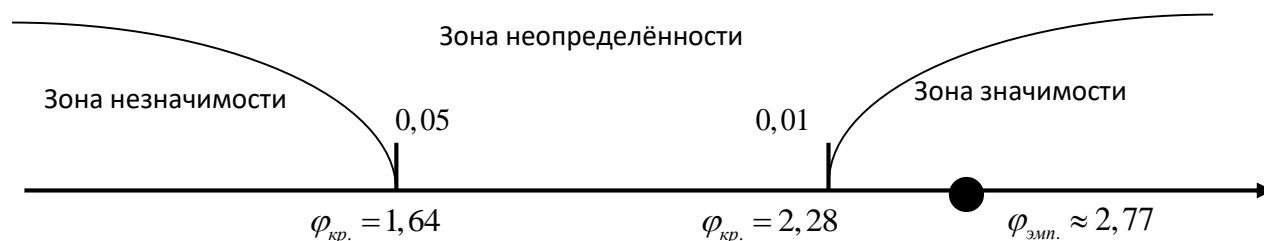


Рис. 3

По рисунку 3 видим, что эмпирическое значение критерия попало в зону значимости, поэтому следует принять альтернативную гипотезу H_1 , а нулевую гипотезу H_0 отклонить.

Основываясь на вышесказанном, сделаем следующий вывод: доля старшеклассников, уровень стохастической культуры которых более 50%, в экспериментальной группе выше, чем в контрольной. Таким образом, результаты проведённой опытно-экспериментальной работы показали, что внедрение ИКТ в учебный процесс по математике положительным образом повлияло на школьников – произошло повышение уровня их стохастической культуры. Разработанная методика формирования стохастической культуры старшеклассников средствами ИКТ показала свою эффективность.

Список литературы

1. Воронина Л.В., Моисеева Л. В. Математическая культура личности // Педагогическое образование в России, 2012. №3.
2. Ким Н. А. Математика. 10 – 11 классы. Развёрнутое тематическое планирование. Профильный уровень. Волгоград: Издательство «Учитель», 2010. – 216 с.
3. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч.1: учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углублённый уровни). М.: Мнемозина, 2014. 311 с.
4. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч.2. [Текст]: задачник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углублённый уровни) / под ред. А. Г. Мордковича. 2-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2014. 264 с.
5. Щербатых С.В., Рогачёва А.Ю. Upper-Formers' Stochastic Culture: Essential Features, Formation Technology // Indian Journal of Science and Technology, Vol 9(19), DOI: 10.17485/ijst/2016/v9i19/93905, May 2016. – URL: <http://www.indjst.org/index.php/indjst/article/view/93905/70136> [дата обращения 06.10.2016].
6. Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. СПб.: ООО «Речь», 2003. – 350 с.

THE SEARCH AND FORMING STAGES SKILLED AND EXPERIMENTAL WORK ON THE TECHNIQUE OF FORMATION OF STOCHASTIC CULTURE OF SENIORS AS MEANS OF INFOCOMMUNICATION TECHNOLOGIES

Rogacheva Anna Yurevna
undergraduate
ancka.rogacheva@yandex.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Summary. The development of the system of modern school mathematics education is inconceivable without the processes of modernization. Among such processes we can refer to the appearance in the standards of a new stochastic line (combinatorics, probability theory and statistics), as well as the active involvement of infocommunication technologies in the educational process. Discovering access to the newest sources of information, providing better opportunities for the manifestation of the creativity of the student's personality, the acquisition of preprofessional skills for students and their subsequent consolidation, information and communication technologies multiply increase the effectiveness of students' independent work, make it possible for the teacher to use

fundamentally new forms and methods in mathematics lessons Learning. Infocommunication technologies at the lessons of stochastics are able to show the students the whole essence of the statistical nature of concepts and facts that are operated by probability theory. This fact allows us to speak about the great not only methodological, but methodological significance of ICT. In this regard, the teacher can help not only the development of stochastic thinking of students, but also the formation of such skills in schoolchildren as: the adoption of an optimal solution from possible options, the ability to carry out research, processing information. In general, it allows to form a stochastic culture of pupils. We are studying the problem of forming a stochastic culture of high school students. Defining the student's stochastic culture as the integral quality of the personality, the premise and condition of effective thinking activity in the field of combinatorics, statistics and probability theory, a generalized indicator of stochastic competence [5], we develop a methodology for its formation through the use of infocommunication technologies. Our research assumes a consistent passage of the ascertaining, exploratory and forming stages. This article describes in detail the results of the search and forming stages of the research.

Keywords: the search stage, seniors, stochastic culture, forming a stage.

References

1. Voronina L.V., Moiseeva L.V. Matematicheskaya kul'tura lichnosti [Mathematical culture of the personality]. *Pedagogicheskoe obrazovanie v Rossii*, 2012. №3.
2. Kim N.A. Matematika. 10 – 11 klassy. Razvernutoe tematicheskoe planirovanie. Profil'nyi uroven' [Mathematics. 10 – 11th classes. The developed thematic planning. Profile level]. Volgograd: Izdatel'stvo «Uchitel'», 2010. 216 p.
3. Mordkovich A.G. Algebra i nachala matematicheskogo analiza. 11 klass. V 2 t. T.1.: uchebnik dlya uchashchikhsya obshcheobrazovatel'nykh organizatsii (bazovyi i uglublennyyi urovni) [Algebra and beginnings of the mathematical analysis. 11th class. in 2 vol. Vol.1: the textbook for pupils of the general education organizations (basic and profound levels)]. Moscow: Mnemozina, 2014. 311 p.
4. Mordkovich A.G. Algebra i nachala matematicheskogo analiza. 11 klass. V 2 t. T.2.: zadachnik dlya uchashchikhsya obshcheobrazovatel'nykh organizatsii (bazovyi i uglublennyyi urovni) [Algebra and beginnings of the mathematical analysis. 11th class. In 2 vol. Vol.2: the book of problems for pupils of the general education organizations (basic and profound levels)]. In Mordkovich A.G. (ed.) Moscow: Mnemozina, 2014. 264 p.
5. Rogacheva AYu, Shcherbatykh SV. Upper-Formers' Stochastic Culture: Essential Features, Formation Technology [Elektronnyi resurs] // *Indian Journal of Science and Technology*. May 2016. Vol 9(19). pp 1–8. doi: 10.17485/ijst/2016/v9i19/93905. URL: <http://www.indjst.org/index.php/indjst/article/view/93905/70136> [Accessed: 26.11.2016].
6. Sidorenko E.V. Metody matematicheskoi obrabotki v psikhologii [Methods of mathematical processing in psychology]. Saint-Petersburg: OOO «Rech'», 2003. 350 p.

УДК
372.851

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ЗАДАЧ
ПРИ ОЦЕНКЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ
В ИССЛЕДОВАНИЯХ PISA**

Дерябина Виктория Валерьевна
студент
vik14sem95@rambler.ru
г. Елец

институт математики, естествознания и
техники Елецкого государственного
университета им. И. А. Бунина

Аннотация. В статье рассматривается проблема использования в школьном математическом образовании комплексных задач по изучению сложных динамических систем и управлению ими, к которым относятся так называемые интерактивные задачи с многофакторными объектами, впервые в истории массового тестирования и оценки предложенные в 2012 г. Международной программой, оценивающей образовательные достижения обучающихся (Programme for International Student Assessment, PISA). Данные задачи требуют от обучающихся самостоятельного исследования новой сложной многофакторной системы с заранее неизвестными свойствами, которое ведется непосредственным практическим взаимодействием с новым объектом через выдвижение гипотез, их экспериментальную проверку и анализ воздействия на объект, в отличие от традиционных методов, подразумевающих отвлеченно-аналитический путь рассуждений. Автор противопоставляет интерактивные задачи задачам традиционным – аналитическим. В последних всю необходимую для решения информацию изначально помещают в условие (что можно наблюдать в абсолютном большинстве школьных математических заданий, тестов интеллекта и т.п.). Такие задания, имея ряд достоинств, полностью исключают сбор фактических данных, что отрицательно сказывается на развитии реальной познавательной деятельности. Рассматривается понятие *комплексной проблемы*, ее определение и свойства, основные свойства комплексной задачи: динамичность (изменчивость) системы; сложность; непредсказуемость («эффект бабочки»); интерференция знаний о системе (знания об одной части системы конфликтуют, деформируют или подавляют знания о другой части системы). Приводятся способности, которые требуются для решения комплексных задач и одновременно развиваются в результате их решения: познавательные (способности экспериментировать, собирать информацию из множества источников, обрабатывать ее в условиях ограниченного времени и принимать несколько решений одновременно), личностные и эмоциональные (способности действовать в условиях новизны и неопределенности, внутренней готовности к различным результатам действий, в том числе неожиданным – как положительным, так и отрицательным), социальные способности, связанные с пониманием и учетом намерений и действий множества людей – партнеров, союзников и противников.

Ключевые слова: интерактивные задания, математическая грамотность, PISA, решение комплексных проблем.

Сегодня пристальное внимание в психологической науке приковано к решению человеком комплексных проблем и задач по изучению сложных динамических систем и управлению ими. Современное динамично развивающееся общество создает и вовлекает себя во все новые, более широкие и сложные взаимодействия (экологические, технологические, информационные, социальные, политические и т.д.).

Все это находит отражение в системе школьного математического образования, в которой возникают так называемые интерактивные задачи. В частности, такой тип заданий впервые в истории массового тестирования и оценки был предложен в 2012 г. Международной

программой, оценивающей образовательные достижения обучающихся (Programme for International Student Assessment, PISA). Здесь рассматривались интерактивные задачи с многофакторными объектами.

Данные задачи требуют от обучающихся самостоятельного исследования новой сложной многофакторной системы с заранее неизвестными свойствами, которое ведется непосредственным практическим взаимодействием с новым объектом через выдвижение гипотез, их экспериментальную проверку и анализ воздействия на объект. В отличие от традиционных методов, подразумевающих отвлеченно-аналитический путь рассуждений.

Разработчики PISA-2012 противопоставляют интерактивные задачи задачам традиционным – аналитическим. В последних всю необходимую для решения информацию изначально помещают в условие (что можно наблюдать в абсолютном большинстве школьных математических заданий, тестов интеллекта и т.п.). Такие задания, имея ряд достоинств, полностью исключают сбор фактических данных, что отрицательно сказывается на развитии реальной познавательной деятельности. Участнику даются условия задачи, с которыми он может как-то работать на бумаге или в уме, но он не может получить никакой новой информации от самого объекта, о котором говорится в задаче. [1]

Рассмотрим понятие *комплексной проблемы*, ее определение и свойства. Функе и Френш приводят одно из наиболее цитируемых определений *решения комплексной проблемы (РКП)*, представляя ее как «многоступенчатую практическую и познавательную деятельность, направленную на преодоление большого числа заранее неизвестных препятствий между множественными, нечеткими, динамически изменяющимися целями и условиями» (цит. по: [2, с. 178]).

Основные свойства комплексной задачи:

- динамичность (изменчивость) системы;
- сложность;
- непредсказуемость («эффект бабочки»);
- интерференция знаний о системе (знания об одной части системы конфликтуют, деформируют или подавляют знания о другой части системы).

Сегодня парадигма РКП представлена в виде области когнитивной науки, вызывающей широкий интерес у исследователей, что отражается в росте числа публикаций по различным направлениям изучения особенностей целевого мышления, а также решения комплексных проблем как методологического и прикладного характера. [1]

И.А. Васильев (2004) пишет, что в отечественной науке один из первых психологических подходов к анализу решения комплексных проблем был реализован Б.М. Тепловым в работе «Ум полководца», опубликованной в 1945 г. Задачи, которые решает полководец, ведущий войну, являются, разумеется, комплексными.

Д. Дёрнер демонстрирует наглядно особенности комплексных задач, используя материал двух вариантов игры в шахматы - классическую и модифицированную [4]. В первом случае имеет место последовательное принятие решений: игрок, наблюдая за расположением фигур на доске, выбирает наилучший ход - один из ряда (пусть и большого) вариантов. При этом доказано существование выигрышного алгоритма такого выбора.

Однако, предлагает Д. Дёрнер, представьте игру в шахматы, при которой доска будет неопределённого размера, возможно достаточно большого, большая часть которой нам не видна, с неизвестным количеством игроков. Неизвестны ваши соперники и партнеры, а также правила самой игры. Шахматные фигуры соединены между собой таким образом, что перемещение одной влечет к неизвестному перемещению других.

Комплексная проблема на ранних этапах решения сравнима с описанной выше игрой «вслепую». Для таких проблем не существует алгоритмов, позволяющих просчитывать имеющиеся альтернативы и выбирать лучшую. Их решение по А.Н. Поддьякову [3] требует ряда разнообразных способностей:

- познавательных (способностей экспериментировать, собирать информацию из множества источников, обрабатывать ее в условиях ограниченного времени и принимать несколько решений одновременно),
- личностных и эмоциональных (способностей действовать в условиях новизны и неопределенности, внутренней готовности к различным результатам действий, в том числе неожиданным - как положительным, так и отрицательным),
- социальных способностей, связанных с пониманием и учетом намерений и действий множества людей - партнеров, союзников и противников.

В PISA до 2012 г. имелись задачи на принятие решений (условно назовем их аналитические). А в 2012 г. впервые даны комплексные задачи. Назовем их «дёрнеровскими», поскольку именно Дитриха Дёрнера разработчики официально назвали тем ученым, чьи исследования легли в основу заданий PISA-2012. Это интерактивные (требующие экспериментирования), динамические, многофакторные задачи. В наиболее сложных компьютерных сценариях, разработанных в данном научном направлении, используются такие объекты, как, например, виртуальная фабрика, город или государство с тысячами (!) неизвестных внутренних связей, и участник должен разобраться хотя бы в части из них, чтобы относительно успешно управлять этой системой. Можно высказать обоснованное предположение, что множество современных стратегических компьютерных игр типа «Цивилизации» и т.п. имеют одним из своих источников научные разработки Д. Дёрнера («Таналанд», «Моро», «Лоххаузен» и др.), ведущиеся с 1970-х гг.

Пример 1. Вращающаяся дверь

Вращающаяся дверь состоит из трех стеклянных перегородок, вращающихся внутри цилиндра диаметром 2 метра. Перегородки разделяют пространство на три сектора. На рисунке изображены дверные перегородки в трёх различных позициях, вид сверху.

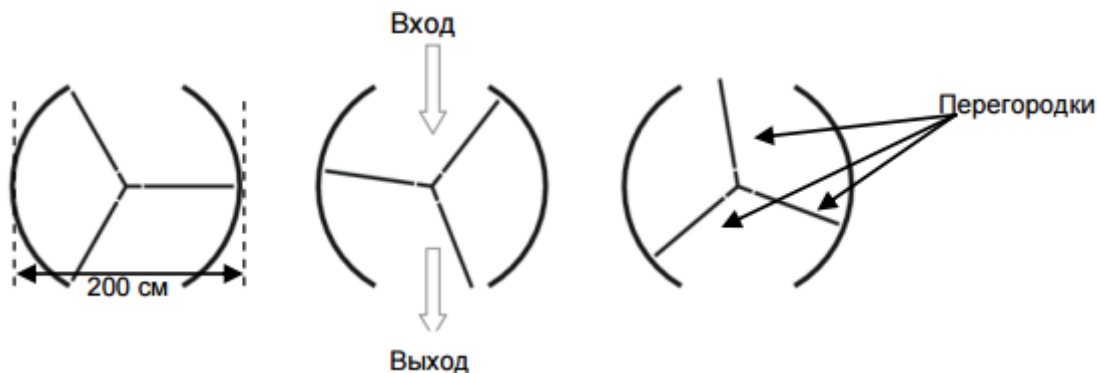


Рис. 1. Вращающаяся дверь при входе в здание

Два дверных проёма, изображенные пунктирными дугами на рисунке, имеют одинаковый размер. Если они слишком широки, то воздух свободно поступает сквозь проем, что приведёт к потере тепла или к его увеличению. Определите наибольшую длину дуги в сантиметрах (см), которую должен иметь каждый дверной проём, чтобы воздух не мог свободно поступать через вход и выход?

В этой позиции возможно поступление воздуха.

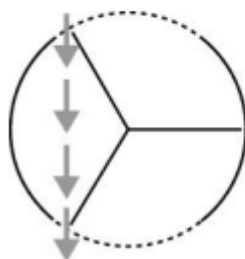


Рис. 2. Поступление воздуха через вращающуюся дверь

Наибольшая длина дуги: см

Содержание: область «Пространство и форма»

Вид деятельности: «Формулировать» (создать модель решения)

Уровень сложности: высший

Результат российских учащихся: 3%

Средний результат учащихся стран ОЭСР: 4%

Максимальный результат: 14%

В данном задании необходимо воспринять новую информацию – описание представленной реальной ситуации – и рассмотреть её геометрическую модель для вычисления искомой длины дуги. Интуитивно можно прийти к выводу, что эта длина равна $1/6$ части длины окружности двери. Для решения необходима формула длины окружности.

Ответ принимается в пределах от 103 до 105. [Приближенные вычисления дают $1/6$ длины окружности известного радиуса, например, $100\pi/3$, а также ответ, равный 100, но только в случае, если понятно, что этот ответ получен при использовании $\pi \approx 3$].

Подобные задачи отсутствуют в российских учебниках. Ее сложность связана с непривычной формулировкой, характеризующейся наличием большого текста, содержащего новую для учащихся словесную информацию с описанием ситуации. Информация представлена в

различной форме: в виде текста, количественных данных и рисунков. Нужные для решения данные извлекаются из разных частей текста. Понятие окружности в тексте задания отсутствует, учащимся необходимо сообразить, что является моделью вращающейся двери – это разделенная на три равные части тремя радиусами окружность.

Пример 2. Парусные корабли

Танкеры, грузовые корабли и контейнеровозы в количестве 50 000 перевозят 95% всех товаров в мире. Эти корабли в большинстве своем заправляются на дизельном топливе. Альтернативой дизелю может стать использование на кораблях силы ветра. Предлагается прикреплять к кораблям кайты (парящие в воздухе паруса) и использовать силу ветра, уменьшая расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

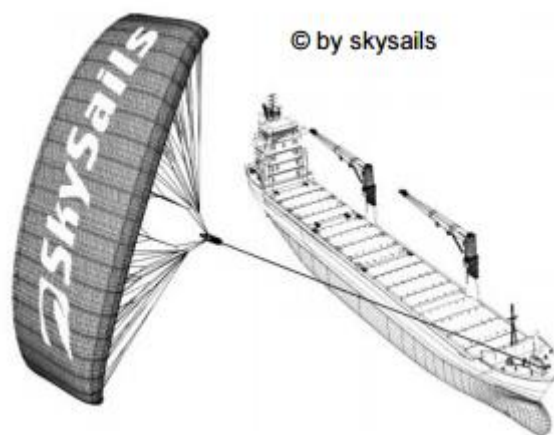


Рис. 3. Корабль с парусом

Дизельное топливо стоит 0,42 зедра за литр. Ввиду высокой его стоимости хозяева корабля «Новая волна» хотят снабдить его кайтом, который уменьшает расход дизельного топлива на 20%.

Стоимость установки кайта составляет 2 500 000 зедов. Через сколько лет экономия на топливе покроет расходы на приобретение кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Содержание: область «Количество»

Вид деятельности: «Формулировать» (создать модель решения)

Уровень сложности: высший

Результат российских учащихся: 16%

Средний результат учащихся стран ОЭСР: 15%

Максимальный результат: 47%

<p>Название: «Новая волна»</p> <p>Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём)</p> <p>Длина: 117 метров</p> <p>Ширина: 18 метров</p> <p>Грузоподъёмность: 12 000 тонн</p> <p>Максимальная скорость: 19 узлов</p> <p>Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров</p>	
--	--

Задание подразумевает создание модели решения и выполнение арифметических действий с многозначными числами. Полученный при этом ответ (8,5 лет) необходимо округлить, учитывая условие задачи. Необходимые знания и умения формируются при изучении математики в 5-6х классах.

При решении допускается использовать калькулятор. Возможен следующий способ рассуждений:

- расход дизельного топлива за год без кайта: 3,5 миллионов литров, цена 0,42;
- отсюда стоимость топлива $3500000 * 0,42 = 1\,470\,000$ зед;
- кайт экономит 20%, или $1\,470\,000 * 0,2 = 294\,000$ зед. за год;
- стоимость кайта $2\,500\,000 : 294\,000 \approx 8,5$ (лет).

Значит, после 8-9 лет покроеется стоимость паруса.

Подобные задачи отсутствуют в отечественных учебниках. Ее сложность связана с непривычной формулировкой, характеризующейся наличием большого текста, содержащего новую для учащихся словесную информацию с описанием ситуации. Информация представлена в различной форме: в виде текста, количественных данных и рисунков.

Задача может быть доступной обучающимся 5-6 классов, если ее сформулировать в привычной для них форме, например: «За год корабль тратит 3500000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка кайта стоит 2500000 р. Он экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?»

Список литературы

1. Елисеенко А.С. Динамика субъективной неопределенности в решении комплексных проблем // Экспериментальная психология. №3. Т. 6. 2013. С.16-30.
2. Подьяков А. Н. Неопределенность в решении комплексных проблем // Человек в ситуации неопределенности. М. 2007. С.177-193.
3. Подьяков А. Н. Решение комплексных проблем в PISA-2012 и PISA-2015: взаимодействие со сложной реальностью // Образовательная политика. №6. 2012. С.34-53.
4. Дёрнер Д. Логика неудачи: стратегическое мышление в сложных ситуациях. М.: Смысл, 1997.

**MODERN APPROACH TO MONITORING QUALITY
ASSESSMENT OF MATHEMATICS EDUCATION**

Deryabina Victoria Valeryevna
student
vik14sem95@rambler.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Summary. The article deals with the problem of using complex problems in the study of complex dynamic systems and their management, including the so-called interactive problems with multi-factor objects, for the first time in the history of mass testing and evaluation, proposed by the International Program in 2012 assessing the educational achievements of students (Program for International Student Assessment, PISA). These tasks require students to independently study a new complex multifactorial system with previously unknown properties, which is carried out by direct practical interaction with the new object through hypothesis advancement, their experimental verification and analysis of the impact on the object, in contrast to traditional methods implying an abstract analytical way of reasoning.

The author contrasts interactive tasks with traditional tasks - analytical ones. In the latter, all necessary information for the solution is initially placed in a condition (which can be observed in the absolute majority of school math assignments, intelligence tests, etc.). Such tasks, having a number of merits, completely exclude the collection of factual data, which negatively affects the development of real cognitive activity. The concept of a complex problem, its definition and properties, the basic properties of a complex problem are considered: dynamism (variability) of the system; complexity; Unpredictability ("butterfly effect"); Interference of knowledge about the system (knowledge about one part of the system conflicts, deforms or suppresses knowledge of another part of the system). The abilities that are required to solve complex problems are given and simultaneously develop as a result of their solution: cognitive (the ability to experiment, collect information from a variety of sources, process it in a time-limited environment and make several decisions simultaneously), personal and emotional (the ability to act under novelty conditions and uncertainties, internal readiness to different results of actions, including the unexpected - both positive and negative), with social individuality associated with understanding and taking into account the intentions and actions of many people - partners, allies and enemies.

Keywords: interactive tasks, mathematical literacy, PISA, solution of complex problems.

References:

1. Eliseenko A.S. (2013) Dinamika sub`ektivnoi` neopredelennosti v reshenii kompleksny`kh problem [The dynamics of subjective uncertainty in solving complex problems] Eksperimental`naia psihologiya. №3. T. 6, pp. 16-30.
2. Podd`iakov A.N. (2007) Neopredelennost` v reshenii kompleksny`kh problem [Uncertainty in addressing complex problems] Chelovek v situatsii neopredelennosti, pp. 177-193.
3. Podd`iakov A.N. (2012) Reshenie kompleksny`kh problem v PISA-2012 i PISA-2015: vzaimodei`stvie so slozhnoi` real`nost`iu [The solution of complex problems in PISA-PISA and 2012-2015: interaction with a complex reality] Obrazovatel`naia politika. №6, pp. 34-53.
4. Dyorner D. (1997) Logika neudachi: strategicheskoe my`shlenie v slozhny`kh situatsiiakh [The logic of failure: strategic thinking in complex situations] M.: Smy`sl, 1997.

УДК
372.851

**РАЗВИТИЕ ЛОГИЧЕСКОГО КОМПОНЕНТА
МЫСЛИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ
СРЕДСТВАМИ ГЕОМЕТРИИ**

Родионов Аркадий Валентинович
студент
arkadijfirst3@gmail.com
г. Елец

институт математики, естествознания и
техники Елецкого государственного
университета им. И. А. Бунина

Аннотация. В статье обосновывается возможность и целесообразность методического использования задач геометрического содержания для развития логического мышления учащихся. Выделяются основные типы геометрических заданий на развитие логической мыслительной деятельности: логические задачи, которые решаются на основе геометрических законов с помощью логических умозаключений и способствуют не только развитию логического мышления, но и оказывают положительное влияние на формирование навыков наблюдательности, умения применять теоретические знания на практике; задачи на объяснение явлений с помощью законов геометрии, не сложные по выполнению решения, но требующие умения использовать теоретические знания в практических условиях; задачи на предсказание результатов с помощью законов геометрии; на сравнение рассматриваемых объектов и получаемых результатов; на нахождение иллюстрирующих геометрические понятия предметов и явлений; задания на поиск контрпримеров, опровергающих утверждения, что является важным качеством логического и критического мышлений. Рассматриваются примеры таких задач. Теоретически обосновывается идея о том, что целенаправленное обучение основным логическим приемам, формирование потребности и привычки к поиску необходимых примеров и контрпримеров позволяет преодолеть формализм в изучении геометрии, повысить гибкость и быстроту мышления. в результате чего геометрия становится эффективным инструментом для осмысленного перехода от наглядно-действенного к логическому мышлению. Пропедевтическую работу по развитию логического мышления необходимо проводить на решении сюжетных, логических задач и задач практического характера. Необходимо прививать школьникам умения строить логические цепочки при решении задач, умения рассуждать с использованием рисунка или путем воображения ситуации, описываемой в решаемой задаче.

Ключевые слова: геометрия, логическое мышление, логика, методика, доказательство, пример, контрпример.

Обучение математике оказывает благоприятное воздействие на интеллектуальное развитие личности, поэтому развивающая функция его зачастую считается первостепенно важной в образовательном процессе, причем она подразумевает не столько математическое развитие, сколько формирование с помощью математики необходимых для полноценного функционирования человека качеств мышления [1].

По мнению некоторых исследователей, математика на основе заданных образов автоматически развивает логическую составляющую мыслительной деятельности учащихся благодаря логическим приемам, являющимся ее неотъемлемой частью. Действительно, остальные школьные дисциплины не требуют умения приводить сложные формальные доказательства, в силу того, что наличие многошаговых доказательств – специфичный аспект не только математики, но и геометрии в частности, как науки, и как школьного предмета. Поэтому геометрия

является оптимальной для тренинга логического мышления дисциплиной, а проблема его развития должна иметь отражение в курсе геометрии ввиду частого допущения учащимися связанных с нарушением логической правильности умозаключений ошибок.

Часто рабочие программы по геометрии ориентированы на отработку решения заданий с использованием нескольких алгоритмов, в результате чего запас заученных учениками знаний не всегда оказывается исчерпывающим, а малое количество заданий на развитие логического мышления не способствует формированию у учащихся умения продуктивно мыслить. Многие ученики путают геометрические понятия, признаки, свойства, допускают ошибки при установлении связей между ними, путаются в их классификации. Решение задач геометрического содержания требует не только владения предметными знаниями, немаловажными являются следующие умения: сравнивать, приходиться к самостоятельному умозаключению, обосновывать и чётко формулировать выводы и пр. Поэтому существует острая необходимость в процессе обучения обращать особое внимание на развитие логического мышления.

Ввиду того, что в реальном процессе мышления понятия логического и творческого мышлений тесно связаны, но не тождественны, стоит разделить эти понятия. Логическое мышление можно определить как мышление, проходящее в рамках формальной логики и отвечающее её требованиям, в таком понимании оно не будет являться творческим, так как, согласно законам формальной логики, нельзя вывести из посылок ничего, что не было в них заключено. Логические рассуждения предполагают отсутствие скачка мысли, пропуска отдельных звеньев в рассуждении и всего рассуждения, т. е. озарения, инсайта, интуиции.

Из-за недостаточно развития логической составляющей мыслительной деятельности у выпускников зачастую возникают затруднения при решении геометрических задач на доказательство в ОГЭ и ЕГЭ, решение которых требует определенных знаний, умений и навыков. Школьникам необходимо уметь выбрать подходящее свойство или теорему, проверить выполнимость всех условий, провести дополнительные построения, провести расчеты, грамотно оперируя математическим аппаратом, сделать выводы. Не каждый ребенок способен корректно и эффективно выполнить необходимые операции. Обычно это происходит по причине урезания учебных часов, зачастую педагоги не успевают уделить должное внимание практической наработке умений решения логико-ориентированных заданий.

Развитие логической составляющей мыслительной деятельности в обучении геометрии предполагает формирование следующих мыслительных умений, позволяющих на высоком уровне выполнять мыслительные операции необходимые для решения задач:

- сравнивать математические объекты и категории, находить их различия;
- выделять существенные свойства объектов и абстрагировать их от второстепенных;
- познавательно анализировать составные части объектов и категорий, синтезировать мысленно расчлененные предметы в целое с целью познания предмета как единого целого, а также познания взаимодействия его частей [1];
- формулировать и подтверждать истинность выводов из наблюдений или фактов;
- обобщать факты;
- доказывать истинность суждений и опровергать ложные умозаключения.

Выделим несколько основных типов заданий геометрического содержания для эффективного развития логического мышления учащихся:

1. *Логические задачи.* Решаются на основе геометрических законов с помощью логических умозаключений. Благодаря полному сосредоточению учащихся на обнаружении существенного в процессах и явлениях без отвлечения на математические расчеты логические задачи способствуют не только развитию логического мышления, но и оказывают положительное влияние на формирование навыков наблюдательности, умения применять теоретические знания на практике.
2. *Объяснение явлений с помощью законов геометрии.* Зачастую ученики испытывают трудности с аргументированным объяснением явлений с математической точки зрения, поэтому полезно предлагать задачи, не сложные по выполнению решения, но требующие умения использовать теоретические знания в практических условиях. «Почему не каждый стол с четырьмя ножками устойчив?»
3. *Предсказание результатов с помощью законов геометрии.* «Возможно ли при одной известной стороне треугольника найти две другие стороны?»
4. *Сравнение рассматриваемых объектов и получаемых результатов.* «Если параллелограмм и прямоугольник имеют соответственно равные стороны, то какая из фигур будет большей по площади?»
5. *Нахождение иллюстрирующих геометрические понятия предметов и явлений.* «Приведите примеры прямых и плоскостей из окружающей обстановки» [4].
6. *Задания на поиск контрпримера.* Навык нахождения примеров, иллюстрирующих понятия и теоремы, а также контрпримеров, опровергающих утверждения, является важным качеством логического и критического мышлений. Остановимся на данном типе заданий подробнее.

Работа с подобными заданиями позволяет преодолеть формализм в знаниях, исключая шаблонность действий учащихся. Школьная программа часто преподносит учащимся задания на доказательство или опровержение высказываний, однако, в независимости от сложности, их решения часто вызывают затруднения. В таком случае опытные педагоги ставят целью показать, что частноутвердительные и частноотрицательные предложения доказывают примеры, а контрпримеры опровергают предложения общего характера.

Наиболее употребительны в математике следующие логические формулы:

- | | |
|---|--|
| 1. $\forall x(A(x) \Rightarrow B(x));$ | 3. $\exists x(A(x) \wedge B(x));$ |
| 2. $\forall x(A(x) \Rightarrow \overline{B(x)});$ | 4. $\exists x(A(x) \wedge \overline{B(x)});$ |

Суждения 1) и 2) опровергаются контрпримерами, а суждения 3) и 4) доказываются примерами [2].

Для объяснения рассматриваемых понятий обратимся к сформулированной Курдюмова Н.А. трактовке «контрпримера» и «примера» [3]: если для некоторой логической формулы F из предметной области T , в области T существует такое распределение входящих в F значений параметров, при котором F является ложной (истинной), то такое распределение называется опровергающим (выполняющим) распределением для F в T , или контрпримером (примером). Контрпримеры зачастую применяются педагогами в случае необходимости доказательства ошибочности суждений учащихся.

Решение задач на доказательство, требующих применения свойств и теорем геометрии, является эффективным средством освоения теоретического материала. В процессе обучения

опровержению ложных высказываний школьники постепенно привыкают к доказательствам. Для удостоверения в ложности некоего общего высказывания один контрпример является исчерпывающим.

Обучение сравнению словесно выраженного факта с его чертежной интерпретацией занимает особое место в развитии логического мышления. Рисунки и чертежи, обладающие наглядностью графических иллюстраций, являются эффективным инструментом формирования умений замечать закономерности на основе наблюдений, вычислений, преобразований, сопоставлений. Графическая иллюстрация может служить исчерпывающим опровержением общего высказывания.

Пример 1: «Любой четырехугольник, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, является ромбом» [2]. Контрпример, опровергающий истинность высказывания, приведен на рисунке 1: четырехугольник $ABCD$ не является ромбом, несмотря на то, что его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.

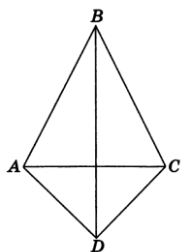


Рис. 1

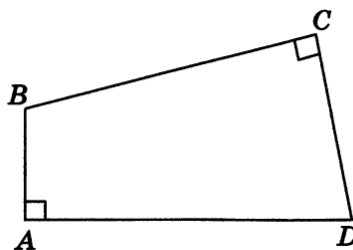


Рис. 2

Пример 2: «Любой четырехугольник, у которого два противоположных угла равны по 90° , есть прямоугольник». Ложность этого высказывания доказывает контрпример, приведенный на рис. 2. В четырехугольнике $ABCD$ противоположные углы A и C прямые, но он прямоугольником не является.

Следует отметить, что школьники часто считают, что из суждения «Всякое K есть P » следует суждение «Все P суть K » вместо частноутвердительного «Некоторые P суть K ».

Учащимся 5–6 классов может быть предложено задание: «Приведите контрпримеры, опровергающие истинность следующих высказываний»:

- треугольник – это любая фигура, имеющая три угла;
- любые три отрезка могут быть сторонами треугольника;
- в любом прямоугольнике две смежные стороны не равны между собой;
- чтобы углы были смежными, достаточно, чтобы две их стороны были противоположными лучами;
- ни один отрезок на координатной плоскости не состоит из точек, у которых абсциссы равны.

Схожую работу следует продолжать и в 7–9 классах. Изобразите на чертеже случай, для которого неверно высказывание: «Прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют ни одной общей точки» (пропущено указание на то, что речь идет о двух прямых).

Также учащимся можно предложить задание на доказательство ошибочности определений посредством контрпримеров: «Докажите, что нижеперечисленные определения ошибочны»:

- прямоугольник – это четырехугольник, у которого диагонали равны;
- прямоугольник – это четырехугольник, имеющий хотя бы два прямых угла;
- прямоугольник – это четырехугольник, у которого два противоположных угла прямые;
- параллелограмм – это четырехугольник, две противоположные стороны которого параллельны;
- параллелограмм – это многоугольник, противоположные стороны которого попарно равны;
- квадратом называется многоугольник, все стороны и все углы которого равны между собой;
- квадрат – это многоугольник, четыре стороны и четыре угла которого равны между собой;
- ромбом – это четырехугольник, у которого диагонали взаимно перпендикулярны.

Целенаправленное обучение основным логическим приемам, формирование потребности и привычки к поиску необходимых примеров и контрпримеров позволяет преодолеть формализм в изучении геометрии, повысить гибкость и быстроту мышления.

Таким образом, при правильном методическом подходе геометрия становится эффективным инструментом для осмысленного перехода от наглядно-действенного к логическому мышлению. Пропедевтическую работу по развитию логического мышления необходимо проводить на решении сюжетных, логических задач и задач практического характера. Необходимо прививать школьникам умения строить логические цепочки при решении задач, умения рассуждать с использованием рисунка или путем воображения ситуации, описываемой в решаемой задаче.

Список литературы:

1. Подаева Н.Г. Социокультурная концепция математического образования: монография – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012. – 205 с.
2. Далингер В.А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: книга для учителя. – М: Просвещение, 2006. – 256 с.
3. Курдюмова Н.А. О применении контрпримеров // Математика в школе, 1974. – № 6. – С. 12–15.
4. Аммосова Н.В. Развитие логической составляющей мышления учащихся при изучении геометрии / Н.В. Аммосова, Б.Б. Коваленко // Педагогические технологии математического творчества: сборник статей участников междунар. науч.-практ. конф. – Арзамас: АГПИ им. А.П. Гайдара, 2011. – С. 175–179.
5. Родионов А.В. Применение облачных вычислений в области дистанционного обучения // Системы управления, технические системы: устойчивость, стабилизация, пути и методы исследования: материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2016. – С. 234–240.
6. Зайцева И.Н. Обучающие системы на основе мультиагентных технологий / И.Н. Зайцева, А.В. Родионов // Topical areas of fundamental and applied research XI:

Proceedings of the Conference, North Charleston, 27-28.02.2017, Vol. 1. – North Charleston, SC, USA: CreateSpace, 2017. – С. 95–98.

7. Родионов А.В. Использование облачных вычислений в дистанционном обучении // Системы управления, технические системы: устойчивость, стабилизация, пути и методы исследования: материалы науч.-практ. семина. мол. уч. и студ. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2017. – С. 166–169.

DEVELOPMENT OF LOGICAL THINKING ACTIVITY OF SCHOOL STUDENT WITH MEANS OF GEOMETRY

Rodionov Arkady Valentinovich
student
arkadijfirst3@gmail.com
Yelets

Bunin Yelets State University

Summary. The article substantiates the possibility and expediency of methodical use of tasks with geometric content for the development of logical thinking of school student, distinguishes the main types of geometric tasks for the development of logical thinking activity, and also deals with examples of such tasks and their influence on the formation of the logical competencies of school student.

Keywords: geometry, logical thinking, logic, methodology, proof, example, counterexample.

References:

1. Podaeva N.G. (2012) Sotciokul`turnaya kontseptciya matematicheskogo obrazovaniya [Sociocultural concept of mathematical education]: monografiya. Elets: EGU im. I.A. Bunina, 2012. 205 p.
2. Dalinger V.A. (2006) Metodika obucheniya uchashchihsya dokazatel'stvu matematicheskikh predlozhenij [The method of teaching students of the proof of mathematical proposals]: kniga dlya uchitelya. M: Prosveshchenie, 2006. 256 p.
3. Kurdyumova N.A. (1974) O primenenii kontrprimerov [About application of counterexamples] Matematika v shkole, 1974. №6, pp. 12–15.
4. Ammosova N.V., Kovalenko B.B. (2011) Razvitie logicheskoy sostavlyayushchej myshleniya uchashchihsya pri izuchenii geometrii [Development of the logical component of thinking of students in study of geometry] Pedagogicheskie tekhnologii matematicheskogo tvorchestva: sbornik statej uchastnikov mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [Pedagogical technologies of mathematical creativity: a collection of articles of participants of the international scientifically-practical conference]. Arzamas: AGPI im. A.P. Gajdara, 2011. pp. 175–179.
5. Rodionov A.V. (2016) Primenenie oblachnyh vychislenij v oblasti distancionnogo obucheniya [Use of cloud computing in field of distance learning] Sistemy upravleniya, tekhnicheskie sistemy: ustojchivost', stabilizaciya, puti i metody issledovaniya: materialy Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. [Control systems, technical systems: stability, stabilization, ways and methods of investigation: The materials of the International scientifically-practical conference]. Elets: EGU im. I.A. Bunina, 2016. pp. 234–240.
6. Zajceva I.N., Rodionov A.V. (2017) Obuchayushchie sistemy na osnove mul'tiagentnyh tekhnologij [Training systems based on multi-agent technologies] Topical areas of fundamental and applied research XI: Proceedings of the Conference, North Charleston, 27-28.02.2017, Vol. 1. North Charleston, SC, USA: CreateSpace, 2017. pp. 95–98.

7. Rodionov A.V. (2017) Ispol'zovanie oblachnyh vychislenij v distancionnom obuchenii [Use of cloud computing in distance learning] Sistemy upravleniya, tekhnicheskie sistemy: ustojchivost', stabilizaciya, puti i metody issledovaniya: materialy nauch.-prakt. semin. mol. uch. i stud. [Control systems, technical systems: stability, stabilization, ways and methods of investigation: The materials of scientifically-practical seminar of young scientists and students]. Elets: EGU im. I.A. Bunina, 2017. pp. 166–169.

УДК
372.851

К ВОПРОСУ О ФОРМИРОВАНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕДПОНЯТИЙ У МЛАДШИХ ПОДРОСТКОВ

Бессонова Виктория Владимировна
студент
vika.bessonova.2015@mail.ru
г. Елец

институт математики, естествознания и
техники Елецкого государственного
университета им. И. А. Бунина

Аннотация. Статья посвящена проблеме организации учебной деятельности младших подростков при изучении геометрии в 5-6 классах. Затрагиваются методические вопросы, связанные с формированием умений школьников проводить несложные доказательства, выполнять логические действия, обосновывая их, а также обеспечения фундамента для обучения систематическому курсу школьной геометрии. При этом геометрическое содержание курса математики 5-6 характеризуется с позиций наглядно-деятельностной геометрии. Речь идет о формировании в 5-6 классах лишь предпонятий, то есть о пропедевтике изучения систематического курса геометрии. Приводится схема формирования предпонятий в подготовительной части изучения геометрии. На основе рассмотренных этапов в развитии структуры «перцепт – понятие» определяется основная обучающая задача ознакомления учеников 5-6 классов с геометрическим материалом, которая заключается в формировании системы, включающей предпонятия. С точки зрения методики, это удовлетворяет созданию объемов понятий, изучаемых в систематическом курсе геометрии. При этом создается такая база из обобщенных образов, что на нее будет основываться определение понятия. Рассматриваются методы обучения при формировании геометрических понятий в 5-6 классах: частично-поисковый метод, объяснительно-иллюстративный. Выделяется этапы освоения понятий: выделение понятий других предметов, соподчиненных с понятием, изучаемым на уроке математики (когда термин или часть термина совпадают), объема и содержания межпредметного понятия; выявление опыта учеников, связанного с вводимым понятием; формирование у учащихся обобщенного представления (предпонятия) о межпредметном понятии; демонстрация специфики понятия данной предметной области, подчиненного межпредметному, его связи с другими учебными предметами. Далее при необходимости вводится определение предметного понятия, подчиненного межпредметному.

Ключевые слова: геометрические понятия, предпонятия, наглядно-деятельная геометрия, развитие мышления.

Важным звеном, как в математическом образовании, так и в развитии школьников, является изучение геометрии в 5-6 классах. Здесь большое внимание обращается на формирование умения проводить несложные доказательства, выполнять логические действия, обосновывая их. Наряду с этим закладывается фундамент для обучения систематическому курсу школьной геометрии.

Цель изучения геометрии в 5-6 классах – с помощью языка и средств математики познавать окружающий мир. Так, учащимися посредством измерений и различных построений демонстрируются геометрические закономерности, формулируемые в виде предложений и гипотез. На данном этапе обучающимся закладывается мысль, что в ходе эксперимента открываются многие факты, но математически истинными они будут только при установлении их средствами, которые приняты в математике. Можно сказать, что доказательный аспект геометрии рассматривается в проблемном плане [1].

Поэтому о геометрическом содержании данного курса можно говорить, характеризуя его в качестве наглядно-деятельностной геометрии. Обучение осуществляется в ходе интеллектуально-практической деятельности, которая направляется на овладение геометрическими знаниями, расширение кругозора, в процессе которого, посредством опыта и осмысления, выявляются важные свойства геометрических фигур.

Так, можно говорить о формировании в 5-6 классах лишь предпонятий, то есть о пропедевтике изучения систематического курса геометрии.

При этом схема формирования понятия учащимися, в подготовительной части его изучения, будет такова:

1. Формирование мотивации изучения того или иного геометрического объекта.
2. Формирование представления о геометрическом объекте.
3. Выделение учеником важных для понятия исследуемого объекта свойств.
4. Выявление связи частных случаев геометрических объектов с непосредственно самим геометрическим объектом.

На основе рассмотренных этапов в развитии структуры «перцепт – понятие», определяется основная обучающая задача ознакомления учеников 5-6 классов с геометрическим материалом, которая заключается в формировании системы, включающей предпонятия. С точки зрения методики, это удовлетворяет созданию объемов понятий, изучаемых в систематическом курсе геометрии [2]. При этом создается такая база из обобщенных образов, что на нее будет основываться определение понятия.

Немаловажно, что в 5-6 классах внимание необходимо акцентировать на выделении свойств и признаков геометрического объекта. В качестве помощи ученикам в освоении выделения признаков основных геометрических фигур, являющихся существенными, можно обратиться к сравнениям с иными фигурами. Так, к примеру, прямую можно сравнить с ломаной, или же луч с кривой, которая ограничена.

Говоря о методах обучения при формировании геометрических понятий в 5-6 классах, могут применяться следующие:

- Частично-поисковый метод, позволяющий не просто приобретать знания в «готовом» виде, а получать их в ходе самостоятельной рассуждений, решении проблемной ситуации, сравнении и обобщении. Учитывая, что при изучении основных понятий, необходимо обеспечение творческого характера в процессе деятельности, данный метод является вполне подходящим.
- Объяснительно-иллюстративный метод. Большое количество геометрических понятий в 5-6 классах можно вводить, используя данный метод. С помощью него могут быть изучены как определенные алгоритмы, так и некоторый материал, являющийся углубленным изучением основного материала. Но стоит помнить, что при данном

методе полученные знания, преподносимые в готовом виде для восприятия, не трансформируются самостоятельно в умения и навыки ими пользоваться. Поэтому вполне уместно сочетание данного метода с вышеуказанным – частично-поисковым. В таком случае будет выполнима такая цель, как доведение знаний определенных правил и т.д. до навыка.

Л.С. Выготский характеризует предпонятие в качестве набора различных образов понятия (образующих объем понятия) и свойств, существенных для межпредметного понятия (образующих содержание понятия) [5]. При этом необходимо отметить, что геометрический материал включает понятия, в большинстве своем являющиеся подчиненными межпредметным (фигуры, точки, линия, квадрат, площадь, вершина, угол, пирамида). С другой стороны, со многими терминами младшие подростки знакомятся в повседневной жизни, при изучении других предметов. Таким образом за ними у ученика закрепляется некоторый смысл, который называют субъективным (в противовес объективному, отраженному в научном понятии). Эти смыслы часто расходятся, т.к. обыденное представление о понятии не всегда совпадает с научным. Именно обыденное представление ученик использует при усвоении учебного материала, выполняя задания. В случае несоответствия вводимого понятия научному смыслу в процессе перевода нового понятия в соответствие со своим опытом обучающийся может неверно заполнить задание.

Результатом может служить непонимание предъявляемой информации. В психологии под пониманием считают процесс включения информации в субъективный опыт, в ранее полученные знания, а также усвоение смысла и значения события, факта, содержания воздействия. Отсюда возникает необходимость связи с опытом ученика. И.С. Якиманская отмечает, что любую новую информацию человек «пропускает» через свой субъективный опыт, иного пути формирования знаний нет [4], но для включения новой информации в смысловое поле ученика надо знать субъективные смыслы, сформированные у школьника.

В связи с этим условием эффективного обучения является выявление того смыслового поля, через которое ученик определяет предмет, а также четкое обозначение содержания, используемого учителем в качестве объекта анализа. Готовясь к уроку, педагог должен учитывать, связаны ли с опытом обучающихся научные представления о действительности.

Н.С. Подходова выделяет следующие этапы освоения понятий:

Этап I (осуществляется учителем до урока, на котором будет вводиться понятие): выделение понятий других предметов, соподчиненных с понятием, изучаемым на уроке математики (когда термин или часть термина совпадают), объема и содержания межпредметного понятия.

Этап II: выявление опыта учеников, связанного с вводимым понятием. Этот этап реализуется непосредственно на уроке, связанном с изучением понятия (или на предыдущем уроке).

Этап III: формирование у учащихся обобщенного представления (предпонятия) о межпредметном понятии. На этом этапе происходит знакомство школьников с разными значениями (объемом) межпредметного понятия и разными его смыслами (свойствами).

Этап IV: демонстрация специфики понятия данной предметной области, подчиненного межпредметному, его связи с другими учебными предметами. Далее при необходимости вводится определение предметного понятия, подчиненного межпредметному [3].

Список литературы.

1. Гетманова А.Д. Логика. М.: Гуманит. Изд.центр «Владос», 1998.
2. Столяренко Л.Д. Основы психологии. Ростов-на-Дону: Изд.центр «Феникс», 2000.
3. Подходова Н.С., Кожокарь О.А., Фефилова Е.Ф. Реализация ФГОС ОО: новые решения в обучении математике: Учеб.-метод. пос. для высш. учеб. заведений, ведущих подготовку по направлению «Педагогическое образование». СПб.: Архангельск, 2014.
4. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. М., 2000.
5. Выготский Л.С. Лекции по педологии. Ижевск, 2001.

ON THE QUESTION OF THE FORMATION OF GEOMETRIC CONCEPTS IN THE YOUNG ADOLESCENTS

Bessonova Viktoria Vladimirovna
student
vika.bessonova.2015@mail.ru
Yelets

Bunin Yelets State University

Summary. The article is devoted to the problem of organizing the educational activity of younger adolescents in the study of geometry in grades 5-6. Methodological issues related to the formation of skills of schoolchildren to conduct simple evidence, perform logical actions, justify them, as well as provide a foundation for learning the systematic course of school geometry. In this case, the geometric content of the course of mathematics 5-6 is characterized from the standpoint of visual-activity geometry. We are talking about the formation in 5-6 classes only of the preconceptions, that is, the propaedeutics of studying the systematic course of geometry. A scheme for forming the assumptions in the preparatory part of the study of geometry is given. On the basis of the stages considered in the development of the "percept-concept" structure, the basic learning task of familiarizing students of grades 5-6 with geometric material is determined, which consists in the formation of a system that includes prepositions. From the point of view of the methodology, this satisfies the creation of the scope of concepts studied in the systematic course of geometry. In this case, such a base will be created from generalized images, which will be based on the definition of the concept. Teaching methods are considered in the formation of geometric concepts in grades 5-6: partial search method, explanatory-illustrative. The stages of mastering concepts are singled out: singling out the concepts of other subjects that are subordinated to the concept studied in the lesson of mathematics (when the term or part of the term coincides), the scope and content of the intersubject concept; Identifying the experience of students associated with the introduction of the concept; The formation in students of a generalized view (preconception) of an interdisciplinary concept; Demonstration of the specificity of the concept of the given subject area, subordinated to the interdisciplinary, its connection with other educational subjects. Further, if necessary, the definition of the subject concept, subordinated to the intersubject concept, is introduced.

Keywords: geometric concepts, assumptions, visual-active geometry, development of thinking.

References

1. Getmanova A.D. (1998) Logika [Logic] M.: Gumanit. Izd.centr «Vlados», 1998.
2. Stoliarenko L.D. (2000) Osnovy` psihologii [Fundamentals of psychology] Rostov-na-Donu: Izd.cenrt «Feniks», 2000.
3. Podhodova N.S., Kozhokar` O.A., Fefilova E.F. (2014) Realizatsiia FGOS OO: novy`e resheniia v obuchenii matematike: Ucheb.-metod. pos. dlia vy`ssh. ucheb. zavedenii`, vedushchikh podgotovku po napravleniiu «Pedagogicheskoe obrazovanie» [Implementation of the GEF NGO: new solutions in teaching math: Learning.-method. PIC. for the top. Stud. institutions, leading training in teacher education] SPb.: Arhangel`sk, 2014.
4. Iakimanskaia I.S. (2000) Leechnostno-orientirovannoe obuchenie v sovremennoi` shkole [Student-oriented teaching in modern school] M., 2000.
5. Vy`gotskii` L.S. (2001) Lektcii po pedologii [Lectures on paedology has] Izhevsk, 2001.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Абашин, Валерий Геннадьевич	кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики ФГБОУ ВО «ОГУ имени И.С.Тургенева», valeriy@abashin.ru, г. Орел
Abashin, Valery Gennadevich	c.t.n., associate professor Orel State University, valeriy@abashin.ru, Oryol
Бессонова, Виктория Владимировна	студент института математики, естествознания и техники Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина, vika.bessonova.2015@mail.ru, г. Елец
<i>Научный руководитель –</i>	<i>Поддаева Н.Г., д.п.н., профессор</i>
Bessonova, Viktoria Vladimirovna	student Bunin Yelets State University, vika.bessonova.2015@mail.ru, Yelets
<i>Scientific director –</i>	<i>Podavaeva N.G., Doctor of Pedagogical Sciences, Professor</i>
Дерябина, Виктория Валерьевна	студент института математики, естествознания и техники Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина, vik14sem95@rambler.ru, г. Елец
<i>Научный руководитель –</i>	<i>Поддаева Н.Г., д.п.н., профессор</i>
Deryabina, Victoria Valeryevna	student Bunin Yelets State University, vik14sem95@rambler.ru, Yelets
<i>Scientific director –</i>	<i>Podavaeva N.G., Doctor of Pedagogical Sciences, Professor</i>
Зарубин, Александр Николаевич	д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений ФГБОУ ВО Орловского государственного университета имени И.С. Тургенева, matdiff@yandex.ru, г. Орел
Zarubin, Aleksandr Nikolaevich	d.f.-n., professor OryolFSBEI "Orel State University named after I. S. Turgenev", matdiff@yandex.ru
Поддаев, Михаил Валерьевич	к.п.н., доцент кафедры математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, podaev86@gmail.com, г. Елец
Podayev, Mikhail Valeryevich	c.p.n., associate professor Bunin Yelets State University podaev86@gmail.com, Yelets

Подаева, Наталья Георгиевна	д.п.н., профессор, заведующий кафедры прикладной математики и информатики Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, podaeva@mail.ru, г. Елец
Podayeva, Natalia Georgiyevna	d.p.n., professor Bunin Yelets State University podaeva@mail.ru, Yelets
Рогачева, Анна Юрьевна	магистрант института математики, естествознания и техники Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина, ancka.rogacheva@yandex.ru, г. Елец
<i>Научный руководитель –</i> Rogacheva, Anna Yurevna	<i>С.В. Щербатых, д.п.н., профессор</i> Undergraduate Bunin Yelets State University, ancka.rogacheva@yandex.ru, Yelets <i>Shcherbatykh S.V., Doctor of Pedagogical Sciences, Professor</i>
<i>Scientific director –</i> Родионов, Аркадий Валентинович	Студент института математики, естествознания и техники Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина, arkadijfirst3@gmail.com, г. Елец
<i>Научный руководитель –</i> Rodionov, Arkady Valentinovich	<i>Подаев М.В., к.п.н., доцент</i> student Bunin Yelets State University, arkadijfirst3@gmail.com, Yelets <i>Podaev M.V., c.p.n., associate professor</i>
<i>Scientific director –</i> Таров, Дмитрий Анатольевич	к.п.н., доцент кафедры прикладной математики и информатики Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина, tarov1970@rambler.ru, г.Елец
Tarov, Dmitry Anatolyevich	c.p.n., associate professor Bunin Yelets State University, tarov1970@rambler.ru, Yelets
Трегубов, Александр Борисович	магистрант института математики, естествознания и техники Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина, tregubov@elsu.ru, г. Елец
Tregubov, Alexander Borisovich	graduate student Bunin Yelets State University, tregubov@elsu.ru, Yelets
Чаплыгина, Елена Викторовна	к.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ФГБОУ ВО Орловского государственного университета имени И.С. Тургенева, lena260581@yandex.ru, г. Орел
Chaplygina, Elena Viktorovna	c.f.-m.n., associate professor FSBEI "Orel State University named after I. S. Turgenev", lena260581@yandex.ru, Oryol

Научный журнал

C O N T I N U U M

МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.

ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск № 1(5) / 2017

Редактор – Н.П. Безногих

Компьютерная верстка и дизайн обложки – М.В. Подаев

Техническое исполнение – В.М. Гришин

Формат А-4 (80 п.л).

Гарнитура Times. Печать трафаретная

Печ.л. 5,0. Уч.-изд.л. 4,6

Тираж 1000 экз. Заказ № 13

Подписано в печать 29.03.17

Дата выхода в свет 30.03.17

Свободная цена

Адрес редакции и издателя:

399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1

E-mail: tarov1970@rambler.ru

Сайт редколлегии: <http://pmi.elsu.ru>

Отпечатано с готового оригинал-макета на участке оперативной полиграфии

Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина

399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1

Федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования

«Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»

399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28,1