

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.А. БУНИНА»

CONTINUUM
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина» (399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1)

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС77-69418 от 14 апреля 2017 г.).

Журнал входит в Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

- Щербатых С.В.** – **главный редактор**, доктор педагогических наук, профессор, и.о. ректора ЕГУ им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Дворяткина С.Н.** – **заместитель главного редактора**, доктор педагогических наук, доцент, проректор по научной и инновационной деятельности ЕГУ им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Абылкасымова А.Е.** – доктор педагогических наук, профессор, академик НАН РК, академик РАО, директор Центра развития педагогического образования, заведующий кафедрой методики преподавания математики, физики и информатики Казахского национального педагогического университета им. Абая (Алматы, Казахстан);
- Асланов Р.М.** – доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий отделом Научно-технической информации института математики и механики Национальной академии наук Азербайджана (Баку, Азербайджан);
- Боровских А.В.** – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры образовательных технологий, профессор кафедры дифференциальных уравнений Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва, Россия);
- Булдакова Н.В.** – доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой педагогики Вятского государственного университета (Вятка, Россия);
- Гриншкун В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, академик РАО, заведующий кафедрой информатизации образования Института цифрового образования Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Гроздев С.И.** – доктор по математике, доктор педагогических наук, профессор, академик ИНЕАС, Президент Ассоциации развития образования, Вице-президент Болгарской академии наук и искусств (София, Болгария);
- Каракозов С.Д.** – доктор педагогических наук, профессор, директор Института математики и информатики, профессор кафедры теоретической информатики и дискретной математики Московского педагогического государственного университета (Москва, Россия);
- Клушина Н.П.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры социальных технологий Северо-Кавказского федерального университета (Ставрополь, Россия);

- Орлов В.В.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры методики обучения математике и информатике Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена (Санкт-Петербург, Россия);
- Разинкина Е.М.** – доктор педагогических наук, профессор, проректор по образовательной деятельности Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (Санкт-Петербург, Россия);
- Рыжова Н.И.** – доктор педагогических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Лаборатории математического общего образования и информатизации Института стратегии развития образования Российской академии образования (Москва, Россия);
- Сергеева Т.Ф.** – доктор педагогических наук, профессор, профессор Дирекции образовательных программ Московского городского педагогического университета (Москва, Россия);
- Смирнов Е.И.** – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа, теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета им. К.Д. Ушинского (Ярославль, Россия);
- Мельников Р.А.** – ответственный секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математики и методики её преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия);
- Александрова Л.Н.** – технический секретарь, кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры математического моделирования, компьютерных технологий и информационной безопасности Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (Елец, Россия).

THE FOUNDER AND THE PUBLISHER

The founder and the publisher: Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «Bunin Yelets State University» (399770, Lipetsk region, Yelets, st. Kommunarov, 28, 1).

The journal is registered in the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology, and Mass Media. (Certificate of registration: PI № FS 77-69418 of 14 april 2017).

The journal is included in The List of Russian peer-reviewed scientific journals, in which main scientific results of doctoral and candidate's theses must be published.

THE EDITORIAL BOARD

- Shcherbatykh S. V.** **Editor-in-chief**, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Acting Rector, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
- Dvoryatkina S. N.** **Deputy Editor-in-Chief**, Doctor of Pedagogy, Associate Professor, Vice-Rector for Research and Innovation, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
- Abylkasymova A. E.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan, Academician of the RAO, Director of the Center for the Development of Pedagogical Education, Head of the Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Computer Science of the Abai Kazakh National Pedagogical University (Almaty, Kazakhstan);
- Aslanov R. M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Scientific and Technical Information of the Institute of Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan (Baku, Azerbaijan);
- Borovskikh A. V.** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Educational Technologies, Professor of the Department of Differential Equations of the Lomonosov Moscow State University (Moscow, Russia);
- Buldakova N. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Pedagogy of Vyatka State University (Vyatka, Russia);
- Grinshkun V. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Head of the Department of Informatization of Education of the Institute of Digital Education of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
- Grozdev S. I.** Doctor of Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Academician of the IHEAS, President of the Association for the Development of Education, Vice-President of the Bulgarian Academy of Sciences and Arts (Sofia, Bulgaria);
- Karakozov S. D.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Director of the Institute of Mathematics and Computer Science, Professor of the Department of Theoretical Computer Science and Discrete Mathematics of Moscow Pedagogical State University (Moscow, Russia);
- Klushina N. P.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Social Technologies of the North Caucasus Federal University (Stavropol, Russia);

- Orlov V. V.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Methods of Teaching Mathematics and Computer Science of the A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (St. Petersburg, Russia);
- Razinkina E. M.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vice-Rector for Educational Activities of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg, Russia);
- Ryzhova N. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Leading Researcher at the Laboratory of Mathematical General Education and Informatization of the Institute of Educational Development Strategy of the Russian Academy of Education (Moscow, Russia);
- Sergeeva T. F.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Directorate of Educational Programs of the Moscow City Pedagogical University (Moscow, Russia);
- Smirnov E. I.** Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematical Analysis, Theory and Methods of Teaching Mathematics of Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Yaroslavl, Russia);
- Melnikov R. A.** Executive Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics and Methods of its Teaching, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia);
- Alexandrova L. N.** Technical Secretary, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematical Modeling, Computer Technology and Information Security, Bunin Yelets State University (Yelets, Russia).

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Абылкасымова А. Е. О модернизации содержания общего среднего и вузовского педагогического образования и методических аспектах обучения математике.....	8
Дронова Е. Н. Систематизация знаний учащихся 5-6 классов о типах текстовых задач на проценты и методах их решения.....	15
Семенов А. Л., Муранов А. А., Поликарпов С. А., Бахтина Е. Ю. Содержание и методика преподавания курса математики начальной школы в условиях цифровизации.....	25
Смирнов Е. И., Уваров А. Д. Технология исследования «проблемных зон» школьной математики на основе поддержки интеллектуальной гибридной среды.....	40

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Артюхина М. С. Формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций обучающихся средствами математики на непрофильных направлениях подготовки.....	59
Игнатушина И. В., Зубова И. К. Использование исторической компоненты в обучении студентов некоторым разделам математического анализа	69
Шабанова М. В., Патронова Н. Н., Безумова О. Л. «Геометрический geosaching»: опыт сетевого наставничества.....	82

ПЕРСОНАЛИИ

Мельников Р. А., Пучков Н. П., Саввина О. А. Научно-педагогическое наследие Константина Андреевича Рупасова (к 115-летию со дня рождения).....	93
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

CONTENTS

METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE GENERAL EDUCATION SYSTEM

Abylkasymova A. E. On modernization of the content of general secondary and university pedagogical education and methodological aspects of teaching mathematics.....	8
Dronova E. N. Systematization of the knowledge of 5-6th grade students about the types of text tasks for percentages and methods of their solution.....	15
Semenov A. L., Muranov A. A., Polikarpov S. A., Bakhtina E. U. The content and methodology of teaching mathematics primary school in the conditions of digitalization.....	25
Smirnov E. I., Uvarov A. D. Technology for the study of "problem areas" of school mathematics based on the support of an intelligent hybrid environment.....	40

THEORIES, MODELS AND TECHNOLOGIES OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE SYSTEM OF VOCATIONAL EDUCATION

Artyukhina M. S. Formation of general professional and professional competencies of students by means of mathematics in non-core areas of training..	59
Ignatushina I. V., Zubova I. K. Using the historical component in teaching students some sections of mathematical analysis	69
Shabanova M. V., Patronova N. N., Bezumova O. L. "Geometric geocaching": the experience of network mentoring.....	82

PERSONALITIES

Melnikov R. A., Puchkov N. P., Savvina O. A. Scientific and pedagogical heritage of Konstantin Andreevich Rupasov (on the 115-th anniversary of the birth).....	93
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2022-3-8-14

ON MODERNIZATION OF THE CONTENT OF GENERAL SECONDARY AND UNIVERSITY PEDAGOGICAL EDUCATION AND METHODOLOGICAL ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICS

Abylkasymova A. E. | Abay Kazakh national pedagogical university
Dr. Sci. (Pedagogy), professor
aabylkassymova@mail.ru
Almaty

Abstract. The study is based on a historical analysis of the creation of a national model of education of the Republic of Kazakhstan, aimed at improving the quality of training of human resources, meeting the needs of the individual, society and the state. The focus is on the process of updating the content of education for all levels of the education system, taking into account international trends. The tax of this important and well-known process should be attributed to 2015. During this period, amendments and additions were made to the Law of the Republic of Kazakhstan "On Education". The author pays significant attention to the content aspects of the new model of education, which is focused on the development of the functional literacy of schoolchildren, the skills of independent search, critical analysis and evaluation, initiative, and the ability to find non-standard solutions. A special place in the new model of education is given to the productive component. Expected educational results are defined in six areas and reflect the activity aspect: students "know", "understand", "apply", "analyze", "synthesize", "evaluate". Such a clear formulation of the expected results allows not only to objectively assess the educational achievements of students, but also to increase the motivation of students, improve the quality of the educational process. The main conclusion of the article is that updating the content of school education led to a change in the methodological training of future teachers of mathematics, actualized the issues of comprehensive educational and methodological support for teaching mathematics both at school and at a teacher training university. At the same time, teaching mathematical disciplines in a pedagogical university should be correlated with the methodology of teaching mathematics. For the professional training of a future teacher of mathematics, a balance of special mathematical and methodological training is necessary.

Keywords: content of education, teaching mathematics, model of education, modernization, reform.

Modernization of the general secondary education system in Kazakhstan is focused on ensuring equal access to high-quality secondary education for all schoolchildren regardless of their place of residence. It is also aimed at creating a national education model intended to improve the quality of training human resources, meeting the needs of the individual, society and the state. To achieve this goal it was necessary to update the content of general secondary education which

would ensure the intellectual, spiritual, moral and physical development of students (Abylkasymova, 2021).

By the content of general secondary education, most specialists understand a pedagogically adapted system of knowledge, skills and experience, experience of creative activity and experience of emotional-volitional attitude, the assimilation of which is designed to ensure forming a comprehensively developed personality, prepared for the reproduction (preservation) and development of the material and spiritual culture of the society. The content of general secondary education is disclosed in educational standards, programs, curricula and textbooks and should be focused on ensuring personal self-determination, aimed at improving and developing the human resources potential of any country (Abylkasymova, 2012).

It should be noted that by the beginning of the XXI century, the content of education in many states was structured according to 14-18 academic subjects. The differences are explained by the various number of studied foreign languages and the presence or absence of religious topics. Among the subjects common to all countries are language and literature, mathematics, natural sciences, history, geography, art, physical education, technology and a foreign language. There are such subjects as physics, chemistry, biology, social science in the secondary school. The high school has become professionally oriented, but its content differs little from the accepted one, including Kazakhstan. The same tendency was observed among individual academic subjects. According to the researchers' estimates, no less than 70-75% of their content was identical. The greatest differences were in the subjects that reflected the national, state and natural specifics of a particular country.

Despite the difficulties and constraining objective and subjective factors of modernization and reform of the education system, certain conditions have been created in the Republic of Kazakhstan to increase investment in education, improve its quality and reach the international level. Evidence of that is the renewal of the content of education for all levels of the education system with account of international tendencies. This important and necessary process began in 2015, after the introduction of amendments and additions to the Law of the Republic of Kazakhstan "On Education", which legislatively regulated the gradual transition to the updated content of school education. This transition was carried out in 2016 – the 1st grade; 2017 - grades 2, 5, 7; 2018 - Grades 3, 6, 8, 2019 - Grades 4, 9, 10, 2020 - Grade 11 (Государственная программа, 2016; Государственная программа, 2019).

Updating the content of education is, first of all, a revision of the structure and content of programs and teaching methods. In this regard, Kazakhstani pedagogy is faced with the task of fundamental renewal of the content of school education on the basis of advanced world pedagogical experience. The new model of education provides for the further development of the functional literacy of schoolchildren, the skills of independent search, critical analysis and assessment, initiative, the ability to find non-standard solutions. Therefore, the main idea of the new reform for the school lies in the systemic and systematic renewal of the content of general secondary education - the transition to a higher quality of education: personality-oriented education, a variety of educational programs, the development of academic freedoms, the formation of legal, psychological, economic and environmental culture of students. With regard to the school, these guidelines in education are transformed into the tasks of developing versatile creative abilities, skills, self-education, readiness and the ability to adapt in the context of constantly changing social conditions of society, etc.

In our country the renewal of the content of education continues to be successfully introduced into the system of general secondary education. Thus, the compulsory education standards and curricula include STEM elements aimed at expanding the use of new technologies, scientific innovations, mathematical modeling, programming, robotics and initial technological training of students. Additional education programs, extracurricular activities, scientific circles and extracurricular activities are organized to follow innovation tendencies. In high school a number of subjects have been taught in English.

In October 2018 by order of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan the state compulsory standard of updated content for all levels of education was approved. Compared to previous standards, it focuses on building an outcome-based model that measures student performance and achievement. At the same time, updating the content of education supposes the educational process which is different from traditional and is based on expected results which are determined in 6 educational areas and reflect the activity aspect, i.e. students “know”, “understand”, “apply”, “analyze”, “synthesize”, “evaluate”. A clear formulation of the expected results allows not only to assess the educational achievements of students objectively but also to increase the motivation of students to develop skills in learning, as well as to improve the quality of the educational process.

Our analysis of the modernization of the system of general secondary education in Kazakhstan showed that with each its improvement the content of education in secondary schools is being enhanced and improved. It allows them to teach schoolchildren at a modern level in accordance with the tendencies of the development of the world education system (Abylkassymova, 2020), (Abylkassymova, 2020).

It is known that over the years of independence higher education in Kazakhstan has gone through several stages of improving the content of education. It was due to new requirements for human resources and the development of technology and innovation. In 1991-1996 the legislative base was being actively developed. The main standards of higher education were enshrined in the Law of the Republic of Kazakhstan "On Higher Education" (1993) which in 1999 was integrated with the 1992 Law of the Republic of Kazakhstan "On Education". In 1994 the state compulsory standard of higher education in Kazakhstan was adopted for the first time. In 1995 the first educational standards were adopted for 310 specialties of higher professional education. In 1996 a new edition of the Classifier (list) of specialties of higher education, providing 342 specialties, was approved.

A holistic continuous education system from preschool education and training to higher education in Kazakhstan was first presented in 2000. In 2001 in accordance with the International Classifier of the education system, a new Classifier of areas of training and specialties of higher education was developed and introduced. It contained 283 specialties, 70 Master's and 46 Bachelor's programmes (Abylkassymova, 2017).

Since 2004 the training of personnel in higher educational institutions has begun to rely on a competency model. The introduction of the European Credit Transfer System (ECTS) began in 2009. In the same year a new Classifier of specialties of higher and postgraduate education was adopted to ensure the continuity of undergraduate and graduate programs. New state compulsory standards for higher and postgraduate education were developed in the context of expanding the academic freedom of higher education institutions. The ratio of subjects of a compulsory component and an optional component was revised. Educational programs were developed, taking into account the potential of the teaching staff of higher educational institutions, their teaching and laboratory facilities, as well as the needs of the labor market.

A modern teacher should possess a high level of culture, constantly improve himself, be able to design an educational environment, actively use information and communication technologies, distance learning, act as a creator of favorable conditions for organizing a personality-oriented, individually differentiated learning and education process, instill an interest in self-education and form students' skills of independent work (Abylkassymova, 2019).

When organizing continuous pedagogical education, one should also take into account the fact that with the transition of higher educational institutions of Kazakhstan to the Bologna two-level education system "bachelor - master" fundamental changes were made to our education system to converge with the existing educational systems in Europe. As a result, adequate measures have been taken to achieve compliance of the content and the learning process with the world educational standards.

Nowadays the main principles of the development of continuous pedagogical education in Kazakhstan are — continuity; combination of national educational traditions and the best world

experience; flexibility in responding to social changes and predictability; innovativeness. At the same time the goal of the development of teacher education is still to ensure the reproduction of human capital assets and the intellect of society for the sustainable development of our country through high-quality training of teaching staff for the entire field of education.

In general, pedagogical education in Kazakhstan in the process of improving the quality of teacher training is undergoing serious changes while focusing on the creation of a consistent system of continuous education. The search for optimal solutions, promising models, advanced organizational forms and methods of educational work for all levels of education is being carried out everywhere. In the conditions of a dynamically developing system of pedagogical education (bachelor's, master's), there is objectively a need to create promising types of educational organizations, variable curricula and programs; in the implementation of new content and the latest education technologies, etc. (Abylkasymova, 2017).

The renewal of the content of school education has actualized the issues of determining the content of school mathematics education and accordingly the training of future mathematics teachers. It also concerns the issues of comprehensive educational and methodological support for teaching mathematics both at school and at a teacher training institution. To implement these tasks changes were made to the current didactic tools — educational standards, curricula, programs in mathematics of secondary schools and pedagogical universities. At the same time the need to ensure continuity in teaching mathematics in a general education school and a pedagogical university was taken into account.

With our participation new state educational standards, standard curricula and curriculum with an updated content of school education were developed and approved. It enabled us to organize a comprehensive educational and methodological support of the educational process in primary, secondary and high school, as well as in pedagogical universities.

Along with this, we paid special attention to the methodological aspects of teaching mathematics, namely, the preparation of future mathematics teachers who know the methods of teaching students in secondary and high school according to the updated content. To achieve this goal, under my leadership textbooks were developed on mathematics, algebra for secondary school (grades 5-9), algebra and the principles of analysis for high school (grades 10-11) with corresponding didactic materials, teaching aids for teachers and students – future mathematics teachers. Currently, all these materials are being used in the educational process in organizations of general secondary education and pedagogical universities throughout Kazakhstan (Abylkasymova, 2014).

The Department of Methods of Teaching Mathematics, Physics and Informatics of Kazakh National Pedagogical University named after Abai, headed by me, has been preparing pedagogical personnel in the specialties "Mathematics", "Physics" of educational programs for bachelor's, master's and PhD studies, and since September 1, 2015 — specialties "Mathematics and Physics", "Mathematics and Informatics", "Physics and Informatics" bachelor's degree, as well as for ungraded schools. The educational programs developed by us were aimed at implementing the principle of continuity and interdisciplinary communication of studying the school course of mathematics, physics and computer science in integration with methodological disciplines which made it possible to strengthen the quality of professional and methodological training of future teachers. These educational programs are a good help to compensate for the lack of teachers in remote village schools, since one teacher can simultaneously teach two subjects, for example, mathematics and physics, mathematics and computer science, physics and computer science.

Since 2019 our department began to conduct training in two-year educational programs of a pedagogical profile based on higher education using distance learning technologies in the bachelor's specialties - "Mathematics", "Physics".

In the educational programs "Mathematics and Physics", "Mathematics and Informatics" 56 credits (23%) are allocated for general subjects, 69 credits (28%) for mathematical subjects, and 27 credits (11%) for physics (computer science). In these educational programs both "Methods of teaching mathematics" and "Methods of teaching physics (computer science)", as well as other methodological subjects are studied.

In the 2020-2021 academic year the department began to train pedagogical personnel in seven educational programs in which 1083 students study in the bachelor's program, 247 master's degree students and 8 people obtaining PhD degree.

It should be noted that the programs of mathematical and professional subjects in junior courses are aimed at implementing the principle of continuity of mathematical education. Students are given an opportunity to improve and generalize their basic knowledge of school mathematics. Such courses as "Fundamentals of the school course of mathematics", "Fundamentals of mathematical analysis", "Methods for solving non-standard problems in mathematics", etc., being studied in the first years, are a link between the school and the university. They make it possible for students to fill in the existing gaps in the knowledge of school mathematics. The courses teach the ability to systematize sections of mathematics, to orient students towards their future profession.

Many years of experience in a pedagogical university show that teaching mathematics subjects should be correlated with the methodology of teaching mathematics, i.e. for the professional training of the future teacher of mathematics, a balance of special mathematical and methodological training is required. In this regard, professionally-pedagogically oriented mathematical education should begin with the first courses of study at the university, and then be studied in depth when teaching methodological subjects, such as "Methodological foundations for solving problems in mathematics", "Theory and methods of teaching mathematics", "Workshop on the methodology of teaching mathematics", "Methodological foundations of differentiated teaching of mathematics at school", "Organization of teaching mathematics", "Modern lesson", "History of mathematics", etc.

One of the possible options for constructing a course in teaching methods of mathematics was proposed by us in a textbook for students of pedagogical universities "Theory and methods of teaching mathematics: didactic-methodical aspect" (in Kazakh, Russian and English). This approach has found practical application in the universities of our republic. It gave positive results in teaching mathematics and preparing future teachers for subsequent work at school (Abylkasymova, 2014).

To sum it up, the process of reforming school and university education has been actively and successfully implemented in the context of the updated content of school mathematics education in the Republic of Kazakhstan in recent years.

References

- Abylkasymova, A. E. (2021). *Modernizaciya sistemy obrazovaniya v Respublike Kazahstan. Nauchnoe izdanie*. Almaty: Mektep. (In Russ).
- Abylkasymova, A. E., Ryzhakov, M. V. (2012). *Soderzhanie obrazovaniya i shkol'nyj uchebnik. Monografiya*. Moscow: Arsenal of Education. (In Russ).
- Abylkasymova, A. E. (2020). On the modernization of general secondary education in the Republic of Kazakhstan. Bishkek. *News of the Kyrgyz Academy of Education*, 1 (50), 62-67. (In Russ., abstract in Eng.).
- Abylkasymova, A. E. (2020). System modernization of general secondary education in the Republic of Kazakhstan. *Revista Tempos E Espaços Em Educação*, 13 (32), 1-17. Brazil.
- Abylkasymova, A. E., Ryzhakov, M. V., Shishov, S. E. (2017). *Sovremennye tendencii razvitiya nepreryvnogo pedagogicheskogo obrazovaniya. Monografiya*. Almaty: Atamura. (In Russ).
- Abylkasymova, A. E., Kalnei, V. A., Shishov, S. E. (2019). Perelomnyj etap podgotovki pedagogicheskikh kadrov v kontekste razvitiya cifrovyyh tekhnologij. *Bulletin of the RMAT*, 1, 56-61. (In Russ, abstract in Eng.).
- Abylkassymova, A. E. (2014). Sovershenstvovanie soderzhaniya shkol'nogo matematicheskogo obrazovaniya kak problema metodiki obucheniya matematike. [Improvement of the content of school mathematics education as a problem of methods of teaching mathematics]. *Materialy mezhdunarodnoj konferencii «Aktual'nye problemy obucheniya matematike i informatike v shkole i vuze», November 2-4*. (pp. 197-200). Moscow: Moscow State Pedagogical University. (In Russ.).

- Abylkasymova, A. E. (2014). *Teoriya i metodika obucheniya matematike: Didaktiko-metodicheskie aspekty*. Almaty: Mektep. (In Russ).
- State program for the development of education and science of the Republic of Kazakhstan for 2016 - 2019. Approved By the Decree of the President of the Republic of Kazakhstan dated March 1, 2016, No. 205.
- State program for the development of education of the Republic of Kazakhstan for 2020-2025. Approved. By the Decree of the Government of the Republic of Kazakhstan dated December 27, 2019. No. 988.

УДК
37.012.2

**О МОДЕРНИЗАЦИИ СОДЕРЖАНИЯ ОБЩЕГО СРЕДНЕГО И
ВУЗОВСКОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ И
МЕТОДИЧЕСКИХ АСПЕКТАХ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

Абылкасымова Алма Есимбековна
д.п.н., профессор
aabylkassymova@mail.ru
г. Алматы

Казахский национальный педагогический
университет имени Абая

Аннотация. Исследование основывается на историческом анализе создания национальной модели образования Республики Казахстан, направленной на повышение качества подготовки человеческих ресурсов, на удовлетворение потребностей личности, общества и государства. В центре внимания – процесс обновления содержания обучения для всех уровней образовательной системы с учетом международных тенденций. Начало данного важного и значимого процесса следует отнести к 2015 году. В данный период были внесены изменения и дополнения в Закон Республики Казахстан «Об образовании». Автор уделяет значимое внимание содержательным аспектам новой модели образования, которая ориентирована на развитие функциональной грамотности школьников, навыков самостоятельного поиска, критического анализа и оценки, инициативности, способности находить нестандартные решения. Особое место в новой модели образования уделено результативному компоненту. Ожидаемые гарантируемые образовательные результаты определяются по шести областям и отражают деятельностный аспект: учащиеся «знают», «понимают», «применяют», «анализируют», «синтезируют», «оценивают». Подобная четкая формулировка ожидаемых результатов позволяет не только объективно оценивать учебные достижения учащихся, но и повышать мотивацию учащихся, улучшать качество образовательного процесса. Главный вывод статьи заключается в том, что обновление содержания школьного образования повлекло изменение методической подготовки будущих учителей математики, актуализировало вопросы комплексного учебно-методического обеспечения обучения математике как в школе, так и педвузе. При этом обучение математическим дисциплинам в педагогическом вузе должно быть скоррелировано с методикой преподавания математики. Для профессиональной подготовки будущего учителя математики необходима сбалансированность специальной математической и методической подготовок.

Ключевые слова: содержание образования, обучение математике, модель образования, модернизация, реформирование.

Список литературы

- Абылкасымова А.Е. Модернизация системы образования в Республике Казахстан. Научное издание. Алматы: Мектеп, 2021.
- Абылкасымова А.Е., Рыжаков М.В. Содержание образования и школьный учебник. Монография. М.: Арсенал образования, 2012.
- Абылкасымова А.Е. О модернизации общего среднего образования в Республике Казахстан. // Известия Кыргызской Академии образования. 2020. № 1 (50). С.62-67.
- Абылкасымова А.Е., Рыжаков М.В., Шишов С.Е. Современные тенденции развития непрерывного педагогического образования. Монография. Алматы: Атамұра, 2017.
- Абылкасымова А.Е., Кальней В.А., Шишов С.Е. Переломный этап подготовки педагогических кадров в контексте развития цифровых технологий // Вестник РМАТ. 2019. № 1. С. 56-61.
- Абылкасымова А.Е. Совершенствование содержания школьного математического образования как проблема методики обучения математике // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе: материалы международной конференции (2-4 ноября 2014 г.). М.: МПГУ, 2014. С. 197-200.
- Государственная программа развития образования и науки Республики Казахстан на 2016 - 2019 годы. Утв. Указом Президента РК от 1 марта 2016 г., №205.
- Государственная программа развития образования Республики Казахстан на 2020 - 2025 годы. Утв. Постановлением Правительства РК от 27 декабря 2019 г., №988.
- Абылкасымова А.Е. Теория и методика обучения математике: Дидактико-методические аспекты. Алматы: Мектеп, 2014.
- Abylkassymova A. E. System modernization of general secondary education in the Republic of Kazakhstan // Revista Tempos E Espaços Em Educação. № 13 (32), 2020. Pp.1-17.

УДК
372.851**СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ О
ТИПАХ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ПРОЦЕНТЫ И МЕТОДАХ ИХ
РЕШЕНИЯ****Дронова Екатерина Николаевна**
к.п.н., доцент
dronova_ekn@altspu.ru
г. БарнаулАлтайский государственный
педагогический университет

Аннотация. В статье представлена систематизация знаний шестиклассников о решении текстовых задач на проценты. Обоснована значимость данного исследования, проведен анализ научно-методической литературы по рассматриваемому вопросу. Целью работы выступили разработка и описание процесса систематизации знаний учащихся 5-6 классов о типах текстовых задач на проценты и методах их решения. Представлены три типа текстовых задач на проценты, изучаемых в курсе математики 5-6 классов (нахождение процентов от числа, нахождение числа по его процентам, нахождение процентного отношения двух чисел), и три метода их решения (арифметический метод, по правилам, алгебраический метод). Методы решения трёх типов текстовых задач на проценты проиллюстрированы разнообразными примерами которые сопровождаются замечаниями методического характера. Установлено, что алгебраический метод решения, основанный на использовании пропорции, является оптимальным методом решения текстовых задач на проценты, так как его реализация не зависит от типов текстовых задач. Арифметический метод решения удобен при решении текстовых задач на нахождение процентов от числа и нахождение числа по его процентам, а вот при решении текстовых задач на нахождение процентного отношения двух чисел арифметический метод непросто в применении. Метод решения текстовых задач на проценты на основе правил, сформулированных в школьных учебниках по математике для 5-6 классов, не является универсальным, так как для каждого типа текстовых задач нужно знать наизусть своё правило. В работе выделена значимость решения текстовых задач на проценты в общей математической подготовке учащихся.

Ключевые слова: методика обучения математике, систематизация, проценты, текстовые задачи на проценты, типы текстовых задач на проценты.

Введение

Тема «Проценты» является одной из важнейших тем курса математики 5-6 классов. С одной стороны, значимость этой темы обусловлена её прикладной направленностью. В современной жизни процентные расчеты встречаются повсюду: вопросы инфляции, повышения цен, снижения покупательской способности касаются каждого человека в нашем обществе; планирование семейного бюджета, выгодное вложение денег невозможны без умения производить процентные вычисления. С другой стороны, именно в теме «Проценты» учащиеся встречаются с текстовыми задачами, которые занимают особое место в обучении математике. Они не только служат усвоению математических понятий и отношений между ними, но и развивают у учащихся способность анализировать, рассуждать, обосновывать, развивают логическое мышление школьников, их познавательные способности, и в целом развивают у учащихся общие умения и способности решать любые задачи (Далингер, 2016).

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Вместе с тем, в педагогической практике нередко можно столкнуться с недооценкой учителями математики важности темы «Проценты», недостаточной методической проработкой вопросов систематизации знаний учащихся по данной теме. Эта ситуация усугубляется ещё и тем, что тема «Проценты» изучается в школе фрагментарно малыми дозами учебного материала (в течение двух лет – в 5-6 классах), поэтому учащиеся быстро забывают её. В итоге у большей части шестиклассников снижается успеваемость по математике, растёт непонимание учебного математического материала, и как следствие падает познавательная активность и интерес к предмету.

Вышесказанное определило цель данной работы: разработать и описать процесс систематизации знаний учащихся 5-6 классов о типах текстовых задач на проценты и методах их решения.

Основная часть

В современных учебниках по методике обучения математике (Подходова, 2018; Подходова, 2019; Капкаева, 2020; Капкаева, 2022) в разделе частной методики тема «Проценты» совсем не представлена. Подходова Н.С. (Подходова, 2018; Подходова, 2019) частную методику преподавания школьного курса математики выстраивает в логике рассмотрения основных содержательных линий, однако тему «Проценты» ни в одну из содержательных линий не включает. Капкаева Л.С. (Капкаева, 2020; Капкаева, 2022) поступает также, но включает в пособие раздел «Методика обучения решению текстовых задач», в котором методика преподавания темы «Проценты» не представлена, но автор приводит примеры решения текстовых задач на проценты.

Из современной научно-методической литературы, посвященной методике преподавания темы «Проценты», наиболее значимой, на наш взгляд, является статья доцента Романа Юрьевича Костюченко (Костюченко, 2021). В своей работе автор рассматривает вопрос систематизации простейших задач на проценты, обосновывает, что их может быть три и только три типа, анализирует арифметический и алгебраический методы решения задач на проценты. Однако метод решения задач на проценты по правилам, которые рассматриваются в школьных учебниках по математике, он не упоминает. В связи с этим считаем рассматриваемый вопрос о систематизации знаний учащихся о типах текстовых задач на проценты и методах их решения актуальным.

В педагогической энциклопедии систематизация определяется как «организация изучаемых объектов в определенную систему и в принятой последовательности на основе выбранного принципа» (URL: <https://didacts.ru/termin/sistematizacija.html>). Рассматривая систематизацию знаний учащихся 6 класса о решении текстовых задач на проценты, следует структурировать соответствующий учебный материал по следующим двум позициям: типы текстовых задач на проценты и методы их решения.

В качестве формы для осуществления такой структуризации учебного материала о решении текстовых задач на проценты нами была предложена схема. Это обусловлено тем, что именно схемы, таблицы, графики, диаграммы и иные формы представления информации, выполненные на основе четкого выделения сходства и различия, играют важную роль в организации систематизации знаний в обучении (Котлобай, 2019; URL: <https://didacts.ru/termin/sistematizacija.html>).

Проведенный анализ школьной учебной литературы (Бунимович, 2019; Виленкин, 2017; Виленкин, 2019; Мерзляк, 2021) показал, что в курсе математики 5-6 классов учащиеся изучают три типа текстовых задач на проценты («Нахождение процентов от числа», «Нахождение числа по его процентам», «Нахождение процентного отношения двух чисел») и три метода их решения (арифметический метод, по правилам, алгебраический метод). Результаты анализа мы представили в виде схемы (рис. 1).



Рис. 1. Систематизация знаний учащихся о типах текстовых задач на проценты и методах их решения

Проиллюстрируем представленную схему конкретными текстовыми задачами на проценты и их решениями в соответствии с логикой их изучения в школьном курсе математики 5-6 классов. За основу возьмём УМК Мерзляка А.Г., Полонского В.Б., Якир М.С. (Мерзляк, 2021).

В 5 классе (Мерзляк, 2021, 252) учащиеся изучают:

- определение понятия «Процент» (процент – это сотая часть величины);
- два типа текстовых задач на проценты («Нахождение процентов от числа», «Нахождение числа по его процентам») и арифметический метод решения этих задач.

Арифметический метод решения задач основан на нахождении ответа на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами. Его использование при решении текстовых задач на проценты требует анализа условия задачи, требования задачи, а также применения определения понятия «Процент» в конкретной реальной ситуации. Поэтому этот метод решения задач развивает у учащихся мыслительные операции, правильное решение задачи сочетается с осознанием выполненных действий.

Проиллюстрируем решение указанных типов текстовых задач на проценты арифметическим методом.

Пример 1 (нахождение процентов от числа)

Клубника содержит 6 % сахара. Сколько килограммов сахара содержится в 15 кг клубники?

Решение.

1) $15:100=0,15$ (кг) – составляет 1 % массы всей клубники.

2) $0,15 \cdot 6=0,9$ (кг) – сахара содержится в 15 кг клубники.

Ответ: 0,9 кг.

Пример 2 (нахождение числа по его процентам)

Клубника содержит 6 % сахара. Сколько килограммов клубники содержит 0,9 кг сахара?

Решение.

1) $0,9 : 6=0,15$ (кг) – составляет 1 % массы всей клубники.

2) $0,15 \cdot 100=15$ (кг) – клубники содержит 0,9 кг сахара.

Ответ: 15 кг.

Замечания

1. Рассмотренные типы задач «Нахождение процентов от числа» и «Нахождение числа по его процентам» являются взаимобратными.

2. Ключевой вопрос, на который нужно ответить при решении данных типов задач: «Какая величина берётся за 100 %?».

3. После ответа на указанный ключевой вопрос следует переходить к первому действию в решении задач на проценты, причём первое действие для обоих рассмотренных типов задач на проценты одинаковое – это нахождение 1 %.

4. При понимании учащимися последовательности действий при решении текстовых задач на проценты целесообразно перейти к записи решения задач в виде одного выражения:

$$-(15:100) \cdot 6 = 0,9 \text{ (кг) (пример 1);}$$

$$-(0,9 : 6) \cdot 100 = 15 \text{ (кг) (пример 2).}$$

В 6 классе учащиеся вновь встречаются с текстовыми задачами на проценты при изучении тем «Нахождение дроби от числа» (Мерзляк, 2021, 73) и «Нахождение числа по заданному значению дроби» (Мерзляк, 2021, 91). Здесь учащиеся изучают правила:

– чтобы найти дробь от числа, можно число умножить на эту дробь;

– чтобы найти число по заданному значению его дроби, можно данное значение разделить на эту дробь.

Так как процент – это одна сотая часть величины, т.е. $\frac{1}{100}$ или 0,01, то указанные правила можно переформулировать в правило нахождения процентов от числа и правило нахождения числа по его процентам (Мерзляк, 2021):

– чтобы найти проценты от числа, можно представить проценты в виде дроби и умножить число на эту дробь;

– чтобы найти число по его процентам, можно представить проценты в виде дроби и разделить значение процентов на эту дробь.

Проиллюстрируем применение указанных правил нахождения процентов от числа и нахождения числа по его процентам на примерах.

Пример 3 (нахождение процентов от числа)

Клубника содержит 6 % сахара. Сколько килограммов сахара содержится в 15 кг клубники?

Решение.

1) 6 % соответствует 0,06.

2) $15 \cdot 0,06 = 0,9$ (кг) – сахара содержится в 15 кг клубники.

Ответ: 0,9 кг.

Пример 4 (нахождение числа по его процентам)

Клубника содержит 6 % сахара. Сколько килограммов клубники содержит 0,9 кг сахара?

Решение.

1) 6 % соответствует 0,06.

2) $0,9 : 0,06 = 15$ (кг) – клубники содержит 0,9 кг сахара.

Ответ: 15 кг.

Замечания

1. Ключевой вопрос, на который нужно ответить при решении данных типов задач по указанным правилам: «Задача какого типа дана в конкретном случае: задача на нахождение процентов от числа или задача на нахождение числа по его процентам?». Практика работы с шестиклассниками показывает, что правильный ответ на этот вопрос учащимся очень трудно дать, и это объяснимо – чтобы правильно определить тип приведенной задачи на проценты нужно глубоко анализировать текст задачи, выявлять связи между указанными величинами, это требует серьезной мыслительной деятельности.

2. По сути решение текстовых задач на проценты по указанным правилам дублирует арифметический способ их решения, изученный учащимися в 5 классе:

$$15 \cdot 0,06 = 15 \cdot \frac{6}{100} = \frac{15}{100} \cdot 6 = (15:100) \cdot 6 \text{ (решение примера 3 дублирует решение примера 1);}$$

$0,9:0,06 = 0,9:\frac{6}{100} = 0,9 \cdot \frac{100}{6} = \frac{0,9}{6} \cdot 100 = (0,9:6) \cdot 100$ (решение примера 4 дублирует решение примера 2).

В 6 классе (Мерзляк, 2021, 118) изучается ещё один метод решения задач на проценты – это метод, основанный на составлении пропорций.

Проиллюстрируем этот метод решения текстовых задач на конкретных примерах.

Пример 5 (нахождение процентов от числа)

Клубника содержит 6 % сахара. Сколько килограммов сахара содержится в 15 кг клубники?

Решение.

Пусть x кг сахара содержится в 15 кг клубники.

Взяв 15 кг клубники за 100 %, запишем кратко условие задачи:

15 кг – 100 %;

x кг – 6 %.

Составим пропорцию: $\frac{15}{100} = \frac{x}{6}$

Решаем полученное уравнение:

$$x = \frac{15 \cdot 6}{100}$$

$x = 0,9$ (кг) – сахара содержится в 15 кг клубники.

Ответ: 0,9 кг.

Пример 6 (нахождение числа по его процентам)

Клубника содержит 6 % сахара. Сколько килограммов клубники содержит 0,9 кг сахара?

Решение.

Пусть x кг клубники содержит 0,9 кг сахара.

Взяв x кг клубники за 100 %, запишем кратко условие задачи:

x кг – 100 %;

0,9 кг – 6 %.

Составим пропорцию: $\frac{x}{100} = \frac{0,9}{6}$

Решаем полученное уравнение:

$$x = \frac{100 \cdot 0,9}{6}$$

$x = 15$ (кг) – клубники содержит 0,9 кг сахара.

Ответ: 15 кг.

Замечания

1. Представленный метод решения текстовых задач на проценты – это алгебраический метод, т.е. способ решения текстовой задачи с помощью введения переменной и составления соответствующего уравнения. А вот при составлении уравнения в рассмотренных примерах 5 и 6 мы использовали пропорцию.

2. Ключевой вопрос, на который нужно ответить при решении текстовых задач на проценты с помощью пропорции: «Какая величина берётся за 100 %?»

В 6 классе после изучения пропорции изучается тема «Процентное отношение двух чисел» (Мерзляк, 2021, 124). В этой теме вводится новый тип текстовых задач на проценты: «Задачи на нахождение процентного отношения двух чисел». Рассматриваются два метода решения задач на нахождение процентного отношения двух чисел:

1) на основе правила («Чтобы найти процентное отношение двух чисел, надо их отношение умножить на 100 и к результату дописать знак процента»);

2) на основе пропорции (алгебраический способ решения задач).

Проиллюстрируем эти методы решения текстовых задач на нахождение процентного отношения двух чисел на конкретных примерах.

Пример 7 (нахождение процентного отношения двух чисел на основе правила)

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Известно, что 15 кг клубники содержит 0,9 кг сахара. Сколько процентов сахара содержится в клубнике?

Решение.

$$\frac{0,9}{15} = \frac{9}{150} = \frac{3}{50} = 0,06 = 6\% \text{ – сахара содержится в клубнике.}$$

Ответ: 6 %.

Пример 8 (нахождение процентного отношения двух чисел на основе пропорции)

Известно, что 15 кг клубники содержит 0,9 кг сахара. Сколько процентов сахара содержится в клубнике?

Решение.

Пусть x % сахара содержится в клубнике.

Взяв 15 кг клубники за 100 %, запишем кратко условие задачи:

15 кг – 100 %;

0,9 кг – x %.

Составим пропорцию: $\frac{15}{100} = \frac{0,9}{x}$

Решаем полученное уравнение:

$$x = \frac{100 \cdot 0,9}{15}$$

$x = 6$ (%) – сахара содержится в клубнике.

Ответ: 6 %.

На наш взгляд целесообразно и логично рассмотреть с учащимися и арифметический метод решения текстовых задач на нахождение процентного отношения двух чисел.

Пример 9 (нахождение процентного отношения двух чисел арифметическим методом)

Известно, что 15 кг клубники содержит 0,9 кг сахара. Сколько процентов сахара содержится в клубнике?

Решение.

1) $0,9:15=0,06$ (частей) – составляет 0,9 кг сахара от 15 кг клубники.

2) $0,06 = \frac{6}{100} = 6$ (%) – сахара содержится в клубнике.

Ответ: 6 %.

Замечания

1. Третий тип текстовых задач на проценты – «Задачи на нахождение процентного отношения двух чисел» – также можно решать тремя методами (арифметическим методом, методом на основе правила, алгебраическим методом).

2. Арифметический метод решения текстовых задач на процентное нахождение отношения двух чисел дублирует метод их решения на основе правила.

Таким образом, за курс математики 5-6 классов учащиеся изучают: три типа текстовых задач на проценты и три метода их решения (рис. 1). Выше мы все их проиллюстрировали в виде девяти примеров, причём рассматривали одну и ту же сюжетную задачу с одними и теми же количественными значениями величин. Такая организация учителем математики систематизации знаний шестиклассников о решении текстовых задач на проценты, позволяет не только актуализировать в памяти учащихся изученный ими теоретический материал о решении текстовых задач на проценты, но и структурировать его целостно в виде определенной системы (схемы) из изучаемых объектов и их связей. В зависимости от уровня шестиклассников считаем возможным на практике реализацию двух траекторий организации систематизации: 1) схема → девять примеров, 2) девять примеров → схема. При этом организовать это нужно компактно в течение 1-2 уроков, чтобы избежать фрагментарности в знаниях учащихся.

Кроме этого, целостное видение учащимися представленной схемы и рассмотренных примеров, а также соответствующие комментарии учителя будут способствовать более осознанному выбору удобного для учащихся метода решения конкретной текстовой задачи

на проценты. На наш взгляд, самым оптимальным методом решения текстовых задач на проценты является алгебраический метод, основанный на использовании пропорции, – этот метод универсален, так как его реализация не зависит от типов текстовых задач на проценты. Далее по нисходящей, на наш взгляд, следует выделить арифметический метод, который удобен при решении текстовых задач на нахождение процентов от числа и нахождение числа по его процентам, а вот при решении текстовых задач на нахождение процентного отношения двух чисел арифметический метод непрост в применении. Здесь мы также согласны с мнением Костюченко Р.Ю., которое он приводит в своей статье «Три типа простейших задач на проценты и методы их решения»: «Решение арифметическим методом предпочтительнее для начала изучения темы. Алгебраический метод удобен для решения сложных задач» (Костюченко, 2021, 63). Третий же рассмотренный нами метод решения текстовых задач на проценты «по правилам» совсем не универсален, так как для каждого типа текстовых задач нужно знать наизусть своё правило.

Деление текстовых задач на простые и сложные в методике обучения математике связано с количеством заданных в задаче отношений между величинами: если в текстовой задаче задано одно соотношение между значениями одной и той же величины или разных величин, то такую текстовую задачу называют простой; если же в текстовой задаче задано два или больше взаимосвязанных соотношений, то такую задачу называют сложной (Далингер, 2016). В рассмотренных выше примерах текстовых задач на проценты задано одно отношение между величинами, поэтому рассмотренные текстовые задачи являются простыми.

Приведем пример сложной текстовой задачи на проценты, решение которой потребует от шестиклассников уже большей мыслительной работы, причём оставим прежний сюжет про клубнику.

Пример 10

Клубника содержит 6 % сахара. Школьная полеводческая бригада собрала 15 кг клубники и передала её работникам школьной столовой для заготовки клубничного варенья на зиму. Известно, что в классическом рецепте клубничного варенья отношения ягод и сахара составляет 1:1. Сколько процентов сахара будет содержаться в приготовленном по такому рецепту клубничном варенье из собранных 15 кг ягод?

Решение.

- 1) $(15:100) \cdot 6 = 0,9$ (кг) – сахара содержится в 15 кг клубники.
- 2) $15+15=30$ (кг) – масса клубничного варенья, приготовленного из 15 кг клубники.
- 3) $15+0,9=15,9$ (кг) – масса сахара в приготовленном клубничном варенье.
- 3) 30 кг – 100 %;
- 15,9 кг – x %.

Составим пропорцию: $\frac{30}{100} = \frac{15,9}{x}$

Решаем полученное уравнение:

$$x = \frac{100 \cdot 15,9}{30}$$

$x = 53$ (%) – сахара содержится в приготовленном клубничном варенье.

Ответ: 53 %.

3. Заключение

В завершение исследования сформулируем некоторые выводы:

1) широкая прикладная направленность учебной темы «Проценты», важная роль текстовых задач в обучении математике, в частности, текстовых задач на проценты, имеющаяся фрагментарность изучения учебного материала малыми дозами на уроках математики в 5-6 классах обосновывают необходимость организации учителем вопросов систематизации знаний шестиклассников по данной теме;

2) за курс математики 5-6 классов учащиеся изучают три типа текстовых задач на проценты (нахождение процентов от числа, нахождение числа по его процентам, нахождение

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

процентного отношения двух чисел) и три метода их решения (арифметический метод, по правилам, алгебраический метод);

3) решение текстовых задач на проценты даёт большой развивающий эффект (требует анализа представленной в задаче ситуации, описанной на естественном языке, анализа отношений между данными и искомой величиной и пр.);

4) широкое применение алгебраического метода при решении текстовых задач на проценты (решения текстовой задачи с помощью введения переменной и составления соответствующего уравнения) имеет важное значение в общей математической подготовке учащихся.

Считаем, что представленный материал вносит вклад в вопросы систематизации знаний шестиклассников о решении текстовых задач на проценты, и будет полезен учителям математики, их ученикам, а также студентам педагогических вузов, обучающихся по специальности «Математика».

Список литературы

- Бунимович Е.А., Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. и др. Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс: учебник для общеобразоват. организаций. М.: Просвещение, 2019.
- Бунимович Е.А., Кузнецова Л.В., Минаева С.С. и др. Математика. Арифметика. Геометрия. 6 класс: учебник для общеобразоват. организаций. М.: Просвещение, 2019.
- Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбург С.И. Математика. 5 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. организаций. М.: Мнемозина, 2019.
- Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбург С.И. Математика. 6 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. организаций. М.: Просвещение, 2017.
- Далингер В.А. Текстовые сюжетные задачи, их классификация и методические рекомендации по обучению учащихся их решению // *Aktuální Pedagogika*. 2016. № 1. С. 46-56.
- Капкаева Л.С. Теория и методика обучения математике: частная методика в 2 ч. Часть 2: учебное пособие для вузов. М.: Издательство Юрайт, 2022.
- Капкаева Л.С. Теория и методика обучения математике: частная методика в 2 ч. Часть 1: учебное пособие для вузов. М.: Издательство Юрайт, 2020.
- Костюченко Р.Ю. Три типа простейших задач на проценты и методы их решения // В сборнике: *Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе: материалы Всероссийской научно-практической конференции*. Омск, 2021. С. 63-68.
- Котлобай Е.В. Роль и значение систематизации и актуализации знаний в процессе обучения математики // *Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании*. 2019. № 3 (60). С. 32-35.
- Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика: 5 класс / под ред. В.Е. Подольского. М.: Просвещение, 2021.
- Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика: 6 класс / под ред. В.Е. Подольского. М.: Издательский центр «Вентана-Граф», 2021.
- Педагогическая энциклопедия. URL: <https://didacts.ru/termin/sistematizacija.html> (дата обращения: 27.06.2022).
- Подходова Н.С., Снегурова В.И. Методика обучения математике в 2 ч. Часть 1: учебник для академического бакалавриата. М.: Издательство Юрайт, 2019.
- Подходова Н.С., Снегурова В.И. Методика обучения математике в 2 ч. Часть 2: учебник для академического бакалавриата. М.: Издательство Юрайт, 2018.

SYSTEMATIZATION OF THE KNOWLEDGE OF 5-6TH GRADE STUDENTS ABOUT THE TYPES OF TEXT TASKS FOR PERCENTAGES AND METHODS OF THEIR SOLUTION

Dronova E. N. | Altai State Pedagogical University
Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor |
dronova_ekn@altspu.ru |
Barnaul |

Abstract. The article describes the systematization of sixth-graders' knowledge about solving text problems for percentages. The significance of this work is substantiated. The analysis of scientific and methodological literature on the issue under consideration is carried out. The aim of the work was to develop and describe the process of systematization of the knowledge of 5-6 grade students about the types of text tasks for percentages and methods of their solution. There are three types of text problems for percentages studied in the mathematics course of grades 5-6 (finding percentages of a number, finding a number by its percentages, finding the percentage ratio of two numbers), and three methods of solving them (arithmetic method, according to the rules, algebraic method). All three methods of solving all three types of text problems for percentages are illustrated by examples. Methodological comments are given for all examples. The algebraic solution method based on the use of proportion is the optimal method for solving text problems on percentages, since its implementation does not depend on the types of text problems on percentages. The arithmetic solution method is convenient when solving text problems for finding percentages of a number and finding a number by its percentages, but when solving text problems for finding the percentage ratio of two numbers, the arithmetic method is not easy to use. The method of solving text problems for percentages based on the rules formulated in school textbooks on mathematics for grade 6 is not universal at all, since for each type of text problems you need to know your rule by heart. The paper highlights the importance of solving text problems for percentages in the general mathematical training of students.

Keywords: methods of teaching mathematics, systematization, percentages, text tasks for percentages, types of text tasks for percentages.

References

- Bunimovich, E. A., Dorofeev, G. V., Suvorova, S. B. i dr. (2019). *Matematika. Arifmetika. Geometriya. 5 klass: uchebnik dlya obshcheobrazovat. organizatsiy.* Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).
- Bunimovich, E. A., Kuznetsova, L. V., Minaeva, S. S. i dr. (2019). *Matematika. Arifmetika. Geometriya. 6 klass: uchebnik dlya obshcheobrazovat. organizatsiy.* Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).
- Vilenkin, N. Ja., Zhohov, V. I., Chesnokov, A. S., Shvarcburg, S. I. (2019). *Matematika. 5 klass: ucheb. dlja uchashhihsja obshheobrazovat. organizacij.* Moscow: Mnemozina. (In Russ).
- Vilenkin, N. Ja., Zhohov, V. I., Chesnokov, A. S., Shvarcburg, S. I. (2017). *Matematika. 6 klass: ucheb. dlja uchashhihsja obshheobrazovat. organizacij.* Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).
- Dalinger, V. A. (2016). Text subject tasks, their classification and methodical recommendations about thaining of pupils in their decision. *Aktuální Pedagogika*, 1, 46-56. (In Russ., abstract in Eng.).

Карпаева, Л. С. (2022). *Теория и методика обучения математике: частная методика в 2 ч. Част' 2: учебное пособие для вузов*. Moscow: Izdatel'stvo Yurayt. (In Russ).

Карпаева, Л. С. (2020). *Теория и методика обучения математике: частная методика в 2 ч. Част' 1: учебное пособие для вузов*. Moscow: Izdatel'stvo Yurayt. (In Russ).

Kostyuchenko, R. Yu. (2021). Tri tipa prostejshih zadach na procenty i metody ih resheniya [Three Type s of the Simplest Per centage Math Problems and Me thods for Solving Them]. *Innovacionnye podhody k obucheniju matematike v shkole i vuze: materialy Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii* (pp. 63-68). Omsk: Omskij gosudarstvennyj pedagogicheskij universitet. (In Russ.).

Kotlobaj, E. V. (2019). Rol' i znachenie sistematizacii i aktualizacii znaniy v processe obucheniya matematiki. *Informacionno-kommunikacionnye tekhnologii v pedagogicheskom obrazovanii*, 3(60), 32-35.

Merzljak, A. G., Polonskij, V. B., Jakir, M. S. (2021). *Matematika: 5 klass*. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).

Merzlyak, A. G., Polonskiy, V. B., Yakir, M. S. (2021). *Matematika: 6 klass*. Moscow: Izdatel'skiy tsentr «Ventana-Graf». (In Russ).

Pedagogicheskaja jenciklopedija. URL: <https://didacts.ru/termin/sistematizacija.html> (data obrashhenija: 27.06.2022). (In Russ).

Podkhodova, N. S., Snegurova, V. I. (2019). *Metodika obucheniya matematike v 2 ch. Chast' 1: учебник для академического бакалавриата*. Moscow: Izdatel'stvo Yurayt. (In Russ).

Podkhodova, N. S., Snegurova, V. I. (2018). *Metodika obucheniya matematike v 2 ch. Chast' 2: учебник для академического бакалавриата*. Moscow: Izdatel'stvo Yurayt. (In Russ).

УДК
372.3; 372.4

**СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА
МАТЕМАТИКИ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ
В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ**

Семенов Алексей Львович
д. ф.-м. н., профессор, академик РАН и
РАО
alsemno@ya.ru
г. Москва

НИУ Высшая школа экономики
Российский государственный
педагогический университет
им. А. И. Герцена

Муранов Алексей Анатольевич
к. п. н.,
muranov2000@gmail.com
г. Москва

АНО «Центр развития результативного
образования»

Поликарпов Сергей Алексеевич
к. ф.-м. н., доцент
polik@mi-ras.ru,
г. Москва

Математический институт
им. В. А. Стеклова РАН

Бахтина Елена Юрьевна
к. ф.-м. н., доцент
elbakh@gmail.com,
г. Москва

ФГБОУ ВО «Московский
автомобильно-дорожный государственный
технический университет (МАДИ)»

Аннотация. В исследовании рассматриваются вопросы содержания и методики преподавания курса математики в начальном общем образовании в условиях радикальных изменений жизни общества, связанных с цифровизацией. Мы исходим из того, что на уровне начальной школы должна быть сформирована математическая грамотность, необходимая для дальнейшего эффективного обучения на уровне основного образования, а также заложены ключевые математические навыки для жизни в условиях цифрового общества. В рамках исследования анализировались существующие программы начального общего образования и учебники математики: весь спектр учебников, входящих в Федеральный перечень учебников на данный момент и ряд других авторских учебников. Также анализировался новый Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования и новая Примерная основная образовательная программа. Использовались общелогические методы научного исследования. Кроме этого, использовался метод интервьюирования референтной группы, в которую входили учителя начальной школы и методисты, в том числе разрабатывающие учебные материалы и пособия для учащихся начального общего образования.

Предмет «Математика» является единственным предметом в предметной области «Математика и информатика» в ФГОС НОО и, соответственно, Примерной программе, поэтому именно в ходе изучения этого предмета у выпускника начальной школы должно возникнуть понимание о цифровых технологиях, цифровой природе будущей профессиональной деятельности в постиндустриальную эпоху.

В ходе исследования были подготовлены предложения по дополнению курса математики в начальном общем образовании, учитывающие возможность и необходимость освоения и использования средств цифровых технологий в образовательном процессе. Мы исходили из того, что по итогам обучения в

начальной школе у учащихся должно быть сформировано представление о математике как об интересном, современном и повседневно нужном предмете.

Ключевые слова: математическая грамотность, начальное общее образования, цифровые технологии, цифровые средства, цифровая трансформация образования, персональные образовательные траектории.

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19-29-14152 и № 19-29-14199.

Введение

В исследовании рассматриваются вопросы содержания и методики преподавания курса математики, формирования математической грамотности в начальном общем образовании в условиях широкой цифровизации, затрагивающей все сферы жизни человека, включая образование. Проекты выполнялись при поддержке РФФИ по направлению 26-914 «Фундаментальное научное обеспечение процессов цифровизации общего образования». Нами рассматривался широкий спектр вопросов, касающийся предметной области «Математика и информатика» в начальной школе. Отдельное внимание в исследовании обращалось на изучение учета широкой цифровизации общества в новом Федеральном государственном образовательном стандарте начального общего образования (Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 286; далее – ФГОС НОО 2021) и новой Примерной основной образовательной программы (далее – Примерная программа). В том числе рассматривалось предлагаемое содержание предметной области «Математика и информатика» в целом и курса «Математика» в частности. Также в исследовании рассматривались вопросы использования модели целевого образования в преподавании математики, в том числе, в начальной школе.

В исследовании показывается, что уже на уровне начальной школы должна быть сформирована математическая грамотность, необходимая для дальнейшего эффективного обучения на уровне основного образования, а также заложены ключевые математические навыки для жизни в условиях цифрового общества. Наше исследование показывает необходимость существенной коррекции содержания курса математики в начальном общем образовании в направлении обучения использованию цифровых средств математики. Такие изменения содержания неразрывно связаны с изменением методики преподавания и включением в деятельность учащихся цифровых инструментов.

Обзор литературы

В рамках исследования рассматривались существующие программы начального общего образования и учебники математики. Анализировался весь спектр учебников, входящий в федеральный перечень учебников на данный момент (Приказ Министерства просвещения РФ от 20 мая 2020 г. № 254) и ряд авторских учебников, не включенных в данный перечень. Также анализировалась и Примерная программа. Использовались общелогические методы научного исследования. Кроме этого, использовался метод интервьюирования референтной группы, в которую входили учителя начальной школы и методисты, в том числе разрабатывающие учебные материалы и пособия для учащихся начального общего образования.

Фундаментальной задачей является исследование образовательного процесса начального общего образования в условиях цифровизации, как всей жизни общества, так и образования, описание возможных моделей организации образовательного процесса и коррекции содержания образования с учетом требований, выдвигаемых цифровизацией. Трудности и перспективы цифровой трансформации образования рассматриваются рядом ученых (Фрумин, 2018). Отдельное внимание уделяется изменениям курса математики, которая является основой цифровых технологий, критически важных для всей нашей цивилизации. В то же

время интерес школьников к этому предмету в разных странах падает. Причины такого падения активно исследуются (Семенов, Поликарпов, 2021).

Цифровые технологии являются важным инструментом построения модели целевого образования, возможности которого также активно исследуются в последние годы (Константинов, 2021). А.Л. Семеновым формулируется концепция расширенной личности как одного из принципов построения системы образования, соответствующего реальности XXI века. (Семенов, Зискин, Кондратьев, 2021). В определении концепции расширенной личности авторы основываются на идеях Иосифа Файгенберга, Энди Кларка, Мишеля Серра, Льва Выготского, объединяющихся тем, что сознание перестало находиться внутри черепной коробки человека, а переселилось в окружающий его мир – в смартфон в кармане, являющийся окном ко всему объему материалов, размещенных в интернет. У Льва Выготского эта позиция относилась к психологическим орудиям, к тому, что мы сегодня называем цифровыми средствами: вся мыслительная деятельность человека перестраивается благодаря этим орудиям, некоторые умения и действия становятся ненужными, одни передаются орудиям, другие видоизменяются. Вся структура поведения пересоздается, совершенно так же, как техническое орудие пересоздает весь строй трудовых операций (Выготский, 1982).

А.Л. Семенов отмечает, что в образовании мы начинаем взаимодействовать с расширенной личностью, что влечет за собой изменения в процедурах обучения и оценивания. Возникают новые возможности для самосовершенствования и самообразования и пр. в образовательной перспективе. Сегодняшние проблемы школы во многом могут быть решены, если мы перестанем запрещать ученику быть расширенной личностью, исходя из того, что это сегодняшняя данность цивилизации. Он отмечает также, что сегодня и взрослый, и маленький человек способны в мире что-то делать, что-то знают о нем, обращаясь, кроме собственного организма, к цифровым ресурсам (источникам, инструментам, средам и сервисам). В процессе образования мы должны адресоваться к такому расширенному человеку, к его расширенному сознанию (Семенов, 2019). Цифровые средства расширяют возможности человека, дополняя его память, возможности коммуникации, моделирования и анализа.

Э. Гэйбл анализирует международный опыт и тренды цифровой трансформации школьного образования, показывая, что ей уделяется значительное внимание во многих странах, однако реальной цифровой трансформации не происходит (Гэйбл, 2019).

Для ряда деятелей образования (А.Л. Семенов, А.Ю. Уваров, И.Д. Фрумин, Ю.С. Вишняков) очевидна необходимость определения места цифровой трансформации школы в пространственно-временном континууме и человеческой цивилизации (Уваров, 2018; Уваров, 2019; Семенов, 2021). Для нас сегодня очевидно, что цифровой путь – единственный, который позволит нам сохранить роль школы в российском обществе XXI века. Коллектив авторов данной статьи принял участие в создании документа «Хартия цифрового пути школы», который включает цифровую трансформацию в общем контексте развития образования, характеризует парадигмальные изменения в содержании образования, ролях основных участников образовательного процесса. В Хартии цифрового пути школы говорится: «Эволюция человечества строится на расширении возможностей Homo sapiens с опорой на развитие и овладение технологиями как культурными орудиями развития. Сегодня личность человека расширена не только пером, часами, подзорной трубой и энциклопедией, но и калькулятором, автоматическим переводчиком, цифровым навигатором, доступом ко всемирной паутине и другими цифровыми средствами расширения разума, необычайно увеличивающими мощь человеческого мозга».

В рамках исследования был проанализирован опыт организации обучения в начальном общем образовании при переходе на дистанционное образование в условиях введения ограничений, связанных с распространением коронавирусной инфекции, изучались варианты, используемые как в 2020 году, так и в 2021 году. Подтвердилось предположение, высказанное при организации исследования о том, что развитие цифровых технологий и телекоммуникационных систем, меняющее способы, которыми фиксируется, передается и создается

знание, а также формируются навыки, декларировались в директивных документах (например, ФГОС НОО 2009), но не учитывалось в практике начального общего образования.

Анализ используемых цифровых сред при организации дистанционного образования показал, что фактически на занятиях по всем предметам, в том числе и по математике, использовались среды (например, среда Zoom) фактически позволяющая имитировать используемые при очном обучении модели фронтального обучения в классно-урочной системе. Только в очень отдельных случаях использовались среды, предполагающие активную деятельностную позицию учащегося, например, среда «Учим учиться». Авторы этой разработки (Кондратьева, 2020) говорят о формировании учебно-информационных умений, которые характеризуют способность обучающегося самостоятельно усваивать учебную информацию, представленную в различных форматах: текст, таблица, схема, карта, диаграмма – и их сочетаниях. Совокупность этих умений представляет собой основу функциональной грамотности, так как они определяют готовность обучающегося выполнять задания с учебной информацией различного типа вне предметного контекста. Отмечается, что в условиях перехода к обучению в цифровой образовательной среде необходимо свободно оперировать различными компьютерными форматами, выполняя задания в цифровой форме. (Косарецкий, 2019; Фруммин, 2019).

Сложность перехода к работе в цифровой среде с активной деятельностной позицией учащегося связана с необходимостью для учащегося преодолевать трудности, самостоятельно находить и исправлять собственные ошибки, находить внутреннюю мотивацию для повторной работы над заданиями, вызывавшими ранее трудность. Совокупность перечисленных качеств часто объединяется понятием «грит», что в буквальном переводе с английского означает гравий, а в переносном смысле характеризует твердость характера, проявляемую в учении. Согласно исследованиям А. Дакворта, grit является универсальным предиктором успешности в обучении для разных возрастов и ступеней образования (Дакворт, 2018). Необходимость формирования твердости характера, проявляемой в учении, является общей задачей начальной школы, она также крайне важна и для успешного освоения курса математики.

В действующем на данный момент ФГОС НОО 2009 есть ряд прямых указаний на необходимость учета в образовательном процессе цифровизации общества и образования. Так в личностных результатах указано: «4) овладение начальными навыками адаптации в динамично изменяющемся и развивающемся мире». В метапредметных результатах можно выделить: «6) использование знаково-символических средств представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов, схем решения учебных и практических задач; 7) активное использование речевых средств и средств информационных и коммуникационных технологий для решения коммуникативных и познавательных задач; 8) использование различных способов поиска (в справочных источниках и открытом учебном информационном пространстве сети Интернет), сбора, обработки, анализа, организации, передачи и интерпретации информации в соответствии с коммуникативными и познавательными задачами и технологиями учебного предмета; в том числе умение вводить текст с помощью клавиатуры, фиксировать (записывать) в цифровой форме измеряемые величины и анализировать изображения, звуки, готовить свое выступление и выступать с аудио-, видео- и графическим сопровождением; соблюдать нормы информационной избирательности, этики и этикета».

К сожалению, проведенный анализ показывает, что ФГОС НОО 2021 года, который вводится в школы начиная с 2022–23 учебного года, значительно меньше ориентирован на происходящий процесс цифровизации жизни общества и образования, чем действовавший до этого времени ФГОС НОО 2009 года. Это касается многих разделов данного документа, но мы остановимся на разделе, касающемся требований к результатам предметной области «Математика и информатика». Прежде всего необходимо отметить, что в ФГОС НОО 2009 года не вводилось понятие предмета «Математика», а говорилось только о предметной области «Математика и информатика», что позволяло говорить о возможности включения в

программу школы и интегрированного курса «Математика и информатика» и отдельных курсов «Математика» и «Информатика». Требования отдельно по предмету «Математика» не фиксировались. Среди требований старых стандартов к результатам по предметной области «Математика и информатика» выделим следующие:

- использование начальных математических знаний для описания и объяснения окружающих предметов, процессов, явлений, а также оценки их количественных и пространственных отношений (п.1.);
 - приобретение первоначальных представлений о компьютерной грамотности» (п.5.).
- Эти требования никак не отражены в новом стандарте.

Стандарт 2009 года фиксировал обязательные предметные области и основные задачи реализации содержания предметных областей. Для предметной области «Математика и информатика» в качестве обязательных были зафиксированы задачи развития математической речи, логического и алгоритмического мышления, воображения, обеспечения первоначальных представлений о компьютерной грамотности.

ФГОС НОО 2021 года выделяет в предметной области «Математика и информатика» предмет «Математика» и фиксирует требования к нему. При этом отдельный предмет «Информатика» не вводится и все, что так или иначе относится к цифровым технологиям из данной предметной области фактически исключается.

Л.Л. Любимов отмечает, что целью развития общего образования является переход от трансляционной (то есть принудительно-наставительно-дидактической) модели, возникшей на рубеже XIX–XX веков, к модели деятельностной школы, основана на идеях Л.С. Выготского, А.Н. Леонтьева (Любимов, 2020). Важность деятельностного подхода в изучении математики отмечают А.Л. Семенов, С.А. Поликарпов и Т.А. Рудченко. Они описывают перспективы развития математического образования исходя из понимания, что завтра человечество будет не менее цифровым, чем сегодня (Семенов, Поликарпов, Рудченко, 2021).

В проанализированных нами исследованиях отмечается наличие и необходимость преодоления пропасти между школой и окружающим миром. Фиксируется внимание на том, что эта пропасть в математике особенно велика несмотря на то, что именно математика является основой для Computer Science и цифровых технологий, а взрослые и дети постоянно используют цифровые средства в жизни и профессиональной деятельности. Роль деятельностного подхода проявляется через возможность и необходимость проведения математических экспериментов. Отмечается, что возможность такого эксперимента, наглядной поддержки рассуждений, неизмеримо возросла благодаря цифровым технологиям (Семенов, 2020). Математические эксперименты, в том числе и с использованием цифровых сред для геометрических представлений, могут успешно использоваться и в начальной школе.

Также важным является фиксация внимания на цели обучения преадаптивности – готовности к неожиданным, непредвиденным ситуациям, готовности решать неожиданные задачи, в том числе, применяя математические методы (Асмолов, 2017; Вавилов, 2020). Показать возможность и сформировать привычку использовать математику при решении различных задач повседневной жизни – одна из важных задач курса математики в начальной школе.

Рассматривая предпосылки изменений в школьном образовании, связанные с цифровой трансформацией цивилизации, А. Л. Семенов предлагает первые шаги в этом направлении, которые позволят изменения сделать не травмирующими (Семенов, Возможно ли преодоление..., 2020). Ключевым в данном случае является слово «разрешить», разрешить использовать цифровые инструменты в школе и на экзаменах. Этот тезис является важным и для курса математики начального общего образования.

В рамках анализа учебников математики для начального общего образования, включенных в федеральный перечень учебников, их сопоставления с ФГОС НОО 2021 необходимо выделить комплект учебников авторского коллектива под руководством М.И. Моро. Первый типографский пробный учебник «Математика-1», написанный в соавторстве с

М.А. Бантовой и Г.В. Бельтюковой был напечатан в 1966 году. Фактически это был не просто новый комплект учебников, а новый предмет «математика» для учащихся начального общего образования. Ранее в начальной школе преподавался только один раздел математики – арифметика: в начальной школе учились считать и выполнять простые арифметические действия. Этот учебник был значительным шагом вперед в преподавании математики и отражал время. Для повышения уровня математической подготовки учащихся к арифметике были добавлены основы алгебры и геометрии. В программе начальной школы впервые появились важнейшие математические понятия: равенство, неравенство, числовое и буквенное выражение, переменная и другие. Конечно, за более чем 50-летнюю историю учебник неоднократно дорабатывался авторским коллективом, но не претерпел существенных изменений. При этом он и на данный момент соответствует новому ФГОС НОО 2021 и новой Примерной программе. Данный учебник остается наиболее широко используемым в школах России. Однако необходимо признать, что он не соответствует времени и не учитывает существенную роль цифровых технологий в современном мире.

Остальные учебники, представленные в федеральном перечне, имеют ряд отличий в подаче материала, но все они ограничены в содержании ФГОС и не отражают роли цифровизации жизни в курсе математики.

Результаты

Курс математики начальной школы в соответствии с ФГОС НОО 2021 включен в предметную область «Математика и информатика» и содержит следующие разделы: **Числа и величины, Арифметические действия, Текстовые задачи, Пространственные отношения и геометрические фигуры**. Примерная программа описывает содержание курса по классам в соответствии с указанными разделами и включает перечень универсальных учебных действий – познавательных, коммуникативных и регулятивных, которые возможно формировать средствами учебного предмета «Математика». В познавательных универсальных учебных действиях выделен специальный раздел «Работа с информацией». Несмотря на обоснованное отнесение курса к предметной области «Математика и информатика», проведенный анализ показывает, что, фактически, вопросы, относящиеся к информатике, в программе не рассматриваются. При этом отдельного предмета «Информатика», важность которого подчеркивают многие ученые (Бетелин, 2020), в Примерной программе нет.

Проведенный анализ показывает, что курс математики начальной школы, в соответствии с ФГОС НОО 2021 не учитывает, что за последние десятилетия математика и информатика приобрели исключительную важность в развитии цивилизации как основа для цифровых технологий и искусственного интеллекта. Соответственно, уже в начальной школе эти области формируют понимание учащимися фундаментальных основ цифровых технологий. Однако содержание и методы преподавания современного курса математики в начальной школе не соответствуют этим требованиям.

Например, раздел **Арифметические действия в 4 классе**, определяющий итог всей начальной школы, включает следующие результаты:

- письменное сложение, вычитание многозначных чисел в пределах миллиона; письменное умножение, деление многозначных чисел на однозначное/двузначное число в пределах 100 000; деление с остатком. Умножение/деление на 10, 100, 1000;
- свойства арифметических действий и их применение для вычислений; поиск значения числового выражения, содержащего несколько действий с числами в пределах 100 000; проверка результата вычислений, в том числе с помощью калькулятора.

Необходимо отметить, что, согласно Примерной программе, все результаты в области арифметических действий в начальной школе сводятся к вычислению в тетради. При этом предлагается проверять результаты вычисления с помощью калькулятора, обучение использованию которого никак в программе не упоминается. В реальной жизни все происходит в точности наоборот: умение считать устно и на бумаге необходимо для того, чтобы проверить

правильность вычислений на калькуляторе и в электронной таблице. Это подтверждается, например, характером повседневных действий современного инженера, конструктора, архитектора, статистика. Необходимо уметь оценивать релевантность результата – в частности, соответствие порядка величины, правильность первой и последней цифры и пр.

Мы не отрицаем необходимость обучения различным алгоритмам арифметических действий, но не считаем необходимым тратить учебное время на отработку навыков их использования в работе с многозначными числами. Высвобожденное время может быть потрачено на другие разделы курса, в том числе на решение новых форматов задач.

В ФГОС НОО среди предметных результатов по учебному предмету «Математика» указывается сформированность вычислительных навыков, умений выполнять устно и письменно арифметические действия с числами, решать текстовые задачи, оценивать полученные результаты по критерию «достоверность/реальность». Здесь опять необходимо отметить, что упоминаются только устные и письменные арифметические действия и не упоминается использование цифровых средств для вычислений. Нам же представляется крайне важным соблюсти баланс между использованием цифровых, письменных и устных вычислений, сформировать умение использовать именно ту технологию, которая в данный момент эффективна.

Также мы обратили внимание на то, что оценивание полученных результатов по критерию «достоверность/реальность» выделяется в качестве необходимого результата, но этому умению не уделяется должного внимания в программе и учебных материалах. Роль оценки результата на достоверность не исчезает, а, по нашему мнению, даже возрастает при использовании цифровых средств вычислений. И приемам такой оценки необходимо обучать именно в начальной школе.

Курс математики в начальной школе отвечает и за введение единиц измерения длины, площади, массы, времени, стоимости, обучению способам измерений. Это отражено в разделе **Числа и величины**. На наш взгляд, введение ряда величин сильно затянуто. Так, например, в соответствии с предлагаемой Примерной программой предполагается, что в первом классе учащиеся незнакомы с понятием времени. Часы и минуты появляются во втором классе, секунды – в третьем, а все остальное (дни недели, месяцы, годы, века) – только в четвертом. При этом само понятие времени знакомо детям задолго до школы и крайне необходимо для формирования умения планировать свой день, следовать расписанию уроков, ставить учебные цели на день, неделю, месяц. Пониманию учащимися того, как устроено время, могут очень помочь различные цифровые средства, предназначенные для планирования: такие как календарь, лента времени, цифровые часы, таймер, секундомер. Раннее знакомство с единицами и способами измерения времени крайне важно и для формирования у учащихся «чувства времени», ответственности за «потерянное время». Оно также необходимо для решения текстовых математических задач, спектр которых может быть расширен.

Также мы обращаем внимание на то, что в рамках курса математики начального общего образования совсем не упоминаются отрицательные числа, в то время как они естественным образом встречаются в начальной школе в курсе «Окружающий мир» и в повседневной жизни учащихся при измерении температуры воздуха на улице зимой и записи таких измерений. Отрицательным (целым) числам, их сравнению между собой и с положительными числами может и должно найтись место в начальной школе.

Еще одним спорным моментом является отсутствие в программе в век цифровых технологий какого-либо упоминания о двоичной системе счисления. Мы считаем возможным и необходимым найти в курсе начальной школы место знакомству с двоичной системой счисления, используемой цифровыми средствами. Наши наблюдения показывают, что знакомство с двоичной системой помогает понять и устройство десятичной системы. С предполагаемыми методическими трудностями в изложении основ двоичной системы справиться довольно просто, используя, например, известную задачу о взвешивании на чашечных весах (Генкин, 2021).

В ФГОС НОО 2021 и Примерной программе в качестве обязательных результатов указывается приобретение опыта работы с информацией, представленной в графической форме (простейшие таблицы, схемы, столбчатые диаграммы) и текстовой форме: умение извлекать, анализировать, использовать информацию и делать выводы, заполнять готовые формы. При этом не конкретизируется, о какой именно форме представления идет речь. На наш взгляд, необходимо приобрести опыт в работе с графическим представлением информации не только на бумаге, но и с основным современным цифровым инструментом работы с таблицами и диаграммами – динамическими (электронными) таблицами. Умение эффективно использовать возможности динамических таблиц для вычислений, анализа данных и построения диаграмм будет необходимо выпускникам начальной школы для успешного обучения в основной школе. Также важно научиться работать с различными формами, переставленными в цифровом виде, вносить данные в таблицы, анализировать данные, представленные в табличной форме.

В рамках изучения курса учащиеся должны осознать необходимость изучения математики для решения различных задач повседневной жизни. Целесообразно включение в раздел **Текстовые задачи** группы задач, которые могут быть условно объединены названием «Математика для жизни». Учащийся должен научиться применять математику как средство моделирования реальности для решения практических задач в повседневной жизни. При этом мы предполагаем, что для моделирования могут эффективно использоваться цифровые средства.

Также необходимо научиться обнаруживать ошибки в собственных рассуждениях, позитивно относиться к процессу поиска и выявления ошибок, в том числе с посторонней помощью, осознавать необходимость и испытывать потребность в решении неожиданных, не похожих на встречавшиеся ранее, задач.

В рамках проведенного исследования сформулированы предложения по коррекции курса математики начального общего образования с учетом возможности и необходимости использования средств цифровых технологий в качестве объекта изучения и инструмента учения.

Данные предложения также отражены в подготовленной примерной основной образовательной программе начального общего образования с цифровыми пояснениями.

Заключение

Скорость цивилизационных изменений растет, даже в течение последнего десятилетия в окружающем нас мире произошли разнообразные фундаментальные изменения. И это – не просто появление тех или иных информационных технологий, с которыми мы сталкиваемся буквально каждый день. Важна даже не только скорость, а радикальность изменений. Ясно, что будущее человечества будет не менее цифровым, чем сегодня. В этой ситуации школа сохранится только в том случае, если ей удастся преодолеть цифровую пропасть между ней и окружающим миром.

В математическом образовании эта пропасть особенно велика. Известен «Парадокс математического образования»:

1. Математика становится все более важным элементом современной цивилизации: все цифровые технологии построены на математических методах и результатах;

2. Отношение школьников к математике во многих странах ухудшается: дети теряют к ней интерес и не видят в ней смысла.

Важно в начальной школе заинтересовывать математикой, вовлекать в ее изучение большинство детей. Интерес к математике, понимание ее основ закладывается в начальной школе. Если этот интерес удастся сформировать в начальной школе, не потерять и развить его в основной и средней школе, то шансов найти будущих специалистов в области ИТ, начиная от разработчиков микросхем и заканчивая прикладными математиками, создателями новых алгоритмов и моделей реальности и психики, станет больше. И это – одна из причин, по которой падение интереса к математике в школе было бы важно остановить. Страна, которой это удастся сделать, получит конкурентное преимущество.

Предмет «Математика» является единственным предметом в предметной области «Математика и информатика» в ФГОС НОО 2021 и, соответственно, Примерной программе. Известным феноменом является ориентация школ на изучение обязательных предметов. Поэтому даже при наличии в отдельно взятом образовательном учреждении кадров необходимой квалификации и методического обеспечения предмета «Информатика» в начальной школе, он с большой вероятностью окажется на периферии учебного процесса, просто в связи с хроническим дефицитом учебного времени – еще одним известным феноменом нашей школы. Поэтому учебным предметом, в ходе изучения которого в начальной школе должно возникнуть понимание о цифровых технологиях, цифровой природе будущей профессиональной деятельности в постиндустриальную эпоху, должна быть «Математика».

Представляется также важным по итогам обучения в начальной школе сформировать у учащихся представление о математике как об интересном, современном и повседневно нужном предмете. Кроме того, одна из ключевых задач современной начальной школы – сформировать компетенции, необходимые для дальнейшего успешного обучения, к которым относятся компетенции в области использования цифровых технологий в жизни и образовательной деятельности.

Эволюция человечества строится на расширении его возможностей через овладение технологиями как культурными орудиями развития. Курс математики начального общего образования должен учитывать, что изучает математику человек с расширенным сознанием, имеющим в руках не только ручку, тетрадку и энциклопедию, но и калькулятор, цифровой навигатор. Ему доступны ресурсы интернет и другие цифровые средства, расширяющие возможности человека. Это должно учитываться как в части коррекции содержания курса, так и в части методики его преподавания.

Методика преподавания должна предполагать использование цифровых средств, в том числе средств вычисления (калькулятор, электронные таблицы) в качестве инструментов учебной деятельности. Отсутствие в ФГОС НОО 2021 предмета Информатика затрудняет широкое внедрение даже учебников, входящих в федеральный перечень учебников и уже достаточно активно используемых школами страны. Это комплект учебников для 1–4 классов Информатика (авторы Т. А. Рудченко, А. Л. Семенов). Математическое образование в начальной школе будет более полным, если курс информатики в варианте, предлагаемом данным учебным комплектом, будет преподаваться как часть единого курса «Математика и информатика».

Математика и информатика представляют собой уникальную область школьного образования, где перед учащимися могут ставиться задачи любой сложности и при этом высокой степени новизны – большей, чем в других школьных областях. Тем самым данная область в наибольшей степени позволяет достигать личностных результатов подготовки к деятельности в будущем мире.

Перечень комплектов учебников, проанализированных в ходе исследования Математика

1. Александрова Э. И. Математика (в 2 книгах). 1–4 классы. М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний»; Издательство «Просвещение».
2. Алышева Т. В. Математика (для обучающихся с интеллектуальными нарушениями) (в 2 частях). 1–3 классы. М.: Издательство «Просвещение».
3. Алышева Т. В., Яковлева И. М. Математика (для обучающихся с интеллектуальными нарушениями) (в 2 частях). 4 класс. М.: Издательство «Просвещение».
4. Аргинская И. И., Бененсон Е. П., Итина Д. С., Кормишина С. Н. Математика (в 2 частях) 1 класс. М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний»; Издательство «Просвещение».
5. Аргинская И. И., Ивановская Е. И., Кормишина С. Н. Математика (в 2 частях). 2–4 классы. М.: «Развивающее обучение»; Издательство «Просвещение».
6. Башмаков М. И., Нефедова М. Г. Математика (в 2 частях) 1–4 классы. М.: «ДРОФА»; Издательство «Просвещение».

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

7. Давыдов В. В., Горбов С. Ф., Микулина Г. Г., Савельева О. В. Математика. 1 класс. М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний»; Издательство «Просвещение».
8. Давыдов В. В., Горбов С. Ф., Микулина Г. Г., Савельева О. В. Математика (в 2 книгах). 2–4 классы. М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний»; Издательство «Просвещение».
9. Дорофеев Г. В., Миракова Т. Н., Бука Т. Б. Математика (в 2 частях). 1–4 классы. М.: Издательство «Просвещение».
10. Истомина Н. Б. Математика (в 2 частях). 1–4 классы. М.: Издательство «Просвещение».
11. Минаева С. С., Рослова Л. О., Рыздзевская О. А. и др.; под редакцией Булычева В. А. Математика (в 2 частях). 1–4 классы. М.: Издательский центр «Вентана-Граф»; Издательство «Просвещение».
12. Миракова Т. Н., Пчелинцев С. В. Математика (в 2 частях). 1–2 классы. М.: Издательство «Просвещение».
13. Миракова Т. Н., Пчелинцев С. В., Разумовский В. А. и др. Математика (в 2 частях). 3–4 классы. М.: Издательство «Просвещение».
14. Моро М. И., Волкова С. И., Степанова С. В. Математика (в 2 частях). 1 класс. М.: Издательство «Просвещение».
15. Моро М. И., Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. и др. Математика (в 2 частях) 2–4 классы. М.: Издательство «Просвещение».
16. Муравин Г. К., Муравина О. В. Математика (в 2 частях). 1–4 классы. М.: «Дрофа»; Издательство «Просвещение».
17. Петерсон Л. Г. Математика (в 3 частях). 1–4 классы. М.: «БИНОМ. Лаборатория знаний»; Издательство «Просвещение».
18. Рудницкая В. Н., Кочурова Е. Э., Рыздзевская О. А. Математика (в 2 частях). 1 класс. М.: Издательский центр «Вентана-Граф». Издательство «Просвещение».
19. Рудницкая В. Н., Юдачева Т. В. Математика (в 2 частях). 2–4 классы. М. Издательский центр «Вентана-Граф»; «Просвещение».
20. Семенов А. Л., Посицельская М. А. Математика и Информатика 1. Учебное пособие, М.: «Просвещение», 2006,
21. Семенов А. Л., Посицельская М. А. Математика и Информатика 2. Учебное пособие, М.: «Просвещение», 2007.
22. Семенов А. Л., Рудченко Т. А. Математика и Информатика 3. Учебное пособие, М.: «Просвещение», 2009.
23. Семенов А. Л., Посицельская М. А., Посицельский С. Е., Рудченко Т. А. и др. Математика и информатика. 1–4 класс. Учебно-методический комплект (учебники и задачки). М.: МЦНМО, ИНТ, 2012–2019.

Информатика

24. Рудченко Т. А., Семенов А. Л. Информатика. 1 класс. Учебник для общеобразоват. организаций. М.: Издательство «Просвещение», серия «Перспектива», 2021.
25. Рудченко Т. А., Семенов А. Л. Информатика. 2 класс. Учебник для общеобразоват. организаций. М.: Издательство «Просвещение», серия «Перспектива», 2021.
26. Рудченко Т. А., Семенов А. Л. Информатика. 3 класс. Учебник для общеобразоват. организаций. М.: Издательство «Просвещение», серия «Перспектива», 2021.
27. Рудченко Т. А., Семенов А. Л. Информатика. 4 класс. Учебник для общеобразоват. организаций. М.: Издательство «Просвещение», серия «Перспектива», 2021.
28. Семенов А. Л., Рудченко Т. А. Информатика. 3–4 класс. Часть 1. Учебник для общеобразоват. организаций. М.: Издательство «Просвещение», серия «Школа России», 2021.
29. Семенов А. Л., Рудченко Т. А. Информатика. 3–4 класс. Часть 2. Учебник для общеобразоват. организаций. М.: Издательство «Просвещение», серия «Школа России», 2021.
30. Семенов А. Л., Рудченко Т. А. Информатика. 3–4 класс. Часть 3. Учебник для общеобразоват. организаций. М.: Издательство «Просвещение», серия «Школа России», 2021.

Список литературы

- Асмолов А. Г., Шехтер Е. Д., Черноризов А. М. Преадаптация к неопределенности как стратегия навигации развивающихся систем: маршруты эволюции // Вопросы психологии. 2017. № 4. С. 3–26.
- Бетелин В. Б., Кушниренко А. Г., Семенов А. Л., Сопрунов С. Ф. О цифровой грамотности и средах ее формирования // Информатика и ее применения. 2020. № 14 (4). С. 100–107.
- Вавилов Н. А. Компьютер как новая реальность математики. Части I, II, III // Компьютерные инструменты в образовании. 2020. № 2, 3, 4.
- Выготский Л. С. Инструментальный метод в психологии. Собр. соч. В 6 т. Т. 1, 1982. URL: http://elibr.gnpbu.ru/text/vygotsky_ss-v-6tt_t1_1982/go,108;fs,1/
- Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. М.: МЦНМО, 2021.
- Гэйбл Э. Цифровая трансформация школьного образования. Международный опыт, тренды, глобальные рекомендации / пер. с англ.; под науч. ред. П. А. Сергоманова; Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт образования. М.: НИУ ВШЭ, 2019.
- Дакворт А. Л. Твердость характера. Как развить в себе главное качество успешных людей. М.: ЭКСМО, 2018.
- Кондратьева И. Н., Рубашкин Д. Д. Начальная школа в условиях цифровизации: активные учебные практики как педагогический инструмент достижения метапредметных результатов. Перспективы и приоритеты педагогического образования в эпоху трансформаций, выбора и вызовов // Сборник научных трудов VI Виртуального Международного форума по педагогическому образованию. Казань, 2020. С. 92-104.
- Константинов Н. Н., Семенов А. Л. Результативное образование в математической школе // Чебышевский сборник. 2021. Т. XXII. №. 1(77). С. 413–446. URL: <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2021-22-1-413-446>.
- Косарецкий С. Г., Баранников К. А., Беликов А. А. и др. Российская школа: начало XXI века. / Под ред. С. Г. Косарецкого, И. Д. Фрумина. // Серия «Российское образование: достижения, вызовы, перспективы», науч. ред. Я. И. Кузьминов, И. Д. Фрумин. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2019.
- Любимов Л. Л. Концепция модернизации общего образования. Без лозунгов, призывов и наставлений, но с ответами на вопросы: Что надо делать? Почему это надо делать? Как это можно сделать? М.: Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт образования, 2020. (Современная аналитика образования. № 2 (32))
- Приказ Министерства просвещения РФ от 20 мая 2020 г. № 254 «Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность» (с изменениями и дополнениями), URL: <https://mo.mosreg.ru/download/document/8605117>.
- Примерная основная образовательная программа начального общего образования с цифровыми пояснениями. URL: <http://infodigital.tilda.ws/program/general>
- Семенов А. Л. Возможно ли преодоление цифрового разрыва между школой и жизнью? // Цифровое общество как культурно-исторический контекст развития человека. Сб. науч. статей. Под общ. ред. Р. В. Ершовой. Коломна: Государственный социально-гуманитарный университет, 2020. С. 350–354.
- Семенов А. Л. Исследование в цифровой среде – ключевой контекст общего образования // «От учебного проекта к исследованиям и разработкам» ICRES'2020. Сборник трудов Международной конференции по исследовательскому образованию школьников,

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

- Москва, 23–26 марта 2020 г. Под ред. Богоявленской Д. Б., Карпова А. О., Багдасарьян Н. Г., Розова Н. Х. М.: НТА АПФН, 2020. С. 57–65.
- Семенов А. Л. Цели общего образования в цифровом мире // Информатизация образования и методика электронного обучения: Материалы III Международной конференции: в 2 ч. Красноярск: СФУ, 2019. Ч. 2. С. 383–388.
- Семенов А. Л. Цифровой путь российской школы // Сб. тезисов докладов Международной научной конференции «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования», г. Елец, 1–3 октября 2021 г. Елецкий ГУ им. И. А. Бунина, 2021. С. 17–19.
- Семенов А. Л., Вишняков Ю. С. Цифровая трансформация общего образования: перспективы и пути развития // Антропологическая дидактика и воспитание. 2021. Т. 4. № 4. С. 8–23.
- Семенов А. Л., Зискин К. Е. Концепция расширенной личности как ориентир цифрового пути образования // Сб. «Герценовские чтения: психологические исследования в образовании», 2021, вып. 4. С. 530–535. DOI: 10.33910/herzenpsyconf-2021-4-66.
- Семенов А. Л., Кондратьев В. В. Учащиеся как расширенные личности цифровой эпохи // Материалы IV Междунар. науч. конф. «Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании». Красноярск, 6–9 октября 2020 г.: в 2 ч. Ч. 2. Под общ. ред. М.В. Носкова. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2020. С. 560–566.
- Семенов А. Л., Поликарпов С. А. Цифровая трансформация школы и роль математики и информатики в ней. Проблемы и парадоксы математического образования // Тр. IV Междунар. науч. конф. «Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании». Красноярск, 6–9 октября 2020 г. / под общ. ред. М. В. Носкова. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2020. С. 192–200.
- Семенов А. Л., Поликарпов С. А., Рудченко Т. А. Будущее математического образования // Mathematical Education 9. Proceedings of international conference, Yerevan, 7–8 October, 2021. Ереван, 2021. С. 186–189.
- Уваров А. Ю. На пути к цифровой трансформации школы М.: Образование и информатика, 2018.
- Уваров А. Ю., Дворецкая И. В., Заславский И. М., Карлов И. А., Мерцалова Т. А., Фруммин И. Д. Трудности и перспективы цифровой трансформации образования. М., ВШЭ, 2019.
- Учим учиться. URL: <https://learntolearn.ru/node/134>.
- ФГОС НОО 2009 года [Приказ Минобрнауки России от 06.10.2009 N 373 (ред. от 11.12.2020) Зарегистрирован в Минюсте России 22 декабря 2009 г. № 15785 URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ноо/>].
- ФГОС НОО 2021 года [Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 286 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования" (Зарегистрирован 05.07.2021 № 64100 URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050028>].
- Фруммин И. Д., Добрякова М. С., Баранников К. А., Реморенко И. М. Универсальные компетентности и новая грамотность: чему учить сегодня для успеха завтра. Предварительные выводы международного доклада о тенденциях трансформации школьного образования / Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт образования. М.: НИУ ВШЭ, 2018. (Современная аналитика образования. № 2 (19)).
- Хартия цифрового пути школы. URL: <https://rffi.1sept.ru/document/charter>.
- Geogebra for Teaching and Learning Math. URL: <https://www.geogebra.org/>.

THE CONTENT AND METHODOLOGY OF TEACHING MATHEMATICS PRIMARY SCHOOL IN THE CONDITIONS OF DIGITALIZATION

<p>Semenov A. L. Dr. Sci., professor, member of Russian Academy of Sciences and Russian Academy of Education alsemno@ya.ru Moscow</p>	<p>Institute of Education, HSE University, Moscow Herzen University, Saint-Petersburg</p>
<p>Muranov A. A. Ph.D. (Pedagogy) muranov2000@gmail.com Moscow</p>	<p>Center for the Development of Effective Education</p>
<p>Polikarpov S. A. Ph.D. (Phys. and math.), Associate Professor, polik@mi-ras.ru Moscow</p>	<p>Steklov Mathematical Institute of Russian Academy of Sciences</p>
<p>Bakhtina E. U. Ph.D. (Phys. and math.), Associate Professor, elbakh@gmail.com Moscow</p>	<p>Moscow Automobile and Road Engineering State Technical University (MADI)</p>

Abstract. The study examines the content and methods of teaching mathematics courses in primary general education in the context of digitalization. We proceed from the fact that at the primary school level, mathematical literacy should be formed, which is necessary for further effective teaching at the basic education level, and key mathematical skills for living in a digital society should be laid down. The study analyzed the existing programs of primary general education and textbooks of mathematics. The whole range of textbooks included in the federal list of textbooks at the moment and a number of other author's textbooks were analyzed. The new Federal State Educational Standard of primary general education and a new approximate basic educational program were also analyzed. General logical methods of scientific research were used.

The subject "Mathematics" is the only subject in the subject area "Mathematics and Computer Science" in the Federal State Educational Standard and, accordingly, the Sample Program, therefore, it is during the study of this subject in elementary school that an understanding of digital technologies, the digital nature of future professional activity in the post-industrial era should arise.

In the course of the study, proposals were prepared to supplement the mathematics course in primary general education, taking into account the possibility and necessity of mastering and using digital technologies in the educational process. We proceeded from the fact that, based on the results of primary school education, students should have an idea of mathematics as an interesting, modern and everyday necessary subject

Keywords: mathematical literacy, primary general education, digital technologies, digital tools, digital transformation of education, personal educational trajectories.

References

- Asmolov, A. G., Shekhter, E. D., Chernorizov, A. M. (2017). Preadaptation to uncertainty as a strategy of developing systems navigation: the ways of evolution. *Questions of psychology*, 4, 3–26. (In Russ, abstract in Eng.).
- Betelin, V. B., Kushnirenko A. G. Semenov A. L., Soprunov S. F. (2020). About Digital Literacy and the Environments of its Formation. *Computer Science And Its Applications*, 14 (4), 100–107. (In Russ., abstract in Eng.).
- Charter of the digital way of the school. URL: <https://rffi.1sept.ru/document/charter>.
- Dakvort, A. L. (2018). *Tverdost' kharaktera. Kak razvit' v sebe glavnoe kachestvo uspeshnykh lyudej*. Moscow: EKSMO. (In Russ.).
- Federal State Educational Standard of 2021 [Order of the Ministry of Education of the Russian Federation No. 286 dated 31.05.2021 "On Approval of the Federal State Educational Standard of Primary General Education" (Registered 05.07.2021 No. 64100)] No.<http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050028>. (In Russ.).
- Frumin, I. D., Dobryakova, M. S., Barannikov, K. A., Remorenko, I. M. (2018). Universal Competencies and New Literacy: What to Teach Today for Tomorrow's Success. Preliminary Conclusions of the International Report on Trends in the Transformation of School Education. National Research University "Higher School of Economics", Institute of Education. Moscow: *Modern Education Analytics*. № 2 (19). (In Russ., abstract in Eng.).
- Gehjbl, E. (2019). *Digital Transformation of School Education. International Experience, Trends, Global Recommendations*. Transl. from English, ed. by P. A. Sergomanov. National Research University "Higher School of Economics", Institute of Education. Moscow: HSE. (In Russ.)
- Genkin, S. A., Itenberg, I. V., Fomin, D. V. (2021). *Leningrad Mathematical Circles*. Moscow: ICNMO. (In Russ., abstract in Eng.).
- Geogebra for Teaching and Learning Math. URL: <https://www.geogebra.org/>.
- Kondratieva, I. N., Rubashkin, D. D. (2020). Nachal'naya shkola v usloviyakh cifrovizacii: aktivnye uchebnye praktiki kak pedagogicheskij instrument dostizheniya metapredmetnykh rezul'tatov. [Primary school in the context of digitalization: active educational training as a pedagogical tool for achieving meta-subjects outcomes]. *Perspektivy i priority pedagogicheskogo obrazovaniya v ehpokhu transformacii, vybora i vyzovov. Sbornik nauchnykh trudov VI Virtual'nogo Mezhdunarodnogo foruma po pedagogicheskomu obrazovaniyu* (pp. 92–104). Kazan': Kazanskij (Privolzhskij) federal'nyj universitet. (In Russ., abstract in Eng.).
- Konstantinov, N. N., Semenov, A. L. (2021). Productive education in the mathematical school. *Chebyshevskii Sbornik*, Vol. XXII, 1(77), 413–446. URL: <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2021-22-1-413-446>. (In Russ., abstract in Eng.).
- Kosaretsky, S. G., Barannikov, K. A., Belikov, A. A. et all. (2019). *Russian School: the Beginning of the XXI Century*. Ed. by S. G. Kosaretsky, I. D. Frumin. Series "Russian Education: Achievements, Challenges, Prospects" Scientific ed. by Kuzminov Ya. I., Frumin I. D. Moscow: Publishing House of the Higher School of Economics. (In Russ.).
- Lyubimov, L. L. (2020). The Concept of modernization of general education. Without slogans, appeals and instructions, but with answers to questions: What should I do? Why should this be done? How can this be done? *Modern Education Analytics*, 2 (32). Moscow: National Research University "Higher School of Economics", Institute of Education. (In Russ.).
- Prikaz Ministerstva prosveshcheniya RF ot 20 maya 2020 g. No. 254 «Ob utverzhdenii federal'nogo perechnya uchebnikov, dopushchennykh k ispol'zovaniyu pri realizatsii imeyushchikh gosudarstvennyu akkreditatsiyu obrazovatel'nykh programm nachal'nogo obshchego, osnovnogo obshchego, srednego obshchego obrazovaniya organizatsiyami, osushchestvlyayushchimi obrazovatel'nuyu deyatelnost'» (s izmeneniyami i dopolneniyami), URL: <https://mo.mosreg.ru/download/document/8605117>. (In Russ.).
- Primernaya osnovnaya obrazovatel'naya programma nachal'nogo obshchego obrazovaniya s cifrovymi poyasneniyami. URL: <http://infodigital.tilda.ws/program/general>. (In Russ.).

- Semenov, A. L. (2020). *Vozmozhno li preodolenie cifrovogo razryva mezhdu shkoloj i zhizn'yu?* [Is it Possible to Bridge the Digital Gap Between School and Life?]. *Cifrovoe obshchestvo kak kul'turno-istoricheskij kontekst razvitiya cheloveka. Sb. nauch. statej. Pod obshch. red. R. V. Ershovoj* (pp. 350-354). Kolomna: Gosudarstvennyj social'no-gumanitarnyj universitet, (In Russ.).
- Semenov, A. L. (2020). *Issledovanie v cifrovoj srede – klyuchevoj kontekst obshchego obrazovaniya* [Research in the Digital Environment – the Key Context of General Education]. «*Ot uchebnogo proekta k issledovaniyam i razrobtkam*» ICRES'2020. *Sbornik trudov Mezhdunarodnoj konferencii po issledovatel'skomu obrazovaniyu shkol'nikov, Moskva, 23-26 marta 2020 g. Pod red. Bogoyavlenskoy D. B., Karpova A. O., Bagdasar'yan N. G., Rozova N. H.* (pp. 57–65). Moscow: NTA APFN. (In Russ.).
- Semenov, A. L. (2019). *Celi obshchego obrazovaniya v cifrovom mire* [Goals of General Education in the Digital World]. *Informatizaciya obrazovaniya i metodika elektronno obucheniya: Materialy III Mezhdunarodnoj konferencii. Ch. 2* (pp. 383-388). Krasnoyarsk: Sibirskij Federal'nyj universitet. (In Russ.).
- Semenov, A. L. (2021). *Транслитерация [Digital Path of the Russian School]. Proceedings of the International Scientific Conference "Fundamental Problems of Teaching Mathematics, Computer Science and Informatization of Education", Yelets, Russia, October 1–3, 2021, Bunin Yelets State University, 17–19.* (In Russ.).
- Semenov, A. L., Vishnyakov, Yu.S. (2021). *Digital Transformation of General Education: Prospects and Ways of Development. Anthropological Didactics and Education, 4, 8–23.* (In Russ., abstract in Eng.).
- Semenov, A. L., Ziskin, K.E. (2021). *The Concept of an Expanded Personality as a Reference Point of the Digital Path of Education. Proceedings of the International conference "Herzen Readings: Psychological Research in Education", 4, 530–535.* (In Russ., abstract in Eng.).
- Semenov, A. L., Kondratiev, V. V. (2020). *Uchashchiesya kak rasshirennye lichnosti cifrovoj epohi* [Students as Expanded Personalities of the Digital Era]. *Materialy IV Mezhdunar. nauch. konf. «Informatizaciya obrazovaniya i metodika elektronno obucheniya: cifrovye tekhnologii v obrazovanii».* Krasnoyarsk, 6–9 oktyabrya 2020 g.: v 2 ch. CH. 2. *Pod obshch. red. M.V. Noskova* (pp. 560–566). Krasnoyarsk: Sibirskij Federal'nyj universitet. (In Russ.).
- Semenov, A. L., Polikarpov, S. A. (2020). *Cifrovaya transformaciya shkoly i rol' matematiki i informatiki v nej. Problemy i paradoksy matematicheskogo obrazovaniya* [Digital Transformation of the School and the Role of Mathematics and Computer Science in it. Problems and Paradoxes of Mathematical Education]. *Materialy IV Mezhdunar. nauch. konf. «Informatizaciya obrazovaniya i metodika elektronno obucheniya: cifrovye tekhnologii v obrazovanii».* Krasnoyarsk, 6–9 oktyabrya 2020 g. / *pod obshch. red. M. V. Noskova* (pp. 192–200). Krasnoyarsk: Sibirskij Federal'nyj universitet. (In Russ.).
- Semenov, A. L., Polikarpov, S. A., Rudchenko, T. A. (2021). *Budushchee matematicheskogo obrazovaniya* [The Future of Mathematical Education]. *Mathematical Education 9.* (pp. 186-189). Yerevan. (In Russ.).
- The Federal State Educational Standard of 2009 [Order of the Ministry of Education and Science of the Russian Federation dated 06.10.2009 No. 373 (ed. dated 11.12.2020) was registered with the Ministry of Justice of the Russian Federation on December 22, 2009. No. 15785] <https://fgos.ru/fgos/fgos-noo/>. (In Russ.).
- Uvarov, A. Yu. (2018). *On the Way to Digital Transformation of the School.* Moscow: Education and Informatics. (In Russ.).
- Uvarov, A. Yu., Dvoret'skaya, I. V., Zaslavsky, I. M., Karlov, I. A., Mertsalova, T. A., Frumin, I. D. (2019). *Trudnosti i perspektivy cifrovoj transformacii obrazovaniya.* Moscow: National Research University "Higher School of Economics". (In Russ.).
- Vavilov, N.A. (2020). *Komp'yuter kak novaya real'nost' matematiki. CHasti I, II, III. Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii.* Parts I, II, III. (In Russ.).
- Vygotskij, L. S. (1982). *Instrumental'nyj metod v psihologii.* *Sobr. soch. v 6 t. T. 1.* URL: http://elib.gnpbu.ru/text/vygotsky_ss-v-6tt_t1_1982/go,108;fs,1/(In Russ.).
- We teach to learn. URL: <https://learntolearn.ru/node/134>.

УДК
372.851

**ТЕХНОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ «ПРОБЛЕМНЫХ ЗОН»
ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВЕ ПОДДЕРЖКИ
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ГИБРИДНОЙ СРЕДЫ**

Смирнов Евгений Иванович
д.п.н., профессор
smiei@mail.ru
г. Ярославль

Ярославский государственный
педагогический университет
им. К.Д. Ушинского

Уваров Артем Дмитриевич
к.ф.-м.н., доцент
smiei@mail.ru
г. Ярославль

Ярославский государственный
педагогический университет
им. К.Д. Ушинского

Аннотация. Личность обучающегося изменилась в современный период в направлении учета и реализации ее интересов, предпочтений и социальной активности. В то же время интенсивность информационного поля, развитие наук, эффективные приложения современных достижений в науке (фрактальная геометрия, нечеткие множества и fuzzy logic, нейронные сети и искусственный интеллект, теория кодирования и шифрования информации, клеточные автоматы, неевклидовы геометрии, цилиндр и конус Шварца и т.п.) к реальной жизни и высоким технологиям диктуют необходимость интеграции науки и образования как основополагающей парадигмы развития школьного математического образования. Поэтому *проблема исследования* такова – каковы технологии управления образовательными процессами освоения математики школьниками на основе поддержки гибридных интеллектуальных систем в ходе исследования уровневого сложного знания. классификация, абстрагирование и т.п.) определения сущности обобщенных конструкторов. Решение данной проблемы способно дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин и их приложений на базе адаптации современных научных достижений; как следствие, повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т.п.) и будет повышен научный потенциал, креативность и самоорганизация школьника. *Методы* решения проблемы адаптации современных достижений в науке к школьному образованию обоснованы: использованием средств математического и компьютерного моделирования; актуализации опыта и мотивации школьников в освоении сложного знания на основе наглядного моделирования и экспериментальной математики; фундированием опыта личности в ходе выявления и исследования «проблемных зон» в содержании, технологиях и личностном восприятии математического образования; теоретические методы (анализ, синтез, сложного знания; потребностью в диалоге культур и диверсификации интересов обучающихся. *Результаты:* в статье разработана технология и этапы эффективного интеллектуального управления исследовательской деятельностью каждого школьника в условиях множественности целеполагания обобщенных конструкторов сложного знания, наличия насыщенной информационно-образовательной среды, развертывания иерархических баз и комплексов многоэтапных математико-информационных исследовательских заданий, наличия эффективной обратной связи и мониторинга роста научного потенциала

каждого школьника. Представлена реализация технологии для исследования фрактальных характеристик многогранных поверхностей цилиндра Шварца, боковой поверхности конуса. Результаты получены с использованием информационных сред Qt Creator, GeoGebra, MathCad. *Перспективы* исследования связаны с актуализацией феномена проявления синергетических эффектов, развитием научного потенциала и самоорганизации школьников в освоении математики, цифровая трансформация и актуализация сложного уровневого знания в насыщенной информационно-образовательной среде развертывания иерархической исследовательской деятельности (в том числе, на основе адаптации современных достижений в науке).

Ключевые слова: математическое образование, симбиоз математического и компьютерного моделирования, гибридные интеллектуальные системы, цилиндр Шварца.

Благодарности: Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-14009.

Введение

Математическое образование в России претерпевает в современный период существенные изменения как объективного, так и субъективного характера. Эффективность функционирования современного общества, и реализация высокотехнологических трендов в производстве и технике требуют воспитания креативных личностей в условиях саморазвития их научного потенциала. Сама личность обучающегося изменилась в современный период в направлении учета и реализации ее интересов, предпочтений и социальной активности. В то же время интенсивность развития наук, эффективные приложения современных достижений в науке (фрактальная геометрия, нечеткие множества и fuzzy logic, нейронные сети и искусственный интеллект, теория кодирования и шифрования информации, клеточные автоматы, неевклидовы геометрии, цилиндр и конус Шварца и т.п.) диктуют необходимость интеграции науки и образования как основополагающей парадигмы развития школьного математического образования. Проблемы адаптации современных достижений в науке к школьному образованию обоснованы необходимостью учета опыта и мотивации в освоении сложного знания; наличия «проблемной зоны» в содержании, технологиях и личностном восприятии математического образования, актуализации сущности обобщенного конструкта сложного знания, лежащая в основе «проблемной зоны» математического образования. Такая когнитивная деятельность возможна средствами актуализации исследовательской деятельности обучающихся на основе симбиоза математического и компьютерного моделирования, осознанием необходимости работы в команде, потребностью в диалоге культур и диверсификации интересов обучающихся. Это приводит к необходимости эффективного управления исследовательской деятельностью каждого школьника в условиях множественности целеполагания, наличия насыщенной информационно-образовательной среды, развертывания иерархических баз и комплексов многоэтапных математико-информационных исследовательских заданий, наличия эффективной обратной связи и мониторинга роста научного потенциала каждого школьника. Поэтому *проблема исследования* – каковы технологии управления образовательными процессами освоения математики школьников на основе интеллектуального управления исследованием уровневого сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования. Решение данной проблемы способно дать мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин и их приложений на базе адаптации современных научных достижений; как следствие, повысится интерес к освоению математики с реальным развитием теоретического и эмпирического мышления (сравнение, аналогия, анализ, синтез и т.п.) и будет повышен научный потенциал и самоорганизация школьника. Эти задачи может успешно решать

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

только креативная личность в условиях преодоления сложного и обогащенная когнитивной деятельностью в насыщенной математико-информационной среде освоения математики.

Ведущая идея, определяющая цели исследования, такова: ключевым аспектом феномена проявления синергетических эффектов и самоорганизации в освоении математики может стать цифровая трансформация и актуализация сложного уровневого знания в насыщенной информационно-образовательной среде развертывания иерархической исследовательской деятельности (в том числе, на основе адаптации современных достижений в науке), создания условий для выбора многоэтапных математико-информационных заданий с обобщенной сущностью, коммуникаций и диалога культур, выявления атрибутов самоорганизации личности в ходе освоения «проблемных зон» математики.

Задачи: выявить методологические, содержательные и технологические основы конструирования и актуализации процессов цифровой трансформации освоения иерархических баз и комплексов многоэтапных математико-информационных заданий и сопровождения исследовательской деятельности школьников в условиях реализации насыщенной информационно-образовательной среды и эффективного роста их научного потенциала (развить креативность и критическое мышление школьников в гибридной интеллектуальной системе проектно-исследовательской деятельности по освоению обобщенных конструктов сложного знания; разработать гибридную интеллектуальную систему поддержки роста научного потенциала каждого школьника в процессе освоения обобщенных конструктов сложного знания; определить методологию, архитектуру, параметры и функционал организации интеллектуального управления проектно-исследовательской деятельностью каждого школьника в насыщенной информационно-образовательной среде освоения сложного математического знания).

Тем самым, настоящее исследование представляет собой попытку разработки технологии цифровой трансформации содержания сложного знания с поддержкой гибридных интеллектуальных систем в ходе реализации этапов исследовательской деятельности и роста научного потенциала каждого школьника на основе адаптации современных достижений в науке средствами симбиоза математического и компьютерного моделирования (постановка проблемы, ее определение и пояснение).

Обзор литературы и методология

Реализация технологии связана с освоением обучающимися сложного знания средствами математического и компьютерного моделирования в насыщенной информационно-образовательной среде разноуровневого образования при поддержке интеллектуальных систем сопровождения роста научного потенциала школьников. Эффективным инструментом освоения сложного математического знания и развития интеллектуальных операций мышления обучающихся может стать исследование и адаптация к школьной или вузовской математике современных достижений в науке, ярко и значимо представленных в приложениях к реальной жизни, развитию других наук, высоким технологиям и производствам. Математическое образование как сложная и открытая социальная система несет в себе при этом огромный потенциал самоорганизации и позитивного проявления синергетических эффектов в разных направлениях: развитие и воспитание личности в проектной деятельности, упорядоченность содержания и структуры когнитивного опыта, коммуникации и социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур.

Античные философы Платон, Аристотель, Стагирит устанавливали онтологическое различие между простым и сложным, которое выражается в традиционных для древнегреческой мысли парах противоположностей, таких как «единое-многое», «элементарное-составное», «необходимое-случайное». Решение проблем вычислительной сложности (А. Тьюринг, С. Кук, М. Рабин и др.) показало, что именно временные характеристики играют наиболее важную роль в оценке сложности задачи (задачи Р-класса (Р-трудность) – полиномиальное время, задача коммивояжера – экспоненциальное время и

т.п.). «Сложность означает много разных вещей – существует дескриптивная сложность и вычислительная сложность. Алгоритм может быть чрезвычайно сложным в смысле способа его построения и при этом работать очень быстро, так как его вычислительная сложность низка. Таким образом, мы имеем различные понятия о сложности. Мне не ясно, имеют ли в виду одно и то же понятие инженеры-электронщики, экономисты, математики, специалисты по информатике и физики, когда употребляют термин сложность» (Карп, 1993, 498- 521). Существуют подходы, когда сложность связывается со временем образования системы или с ее иерархической структурой, а также, с вероятностью образования системы из исходных элементов, иногда сложность может означать способность системы к генерированию семиотических информационных связей и осуществлять на их основе взаимодействие с внешней средой, позволяющее реализовать иерархическую структуру управления. Следуя И.Р. Пригожину, понятия «сложность есть возникновение бифуркационных переходов вдали от равновесия и при наличии подходящих нелинейностей, нарушение симметрии выше точки бифуркации, а также образование и поддержка корреляций макроскопического масштаба» (Синергетике 30 лет..., 2000; Пригожин, 1964). Постнеклассическое мышление современного индивидуума, базирующееся на нелинейного окружающей реальности, ситуативности и неопределенности в принятии решения, множественного целеполагания и неоднозначности выбора настоятельно диктует необходимость и возможность освоения и принятия нового знания (математической грамотности) посредством преодоления сложного (современные достижения в науке), включающего новое знание, как императива перехода от хаоса к порядку. Поливалентность, множественность, многополярность, непредсказуемость, эмерджентность и неравновесность современного мира не может не быть увязана с категориями развития сущности объектов, явлений и процессов посредством проявления закономерностей переходов на более высокие уровни сложности как составляющих конкретно-всеобщей теории развития (Ст. Бир, Н. Винер, Дж. фон Нейман и др.). Исследователи делают вывод о том, что сложность является интегрирующей характеристикой способности к самоорганизации при достижении определенных критических ее уровней, способности к эффективному развитию и саморазвитию мышления и личностных качеств обучающегося. Ученые философы, педагоги и психологи (С.П. Курдюмов, Г. Хакен, К. Майнцер, А.Н. Поддьяков, В.С. Степин и др.) убедительно показали, что эффективное развитие личности происходит при освоении сложного знания (разных уровней его сложности в зависимости от личностного развития обучающихся, включая инклюзивное образование), создания ситуаций преодоления трудностей в процессе освоения знаний и единой картины мира на основе высокой степени развертывания учебной и профессиональной мотивации обучающихся в единой сети взаимодействий, самостоятельности и когерентности. В познании сложного сам процесс познания «становится коммуникацией, петлей между познанием (феноменом, объектом) и познанием этого познания» (Э. Морен).

Сложное знание возникает в сложных системах и порождает множественные сложные подзадачи. Исторический опыт решения мировых проблем математики показывает, что, например, результат познания следующих задач является сложным математическим знанием: элементы фрактальной геометрии (Б. Мандельброт, Р. Кроновер, М. Барнсли и др.), задача о 4-х красках для раскраски карт (В. Хакен, К. Аппель); гипотеза Римана о нулях дзета-функции; бинарная проблема Гольдбаха; трансцендентность чисел $\pi + e$; рациональность числа Эйлера-Маскерони; проблема $P = NP$ – трудности для вычислительной эффективности переборных задач (С. Кук, Л. Левин, А. Вигдерсон и др.); Великая теорема Ферма (А. Вайлс); фрактальные характеристики цилиндра и «кубка» Шварца (Т. Шварц, Б. Мандельброт, Е.И. Смирнов и др.).

Это приводит к выявлению следующих характеристик сложного знания о нелинейных системах, объектах и явлениях реального и виртуального мира:

– наличие возможности интерпретации и генерации компонентов содержания и семиотических информационных связей с выраженными прикладными эффектами;

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

– информация о единстве дескриптивного и вычислительного многообразия, возможность построения иерархий представления содержания и семиотических информационных связей;

– возможность актуализации бифуркационных переходов и различных интерпретаций, генераций форм проявления сущности методами математического и компьютерного моделирования.

Научно-педагогический анализ позволяет выделить критерии отбора сложного знания и генезис научного познания (проявляется в решении сложных задач): красота и гармония математических формул и процедур с проявлением синергетических эффектов (самоорганизация, точки бифуркации, аттракторы, бассейны притяжения и т.п.); эффективность и доступность процессов адаптации сложного знания (современных достижений в науке к школьной математике) и достижение математико-информационного результата (в том числе, побочного); возможность исследования «проблемных зон» математики (содержательных, процессуальных, личностных) с использованием информационных сред (GeoGebra, MathCad, MatLab, Qt Creator, Maple и т.п.); значимое и доступное решение и интерпретация прикладной задачи средствами математического и компьютерного моделирования; возможность диалога культур в процессе познания (математической, естественнонаучной, информационной и гуманитарной); вариативность и актуализация модальностей восприятия сложного знания обучающимися (знаково-символической, образно-графической, вербальной и конкретно-деятельностной); возможность эффективно решать проблемы жизни, коммуникации, техники и производства.

Методология исследования основывается на личностно-деятельностном и синергетическом подходах (А.Г. Асмолов, Г. Хакен (Haken, 1996), И. Пригожин, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий и др.); процессах самоорганизации в живой и неживой природе через разрушения и созидания (хаоса и порядка) в сложных системах (Ст. Бир, Н. Винер, А.Н. Подъяков, Э. Морен и др.); концепции фундирования опыта личности и наглядного моделирования в условиях неопределенности и стохастичности обобщенных конструкторов сложного знания; актуализации феномена сложного знания и адаптивности гибридных нейронных сетей к динамике роста научного потенциала школьников в исследовании многоэтапных математико-информационных заданий (М. Клякля, В.С. Секованов и др.).

При этом важнейшей задачей математического образования является актуализация феномена перехода процессов развития личности в процессы саморазвития. Актуализируются технологические аспекты развивающих парадигм (Выготский Л.С., Рубинштейн С.Л., Занков Л.К., Давыдов В.В. и др.) «зон ближайшего развития» личности, рост научного потенциала и творческой самостоятельности обучающихся в контексте педагогического сопровождения когнитивной деятельности. Таким образом, реализация личностно-деятельностного и синергетического подходов является важнейшим методологическим фактором успешности освоения математики в условиях интеллектуального управления исследовательской деятельностью школьников с опорой на разработку параметров и функционала гибридной интеллектуальной системы (Смирнов, 2021). Это соответствует решению проблем цифровой трансформации образования (Кондаков, 2018), реализации важнейших идей интеграции науки и образования (Вербицкий, 1991; Кельчевская, 2018) и учета приоритетов личностных ценностей в освоении математического знания (Шадриков, 2009).

Ключевым фактором и результатом определения эффективности и технологизации интеллектуального сопровождения исследовательской деятельности школьников в ходе освоения сложного знания может стать актуализация и обеспечение информационно-педагогической поддержкой фокус-центров когнитивных трансформаций:

– функционирование наглядно-цифровых моделей освоения обобщенных конструкторов сложного знания на основе симбиоза математического и компьютерного моделирования (Смирнов, 2020; Уваров, 2017; Секованов, 2016);

- создание эмоционального отклика обучающихся на прикладной эффект освоения современных достижений в науке (Смирнов, 1997);
- определение перспектив развития личностных предпочтений и фундирования опыта обучающихся (Смирнов, 2012; Шадриков, 2012; Асмолов, 2019);
- диалог математической, информационной, естественнонаучной и гуманитарной культур в освоении «проблемных зон» математического образования (Дворяткина, 2017; Дворяткина, 2016; Бонецкая, 1993).

Результаты

Разработана технология освоения «проблемных зон» школьного математического образования представлена как возможность проектировать и реализовывать этапы адаптации современной математики к текущему состоянию учебного опыта школьников, что позволяет интегрировать математическое и компьютерное моделирование в контексте освоения сложного уровневого знания.

В статье определены *технологические этапы* развертывания когнитивных процедур адаптации сложного знания к школьной математике с проявлением синергии и моделирования наглядно-цифровых моделей сущности обобщенного конструкта сложного знания:

1. *Освоение образцов* обобщенных конструктов сложного знания и результатов диагностических процедур в контексте конкретных проявлений сущности обобщенного конструкта (Вербицкий, 1991) (создание дидактического депозитария образцов сложного знания, возможность определить осознанный выбор содержания проектно-исследовательской деятельности и проектировать технологии управления когнитивной деятельностью школьников).

2. *Актуализация эмоционального отклика на прикладной эффект* в освоении моделей обобщенного конструкта сложного знания как элемента самоактуализации осознанного выбора и мотивации: освоение средств наглядного моделирования, создание ситуаций интерпретации математических конструктов сложного знания и проявления синергетических эффектов в освоении современных достижений в науке (Дворяткина, 2016).

3. *Определение «проблемных зон» и вариативности проблемных задач* на основе разработанных критериев для создания перспектив персонализации когнитивных предпочтений для малых групп школьников (осознанный выбор, направление и распределение социальных ролей, выбор этапов фундирования и адаптации обобщенного конструкта сложного знания, содержание практико-ориентированной деятельности) (Уваров, 2017).

4. *Множественное целеполагание* вариативности содержания и процессов исследования обобщенного конструкта сложного знания в «проблемной зоне» освоения математики с учетом интересов и готовности обучающихся (Поддьяков, 2015).

5. *Создание условий для дискуссий на основе множественности подходов и разнообразия средств решения проблем*; определение качественных характеристик обобщенного конструкта сложного знания, выявление и поиск путей решения практико-ориентированных подзадач, лабораторно-расчетные эксперименты и поиск релевантной информации, конструирование фундирующих комплексов подзадач обобщенных конструктов сложного знания на иерархической основе (Зубова, 2008; Поддьяков, 2015).

6. *Создание креативной среды* в ходе когнитивной деятельности по освоению компонентов сущности обобщенного конструкта (Я-концепция в когнитивной деятельности, создание ситуации успеха и наличие адекватной педагогической и информационной поддержки (в том числе, гибридных интеллектуальных систем); возможность ротации состава малых групп и реализация диалога математической, информационной, естественнонаучной и гуманитарной культур; восприятие неопределенности ситуаций поисковой и творческой активности и развитие дивергентного мышления; поддержка образцов творческой активности школьников и популяризация ее результатов); методика

сбора и представления информации; освоение методов математической статистики, систем компьютерной алгебры и сетевого взаимодействия) (Дворяткина, 2020).

7. *Поддержка социальных коммуникаций* на основе диалога культур в контексте актуализации средств компьютерного и математического моделирования в ходе содержательного наполнения этапов адаптации обобщенных конструкторов сложного знания (Подготовка учителя..., 2002; Сороко, 2012; Смирнов, 2013).

8. *Выявление и представление атрибутов синергии* (точки и зоны бифуркации, предельные аттракторы, исследование флуктуации, определение бассейнов притяжения) в процессе исследования обобщенного конструктора сложного знания; поиск закономерностей, ассоциаций, диагностики результатов исследуемых процессов, явлений и фактов; прогноз и поиск «побочных продуктов» проектной деятельности (Малинецкий, 2006; Осташков, 2016).

9. *Проверка истинности выдвинутых гипотез, верификация прогноза и стратегий*; анализ эффективности стратегий и методов, выбор оптимальных путей решения исследовательской задачи: разработка и трансфер теоретических и эмпирических обобщений, рефлексивный контроль характеристик проектной и исследовательской деятельности; новые интерпретации задачи и определение методов ее решения, стремление к преодолению стереотипов, создание новых «побочных» продуктов, перспектива, оценка и прогноз дальнейших действий, самодиагностика и самоорганизация личности.

Типология уровней проектно-исследовательской деятельности школьников в гибридной интеллектуальной среде

Проектно-исследовательская деятельность школьника разворачивается в логике последовательного развертывания уровней освоения когнитивной деятельности с поддержкой реализации функционала гибридной интеллектуальной среды. На основе историогенезиса уровневости (Андреев В.И., Зимняя И.А., Савенков А.И., Поддъяков А.Н. (Поддъяков, 2006) нами предлагается следующая типология уровней проектно-исследовательской деятельности школьников в интеллектуальной среде (Дворяткина, Смирнов, 2021, 142-144):

– *Поисково-репродуктивный (ПР)* – характеризует процессы самоактуализация («мне это интересно») и определяет выраженность ценностного отношения личности к проблемам адаптации когнитивной деятельности школьников по реализации проб в освоении образцов исследования обобщенных конструкторов сложного знания и результатов диагностики к текущему состоянию школьного опыта на: личностную значимость и соответствие ценностным императивам, выбор методов и приемов исследовательской деятельности по освоению качественных проявлений обобщенной сущности (содержания, форм или процессуального компонента; перспектива когнитивной доступности на основе анализа и наблюдения, прогноз трудности в освоении этапов научного познания, методов исследования и механизмов социальных взаимодействий и междисциплинарности на основе симбиоза математического и компьютерного моделирования; самоопределение и самоорганизацию, освоение принципов и стилей научного мышления.

Данный уровень интеллектуальной поддержки информационных сред обеспечивается базами данных (экспертные системы) образцов, эталонов и «проблемных зон» современного научного знания с потенциалом симбиоза математического и компьютерного моделирования, базами данных методологии организации проектно-исследовательской деятельности, возможностями информационно-коммуникационных средств поддержки на основе результатов диагностики научного потенциала школьника. Предполагает различные формы педагогической поддержки и кооперации, организацию дискуссий, конференций, семинаров, открытость информационно-образовательной среды.

– *Эмпирический (Э)* (самоопределение («что я могу сделать»)) – проявляется в реализации экспериментальных проб и разработке наглядно-цифровых моделей средствами интеграции математического и компьютерного моделирования. При этом реализуется методика выявления конкретных проявлений сущности обобщенного конструктора сложного знания на основе творческой самостоятельности и выраженности личностных качеств

обучающегося. Актуализируются: эмпирические связи и состав эмпирических обобщений, эффективность метода проб и ошибок, множественность постановок задач и выдвижения гипотез, точки и зоны бифуркации и определение бассейнов притяжения, аттракторов, алгоритмов итерационных процедур, анализ флуктуационных зависимостей, сравнительный анализ и выбор приоритетов в методах, содержании, информационных средствах поддержки проектно-исследовательской деятельности, функциональность действий по определению уровней сложности математического содержания, результаты компьютерного дизайна частных проявлений сущности обобщенного конструкта и определение коррекции состояния его параметров и условий, адекватность и эффективность направленности на «цель-результат».

Данный уровень обеспечивается содержанием разнообразных информационных сред: Mathcad, MathLab, Mathematica, Maple, GeoGebra, Qt Creator и др. с потенциалом симбиоза математического и компьютерного моделирования на основе результатов диагностики научного потенциала школьника и первых результатов исследовательских процедур с использованием функционала интеллектуальной среды. Предполагает различные формы педагогической поддержки и кооперации, организацию дискуссий, конференций, семинаров, публикации и презентации, открытость информационно-образовательной среды.

Теоретический (Т) – (самоорганизация («я способен управлять процессом»)) – проявляется в определении фундаментальных закономерностей в разработке технологии освоения школьниками инновационных проявлений и этапов адаптации сущности обобщенных конструктов сложного знания (современных достижений в науке). Реализуется: в процессе определения этапов и приемов осуществления творческой самостоятельности на основе диалога культур, выявлении законов и закономерностей в процессе проектной и исследовательской деятельности. Обучающийся разрабатывает и выявляет формы, методы и средства симбиоза математического и компьютерного моделирования, которые соответствуют его личностным предпочтениям в ходе развертывания локальных, модульных и глобальных проявлений фундирующих процедур в процессе освоения обобщенного конструкта сложного знания.

Данный уровень поддержки интеллектуальной среды обеспечивается базами данных (экспертные системы) образцов, эталонов теоретического анализа современного научного знания с потенциалом симбиоза математического и компьютерного моделирования, базами данных методологии научного общения и образцами научного мышления в проведении проектно-исследовательской деятельности, возможностями информационно-коммуникационных средств поддержки на основе результатов диагностики научного потенциала школьника и результатов теоретического анализа исследования. Предполагает различные формы педагогической поддержки и кооперации, организацию дискуссий, конференций, семинаров, публикации и презентации, открытость информационно-образовательной среды.

Творческий (ТВ) («я могу сделать что-то новое») плюс (оценка эмпирической верификации результатов с поддержкой интеллектуальной среды):

– проявляется в реализации функционала интеллектуальной среды и этапов мониторинга диагностических процедур измерения состояния научного потенциала обучающегося, определении возможностей перехода на более высокие уровни сложности освоения обобщенного конструкта научного знания, оптимизации состава технологических процедур в определении уровня освоения обобщенного конструкта и этапов фундирования сложного знания;

– характеризуется актуализацией процессов самоорганизации личности в условиях педагогической и информационной поддержки: содержанием и характеристиками переноса инноваций в учебный процесс освоения школьной математики; нахождением побочных продуктов исследования и возможных приложений к математике и другим наукам; проявлением синергетических эффектов, информационным обменом, социализацией и верификацией инновационной деятельности; характеристиками роста научного потенциала

школьников как параметров и результатов функционирования и поддержки гибридной интеллектуальной среды; параметрами и показателями становления и выраженности индивидуальных образовательных траекторий развертывания проектно-исследовательской деятельности школьников.

Данный уровень обеспечивается базами данных (экспертные системы) образцов, эталонов творческого исследования современного научного знания с потенциалом симбиоза математического и компьютерного моделирования, базами данных образцов верификации научных результатов и научного общения, образцами эффективных приемов научного мышления в проведении проектно-исследовательской деятельности, возможностями информационно-коммуникационных средств поддержки на основе результатов диагностики научного потенциала школьника и творческих результатов исследования функционалом поддержки интеллектуальной среды. Предполагает различные формы педагогической поддержки и кооперации, организацию дискуссий, конференций, семинаров, публикации и презентации, открытость информационно-образовательной среды.

Синергетический эффект исследования многогранных поверхностей «сапога» и «колпака» Шварца

Современное математическое образование способствует реализации значительного позитивного потенциала самоорганизации каждого обучающегося и проявления синергетических эффектов в таких направлениях как: систематизация содержания и структуры когнитивного опыта, социальное взаимодействие субъектов на основе диалога культур, динамика роста научного потенциала каждого школьника в условиях педагогической поддержки и использования функционала гибридной интеллектуальной среды в сопровождении проектно-исследовательской деятельности школьников. При этом гибридная интеллектуальная среда способна сопровождать и поддерживать направленность и интенсивность проектно-исследовательской деятельности каждого школьника на основе функционирования инструментария отслеживания и диагностики роста научного потенциала в контексте актуализации приемов и способов отражения и сопровождения динамики технологических параметров. Объектом реализации проектно-исследовательской деятельности школьников становятся обобщенные конструкты сложного знания на фоне функционирования системы его адаптации к школьной математике и возможности получения новых, в том числе, побочных результатов исследования: в нашем случае обобщенный конструкт «проблемной зоны» школьной математики – понятие площади поверхности в трехмерном пространстве. Этот сложный феномен школьной математики косвенно актуализируется как обобщенный конструкт через компьютерное и математическое моделирование процессов исследования «площади» боковой поверхности цилиндра («сапога») и конуса «колпака» Шварца (Тихомиров, 2020).

Пример 1. Рассмотрим множественное целеполагание процессов определения площади поверхности способами нахождения площади многогранной боковой поверхности цилиндра Шварца: патологические свойства «площади» боковой поверхности цилиндра хорошо изучены в так называемом «регулярном» (см., например, Мандельброт, 2002) и «нерегулярном» случае (Уваров, 2017). При этом высота цилиндра H разбивается на m равных («регулярный» случай) и неравных частей («нерегулярный» случай), а окружность, лежащая в основании, делится на n равных частей с последующим сдвигом φ на каждом слое на $\frac{\pi}{n}$. Ввиду независимого характера стремления параметров к бесконечности результат предельного процесса становится слабо прогнозируемым (двойной предел) и многозначным, с отсутствием закономерностей в хаотическом развертывании фрактальных структур многогранников. Б. Мандельброт показал, что при $m = n^k$ площадь многогранной поверхности растет как n^k ($k \neq 2$), причем в качестве результата может дать в пределе любое число, большее реальной площади боковой поверхности цилиндра (в том числе и бесконечность).

В работе (Уваров, 2016) исследовано специальное поведение функции и угла между триангуляционными треугольниками с общим основанием, если $m = f^n(a_0) \cdot n^2$ и $m, n \rightarrow \infty$, где $f(a_0) = xa_0 \cdot (1 - a_0)$ – логистическое отображение, адекватное сценарию П. Ферхюльста (Кроновер, 2000).

Авторами получена следующая бифуркационная диаграмма (рис. 1) с использованием информационных технологий (среда Qt Creator).

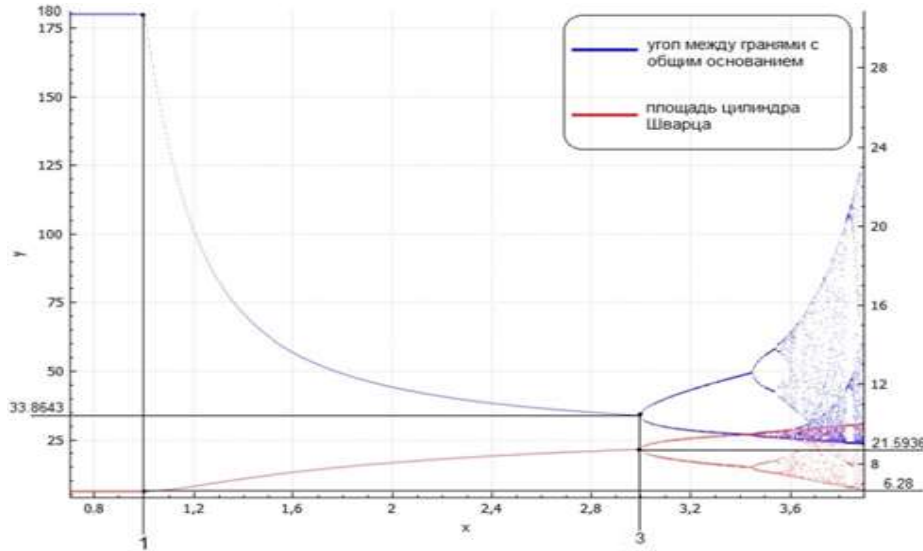


Рис. 1. Бифуркационные диаграммы площади и угла между гранями треугольников

На рис. 1 изображены сразу две бифуркационные диаграммы, для которых $0,7 \leq x \leq 3,9$ и $a = 0,2$.

При этом на левой вертикальной оси отложены значения угла между гранями с общим основанием, вычисляемые по формуле:

$$\alpha = 2 \cdot \arctan\left(\frac{1}{1 - \cos\frac{\pi}{n}} \cdot m\right),$$

а на правой оси отложены значения площади многогранной поверхности цилиндра Шварца, вычисленной по формуле с учетом того, что $R = H = 1$ и n меняется от 500 до 1000.

Топологическим пределом многогранной поверхности является боковая поверхность цилиндра, так как все точки поверхности многогранника неограниченно к ней приближаются по полярным радиусам (причем, сходимости равномерная). Таким образом, площадь многогранной поверхности имеет предел (во втором и третьем случаях), отличный от площади боковой поверхности цилиндра. Однако площадь многогранной поверхности как функционал не всегда стремится к площади боковой поверхности т.е. данный функционал (площади) не является непрерывным (это полунепрерывный снизу функционал в соответствующей метрике).

Рассмотрим окружность с центром в точке А и радиусом $g_1 = 1$. В окружность вписан правильный шестиугольник и проведен радиус AT так, что он пересекает сторону шестиугольника в точке U. Предположим, что точка Т движется по окружности. При этом поставим в соответствие центральному углу $c_1 = \alpha$ длину отрезка UT , получим функцию $f(\alpha)$. Введенная функция является ограниченной и периодической, а именно

$$0 \leq |f(\alpha)| \leq 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

и период $T = \frac{\pi}{6}$. Функцию можно определить явным образом:

$$f(\alpha) = 1 - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin(120^\circ - (\alpha - [\frac{\alpha}{60^\circ}] \cdot 60^\circ))} \quad (1)$$

Несложно определить функцию $f_n(\alpha)$, подобную функции из формулы (1) в случае, когда в окружность вписан произвольный правильный n -угольник. Действительно, обозначим через $\varphi = \frac{360^\circ}{n}$ центральный угол вписанного n -угольника, тогда $f_n(\alpha)$ примет вид:

$$f_n(\alpha) = 1 - \frac{\sin(90^\circ - \frac{\varphi}{2})}{\sin(90^\circ + \frac{\varphi}{2} - (\alpha - [\frac{\alpha}{\varphi}] \cdot \varphi))} \quad (2)$$

Определим следующую функцию $g(\alpha)$ как сумму функционального ряда:

$$g(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} f_{k=n}(\alpha), \quad (3)$$

где функции $f_{k=n}(\alpha)$ определяются формулой (2). Теперь рассмотрим слой цилиндра Шварца, пересеченный плоскостью ортогональной его оси. Возникает фрактальная поверхность $s(\alpha, x)$. На рисунке 2 изображена часть поверхности $z = s(\alpha, x)$, при этом $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$.

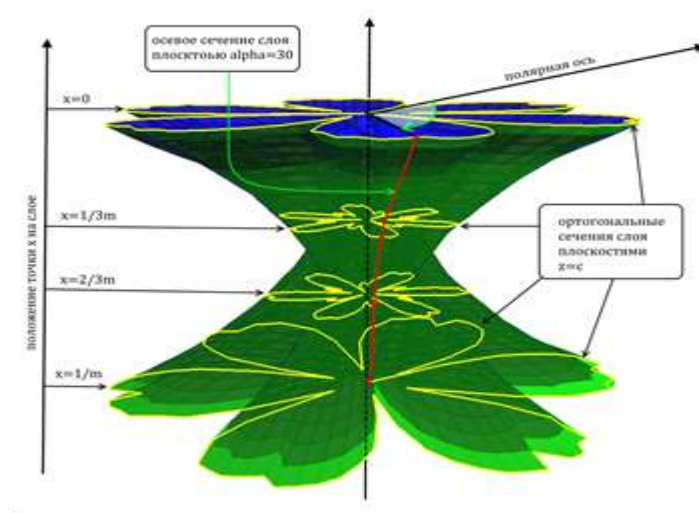


Рис. 2. Фрактальная поверхность как предельный объект цилиндра Шварца

Пример 2 (Дворяткина, Смирнов, Щербатых, 2021, 169-179). Рассмотрим конус высоты H и радиуса R . Разобьем высоту H на m равных частей. Через полученные точки проведем m плоскостей параллельных плоскости основания конуса. Каждая плоскость пересекает конус по окружности. На этих окружностях равномерно распределим n точек. При этом, каждый правильный n -угольник в слое повернем относительно n -угольника предыдущего слоя на угол $\frac{2\pi}{n}$. Слои отсчитываются от вершины конуса. Триангулируем полученное множество точек на конусе аналогично разбиению цилиндра Шварца. В результате проделанных манипуляций, получим некоторую поверхность – конус («колпак») Шварца (рис. 3).



Рис. 3. Конус («колпак») Шварца

Выведем формулу для площади боковой поверхности конуса Шварца. Для определенности будем рассматривать конус с высотой $H = R = 1$. Рассмотрим более детально два слоя конуса.

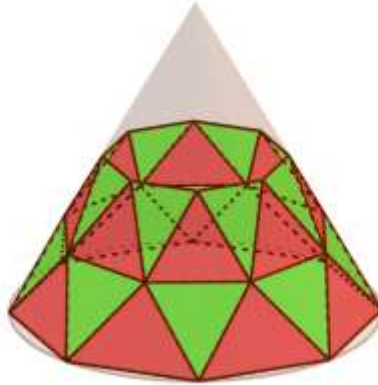


Рис. 4. Два слоя разбиения боковой поверхности конуса Шварца

Как видно из рисунка 4, каждый слой конуса Шварца состоит из равнобедренных треугольников двух типов. При этом вершины треугольников первого типа направлены вверх, а вершины треугольников второго типа направлены вниз. Несложно понять, что треугольники разных типов имеют разные площади даже в пределах одного слоя. И, совершенно очевидно, что их площади меняются от слоя к слою.

Вычислим площади для треугольников каждого типа в одном слое. Для этого рассмотрим следующий рисунок 5.

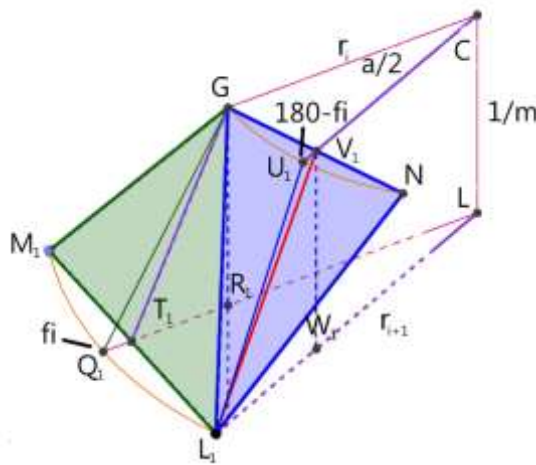


Рис. 5. Геометрия одного из тетраэдров слоя разбиения боковой поверхности конуса

Для начала вычислим площадь треугольника второго типа $S_{\Delta GNL_1} = \frac{1}{2} \cdot GN \cdot L_1V_1$, L_1V_1 – высота, проведенная к основанию треугольника ΔGNL_1 .

При этом $GN = \sqrt{2r_i^2 - 2r_i^2 \cdot \cos\alpha} = 2r_i \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$, где

$$\alpha = \angle GCN = \frac{\pi}{n}, L_1V_1 = \sqrt{L_1U_1^2 + U_1V_1^2 - 2 \cdot L_1U_1 \cdot U_1V_1 \cdot \cos(180 - fi)},$$

$$U_1V_1 = r_i - CV_1 = r_i \cdot \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \text{ и } L_1U_1 = GQ_1 = \frac{\frac{1}{m}}{\sin(fi)} = \frac{1}{m \cdot \sin(fi)}.$$

Заметим, что $\angle fi = \angle GQ_1T_1 = \arctan\left(\frac{H}{R}\right)$.

Окончательно имеем:

$$S_{\Delta GNL_1} = \frac{1}{2} \cdot GN \cdot L_1 V_1 = r_i \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{4r_i^2 \cdot \sin^4 \left(\frac{\alpha}{4} \right) + \frac{2}{m^2} + \frac{4r_i \cdot \sin^4 \left(\frac{\alpha}{4} \right)}{m}} \quad (4).$$

Аналогично можно вычислить площадь треугольника первого типа.

А именно:

$$S_{\Delta GM_1 L_1} = r_{i+1} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{4r_{i+1}^2 \cdot \sin^4 \left(\frac{\alpha}{4} \right) + \frac{2}{m^2} - \frac{4r_{i+1} \cdot \sin^4 \left(\frac{\alpha}{4} \right)}{m}} \quad (5)$$

Площадь S_i слоя с индексом i равна $S_i = 2n \cdot (S_{\Delta GNL_i} + S_{\Delta GM_i L_i})$.

Наконец площадь боковой поверхности конуса Шварца вычисляется по формуле:

$$S = \sum_{i=0}^{m-1} S_i \quad (6)$$

Следует отметить, что в случае, когда $R = H = 1$, радиус $r_i = \frac{i}{m}$.

Формула (6) представлена в виде суммы и из нее весьма сложно понять зависимость площади боковой поверхности конуса Шварца от предела $q = \lim_{m,n \rightarrow \infty} \frac{m}{n^2}$. Однако, можно оценить площадь S с помощью последнего предела. Рассмотрим меридианы на конусе Шварца. Они получаются при рассечении конуса плоскостями, проходящими через ось конуса и вершины правильного $2n$ – угольника, лежащего в основании конуса. При этом число граней на двух соседних меридианах отличается на единицу. Каждый меридиан проходит через грани двух типов, описанных выше. Проведем суммирование площадей граней первого и второго типов вдоль меридиана (рис. 6).

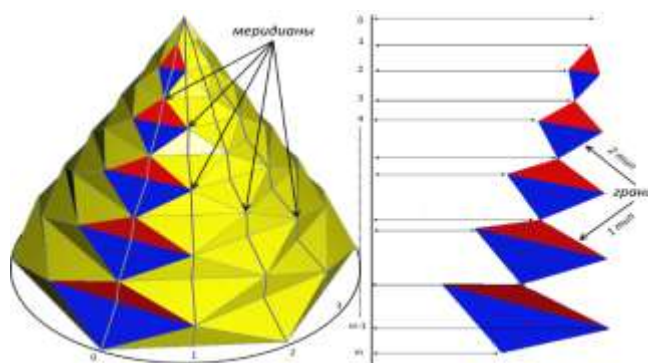


Рис. 6. Меридианы и треугольники в многогранной поверхности конуса

С учетом вычислительных процедур получаем оценку для S площади боковой поверхности конуса («колпака») Шварца

$$S < \sqrt{2}\pi + \frac{1}{3}\pi^3 \frac{m}{n^2} \quad (7)$$

Следующее изображение демонстрирует поведение площади поверхности конуса Шварца с высотой $H = 1$ и радиусом $R = 1$ при $m = n$, при этом $200 \leq n \leq 800$.

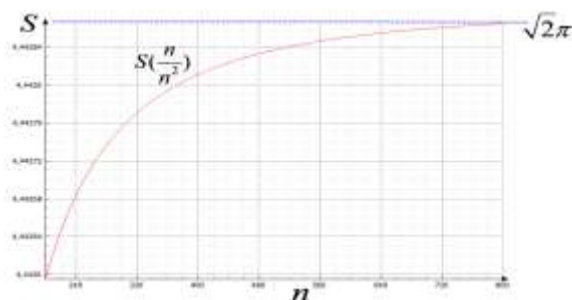


Рис. 7. Зависимость площади конуса Шварца от $\lim_{m,n \rightarrow \infty} \frac{m}{n^2}$

Как и предписывает неравенство (7) в случае, когда $\lim_{m,n \rightarrow \infty} \frac{m}{n^2} = 0$, площадь конуса Шварца стремится к площади боковой поверхности обычного конуса с $R = H = 1$, то есть к $\sqrt{2}\pi$. На следующем рисунке 8 показано поведение площади поверхности конуса Шварца с высотой $H = 1$ и радиусом $R = 1$ при $m = n^2$, при этом $200 \leq n \leq 800$.

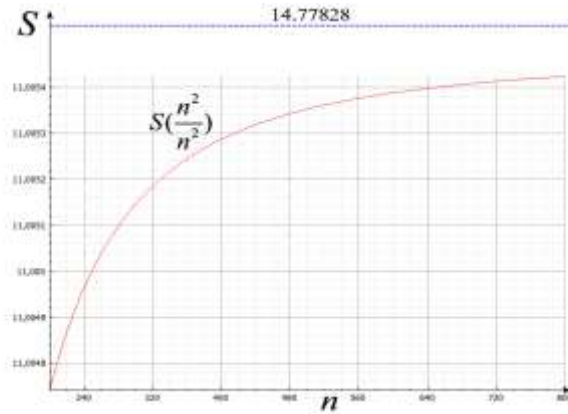


Рис. 8. Площадь поверхности конуса Шварца при $m = n^2$

Следующий рис. 9 показывает, что площадь S стремится к бесконечности при $m = n^{2,5}$ примерно с той же скоростью, что и функция $\sqrt{2}\pi + \frac{1}{3}\pi^3 \frac{m}{n^2}$.

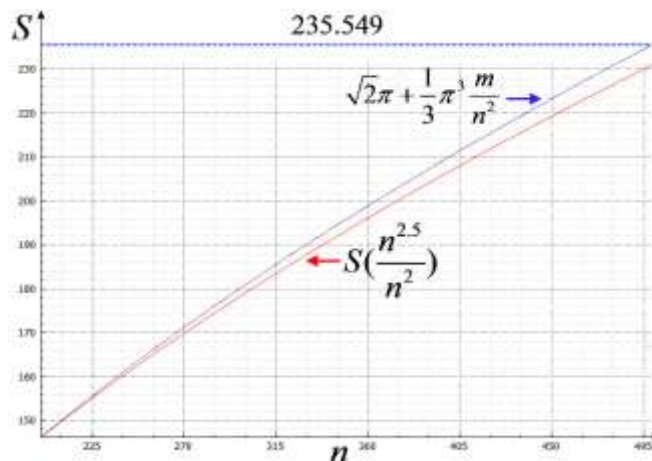


Рис. 9. Площадь поверхности конуса Шварца при $m = n^{2,5}$

Таким образом, рисунки 7, 8 и 9, а также неравенство (7) показывают достаточно хорошую корреляцию площади боковой поверхности конуса Шварца и предела $\lim_{m,n \rightarrow \infty} \frac{m}{n^2} = 0$.

Обсуждение

Реализация разработанной технологии в исследовании «проблемных зон» с использованием функционала и информационной поддержки гибридной интеллектуальной среды позволит повысить качество математического образования каждого обучающегося, включая развитие личностных качеств и научного потенциала школьников. Существенным фактором развития технологии является возможность интеграции науки и образования, адаптация современных достижений в науке к школьной математике, роста научного потенциала, креативности и учебной мотивации школьников. При этом проявляется синергия математического образования, самоорганизация когнитивной деятельности и приобщение школьников к решению практико-ориентированных подзадач исследования

обобщенных конструкторов сложного знания (современных достижений в науке, например, теории кодирования и шифрования информации, фрактальной геометрии, теории нечетких множеств и fuzzy logic, клеточных автоматов и др.). При этом сложное знание проявляется и в освоении других понятий школьной математики (в нашем случае, площадь поверхности), например, понятия предела, меры, длины дуги, производной и интеграла, неевклидовых геометрий, вероятностных и статистических закономерностей и др. Побочными продуктами реализации технологии управления исследовательской деятельностью школьников с поддержкой гибридной интеллектуальной среды могут стать: надситуативный уровень мышления, стремление к преодолению стереотипов, гармонизация рефлексивных выходов, новый творческий продукт, оценка и прогноз дальнейших действий, мотивация самоактуализации; выявление закономерностей, аналогий, ассоциаций, динамики исследуемых процессов, явлений и фактов; прогноз и «побочные продукты» исследования (новые факты, видео-клипы, проектные методы, компьютерный дизайн и интеллектуальные системы, веб-квесты, презентации).

Заключение

Разработана технология организации проектной и исследовательской деятельности и интеллектуальным управлением роста научного потенциала школьников с поддержкой функционала гибридной интеллектуальной среды. При этом впервые выявлены и характеризованы содержание, компьютерный дизайн и технология исследования обобщенных конструкторов выявления сущности одной из «проблемных зон» школьной математики – площади поверхности в детализации нелинейной динамики роста площадей многогранных комплексов при измельчении триангуляций боковой поверхности цилиндра или «сапога» Шварца, а также конуса или «колпака» Шварца средствами компьютерного и математического моделирования. Выявлены и характеризованы точки бифуркации, бассейны притяжения, вычислительные процедуры и флуктуации параметров состояния, компьютерный дизайн и побочные результаты исследования «площади» боковой поверхности цилиндра и конуса Шварца. Определены технология, иерархии форм и средств исследовательской деятельности школьников: этапы, содержание и структура, ресурсные и лабораторно-расчетные занятия, комплексы многоэтапных математико-информационных заданий, проектные методы и сетевое взаимодействие, побочные продукты творческой деятельности.

Список литературы

- Асмолов А.Г., Гусельцева М.С. О ценностном смысле социокультурной модернизации образования: от реформ – к реформации // Вестник РГГУ. Серия: Психология. Педагогика. Образование. 2019. № 1. С. 18–43.
- Бонеецкая Н.К. М.М. Бахтин и традиции русской философии // Вопросы философии. 1993. № 1. С. 83-93.
- Вербицкий А.А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход. М.: Высшая школа, 1991.
- Дворяткина С.Н., Евтеев В.С. Особенности технологии обучения математике на основе диалога культур в системе профильного гуманитарного образования // Ярославский педагогический вестник. 2017. № 6. С. 123-129.
- Дворяткина С.Н., Лопухин А.М. Концептуальная модель синергии математического образования в контексте диалога культур: методологические и содержательные аспекты // Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU-2016): материалы VI Международной научно-практической конференции. Казань, 25–26 ноября 2016 г. Казань: Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета, 2016. С. 257-264.

- Дворяткина С.Н., Смирнов Е.И., Щербатых С.В. Интеллектуальное сопровождение проектно-исследовательской деятельности школьников в гибридной среде обучения математике: монография. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2021. 209 с.
- Дворяткина С.Н., Смирнов Е.И., Щербатых С.В. К вопросу о развитии креативности обучаемых в гибридных интеллектуальных системах // Развитие креативности личности в современном мультикультурном пространстве. Сборник материалов Международной научно-практической конференции. Елец, 2020. С. 64-68.
- Зубова Е.А., Осташков В.Н., Смирнов Е.И. Критерии отбора исследовательских профессионально-ориентированных задач при обучении математике студентов технических вузов // Ярославский педагогический вестник. 2008. Т.57. № 4. С. 16-22.
- Карп Р. Комбинаторика, сложность, случайность. Лекции лауреатов премии Тьюринга. М.: Мир, 1993.
- Кельчевская Н.Р., Ширинкина Е.В. Интеграция образовательных и профессиональных стандартов в условиях реформирования: проблемы и пути решения // Университетское управление: практика и анализ. 2018. Т.22. №1. С.16-25.
- Кондаков А.М., Вавилова А.А., Григорьев С.Г. и др. Концепция совершенствования (модернизации) единой информационной образовательной среды, обеспечивающей реализацию национальных стратегий развития Российской Федерации // Педагогика. 2018. № 4. С. 98-125.
- Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Russia, Постмаркет, 2000.
- Мандельброт Б.Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.
- Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подласов А.В. Нелинейная динамика: подходы, результаты, надежды. М.: УРСС.2006.
- Монахов В.М., Тихомиров С.А. Системный подход к методическому раскрытию прогностического потенциала образовательных стандартов // Ярославский педагогический вестник. Серия психолого-педагогических наук. 2016. №6. С.117–126.
- Осташков В.Н., Смирнов Е.И. Синергия образования в исследовании аттракторов и бассейнов притяжения нелинейных отображений // Ярославский педагогический вестник. Серия психолого-педагогических наук. 2016. №6. С.146-157.
- Поддъяков А.Н. Методологические основы изучения и развития исследовательской деятельности // Исследовательская деятельность учащихся в современном образовательном пространстве. 2006. №1. С.61-75.
- Подготовка учителя математики: Инновационные подходы / Под ред. В.Д. Шадрикова. М.: Гардарики. 2002.
- Поддъяков А.Н. Психология обучения в условиях новизны, сложности, неопределенности // Психологические исследования. 2015. Т. 40. № 8. С. 6-10.
- Пригожин И. Неравновесная статистическая механика. М.: Изд-во «Мир», 1964.
- Синергетике – 30 лет. Интервью с профессором Г. Хакеном // Вопросы философии. 2000. № 3. С. 54.
- Сороко С.И. Индивидуальные стратегии адаптации человека в экстремальных условиях // Философия человека. 2012. Т.38. №6. С.78-86.
- Секованов В.С. Элементы теории дискретных динамических систем. С-Петербург: Лань, 2016.180 с.
- Смирнов Е.И. Активность и развитие интеллектуальных операций у школьников во взаимодействии физики и математики // Вестник развития науки и образования. 2013. №3. С. 25-50.
- Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога. Ярославль: Канцлер, 2012. 654 с.
- Смирнов Е.И., Богун В.В., Уваров А.Д. Синергия математического образования: Введение в анализ. Ярославль: Канцлер, 2016.

- Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 1997.
- Тихомиров С.А., Смирнов Е.И., Уваров А.Д. Синергия геометрических инвариантов двумерных многообразий на основе математического и компьютерного моделирования // Научно-методический журнал «Образовательные технологии и общество». 2020. Т.23. №1.С.61-67.
- Уваров А.Д., Смирнов Е.И., Смирнов Н.Е. Компьютерный дизайн нелинейного роста «площадей» нерегулярного цилиндра Шварца // Евразийское научное обозрение. 2017. Т.30. №8. С. 35-55.
- Шадриков В.Д. От индивида к индивидуальности. М.: Изд-во «Институт психологии РАН», 2009.
- Шадриков В.Д. Психология деятельности и способности человека. М.: Логос, 1996.
- Haken H. Principles of Brain Functioning. A Synergetic Approach to Brain Activity. Behavior and Cognition. Berlin. Springer, 1996.

**TECHNOLOGY FOR THE STUDY OF "PROBLEM AREAS" OF
SCHOOL MATHEMATICS BASED ON THE SUPPORT OF AN
INTELLIGENT HYBRID ENVIRONMENT**

Smirnov E. I. Dr. Sci. (Pedagogy), professor smiei@mail.ru Yaroslavl	Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinsky
Uvarov A. D. Dr. Sci. (Mathematics), professor smiei@mail.ru Yaroslavl	Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinsky

Abstract. The personality of the student has changed in the modern period in the direction of taking into account and realizing her interests, preferences and social activity. At the same time, the intensity of the information field, the development of sciences, effective applications of modern achievements in science are increases. Applications of fractal geometry, fuzzy sets and fuzzy logic, neural networks and artificial intelligence, the theory of information encoding and encryption, cellular automata, non-Euclidean geometries, Schwarz cylinder and cone, etc. to real life and high technology dictate the need for integration of science and education as a fundamental paradigm for the development of school mathematics education. Therefore, the *research problem* is as follows – what are the technologies for managing the educational processes of mastering mathematics by schoolchildren based on the support of hybrid intelligent systems during the study of level-level complex knowledge. The solution of this problem can give a powerful motivational charge to the study of mathematical disciplines and their applications based on the adaptation of modern scientific achievements; as results. The interest in mastering mathematics will increase with real development of theoretical and empirical thinking (comparison, analogy, analysis, synthesis, etc.) and scientific potential, creativity and self-organization of the student will be increased. The *methods* of solving the problem of modern achievements adapting in science to school education are justified by using the following position. There are mathematical and computer modeling tools; updating the experience and motivation of schoolchildren in mastering complex knowledge based on visual modeling and experimental mathematics; founding the experience of the individual during the

identification and research of "problem areas" in the content, technologies and personal perception of mathematical education. It could be the theoretical methods (analysis, synthesis, complex knowledge; the need for cultures dialogue and diversification of student's interests. *Results:* the article develops the technology and stages of effective intellectual management of research activities for each student in the conditions of goal-setting multiplicity of complex knowledge generalized constructs. It will be presented the creation of rich information and educational environment, the deployment of hierarchical bases and complexes of multi-stage mathematical and informational research tasks, the availability of effective feedback and monitoring of scientific potential growth of each student. The technology implementation for the study of fractal characteristics of polyhedral surfaces of Schwartz cylinder, the lateral surface of the cone is presented. The results were obtained using the information environments Qt Creator, GeoGebra, MathCad. The prospects of the research are related to the phenomenon actualization of synergetic effects manifestation, the development of scientific potential and self-organization of schoolchildren in mathematics development, digital transformation and actualization of complex level knowledge in saturated information and educational environment of hierarchical research activities deployment (including based on adaptation of modern achievements in science).

Keywords: mathematical education, symbiosis of mathematical and computer modeling, hybrid intelligent systems, Schwarz cylinder.

References

- Asmolov, A. G., Guseltseva, M. S. (2019). On the value sense of socio-cultural modernization of education: from reforms to reformation. *Bulletin of the Russian State Humanitarian University, 1*, 18–43. (In Russ., abstract in Eng.)
- Bonetskaya, N. K. (1993). M.M. Bakhtin and traditions of Russian philosophy. *Questions of philosophy, 1*, 83-93. (In Russ.)
- Dvoryatkina, S. N., Evteev, V. S. (2017). Features of Mathematics Training Technology Based on the Dialogue of Cultures in the System of Specialized Humanities Education. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin, 6*, 123-129. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dvoryatkina, S. N., Lopukhin, A.M. (2016). Conceptual model of mathematics education synergy in the context of the dialogue of cultures: methodological and substantive aspects. *Matematicheskoe obrazovanie v shkole i vuze: teoriya i praktika (MATHEDU-2016): materialy VI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii.* (pp. 257-264). Kazan': Izdatel'stvo Kazanskogo (Privolzhskogo) federal'nogo universiteta. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dvoryatkina, S. N., Smirnov, E. I., Shcherbatyh, S.V. (2021). *Intellectnoe soprovozhdenie proektno-issledovatel'skoj deyatel'nosti shkol'nikov v gibridnoj srede obucheniya matematike: monografiya.* Yelets. (In Russ.)
- Dvoryatkina, S. N., Smirnov, E. I., Shcherbatyh, S. V. (2020). K voprosu o razvitanii kreativnosti obuchaemykh v gibridnykh intellektual'nykh sistemah [To the question of the development of the Creativity of Students in Hybrid Intellectual Systems]. *Razvitanie kreativnosti lichnosti v sovremennom mul'tikul'turnom prostranstve. Materialy Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii* (pp. 64-68). Yelets, 2020 (In Russ., abstract in Eng.)
- Haken, H. (1996). *Principles of Brain Functioning. A Synergetic Approach to Brain Activity. Behavior and Cognition.* Berlin. Springer.
- Karp, R. (1993). *Combinatorics, complexity, randomness. Lectures by Turing Prize winners.* Moscow: Mir. (In Russ.)
- Kelchevskaya, N. R., Shirinkina, E. V. (2018). Integration of educational and professional standards in the context of reform: problems and solutions. *University management: practice and analysis, 22(1)*, 16-25. (In Russ., abstract in Eng.)

- Kondakov, A. M., Vavilova, A. A., Grigoriev, S. G. et al. (2018). The concept of improving (modernizing) a single information educational environment that ensures the implementation of national development strategies of the Russian Federation. *Pedagogy*, 4, 98-125. (In Russ., abstract in Eng.)
- Kronover, R. M. (2000). *Fractals and chaos in dynamical systems. Fundamentals of theory*. Moscow: Postmarket. (In Russ.)
- Malinetsky, G. G., Potapov, A. B., Podlasov, A. V. (2006). *Nelinejnaya dinamika: podhody, rezul'taty, nadezhdy*. Moscow: URSS. (In Russ.)
- Mandelbrot, B. B. (2002). *Fraktal'naya geometriya prirody*. Moscow: Institut komp'yuternyh issledovaniy. (In Russ.)
- Monakhov, V. M., Tikhomirov, S. A. (2016). Systematic approach to the methodological disclosure of the prognostic potential of educational standards. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 6, 117-126. (In Russ., abstract in Eng.)
- Ostashkov, V. N., Smirnov, E. I. (2016). Synergy of education in the study of attractors and pools of attraction of nonlinear maps. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin. Series of psychological and pedagogical sciences*, 6, 146-157. (In Russ., abstract in Eng.)
- Poddyakov, A. N. (2006). Methodological foundations of study and development of research activities. *Research activities of students in the modern educational space*, 1, 61-75. (In Russ., abstract in Eng.)
- Poddyakov, A. N. (2015). Psychology of learning in conditions of novelty, complexity, uncertainty. *Psychological research*, 8(40), 6-10. (In Russ., abstract in Eng.)
- Podgotovka uchitelya matematiki: Innovacionnye podhody*. Ed. V.D. Shadrikova. Moscow: Gardariki. 2002. (In Russ.)
- Prigogin, I. (1964). *Neravnovesnaya statisticheskaya mekhanika*. Moscow: Mir. (In Russ.)
- Sekovanov, V. S. (2016). *Elementy teorii diskretnyh dinamicheskikh sistem*. St. Petersburg. (In Russ.)
- Shadrikov, V. D. (1996). *Ot individa k individual'nosti*. Moscow: Logos. (In Russ.)
- Smirnov, E. I. (2013). Activity and development of intellectual operations among schoolchildren in the interaction of physics and mathematics. *Bulletin of the development of science and education*, 3, 25-50. (In Russ., abstract in Eng.)
- Smirnov, E. I. (2012). *Fundirovanie opyta v professional'noj podgotovke i innovacionnoj deyatel'nosti pedagoga*. Yaroslavl. (In Russ.)
- Smirnov, E. I., Bogun, V. V., Uvarov, A. D. (2016). *Synergy of mathematical education: Introduction to analysis*. Yaroslavl: Chancellor. (In Russ.)
- Smirnov, E. I. Technology of visual and model mathematics training. *Yaroslavl. Publishing House of YAGPU*, 1997. (In Russ.)
- Soroko, S. I. (2012). Individual strategies for human adaptation in extreme conditions. *Human philosophy*, 38(6), 78-86. (In Russ., abstract in Eng.)
- Synergetics - 30 years. Interview with Professor G. Haken. *Questions of philosophy*, 2000, 3, 54.
- Tikhomirov, S. A., Smirnov, E. I., Uvarov, A. D. (2020). Synergy of geometric invariants of two-dimensional manifolds based on mathematical and computer modeling. *Scientific and methodological journal "Educational Technologies and Society"*, 23(1), 61-67. (In Russ., abstract in Eng.)
- Uvarov, A. D., Smirnov, E. I., Smirnov, N. E. (2017). Computer design of non-linear growth of the "areas" of the irregular Schwartz cylinder. *Eurasian Scientific Review*, 30(8), 35-55. (In Russ., abstract in Eng.)
- Verbitsky, A. A. (1991). *Aktivnoe obuchenie v vysshej shkole: kontekstnyj podhod*. Moscow: Higher School. (In Russ.)
- Zubova, E. A., Ostashkov, V. N., Smirnov, E. I. (2008). Criteria for the selection of research professional-oriented problems in teaching mathematics to students of technical universities. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 57(4), 16-22. (In Russ., abstract in Eng.)

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI: 10.24888/2500-1957-2022-3-59-68

УДК
378.51

ФОРМИРОВАНИЕ ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ СРЕДСТВАМИ МАТЕМАТИКИ НА НЕПРОФИЛЬНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ ПОДГОТОВКИ

Артюхина Мария Сергеевна
к.п.н., доцент
marimari07@mail.ru
г. Арзамас

Национальный исследовательский
Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского

Аннотация. Определяющим условием успешной профессиональной деятельности является сформированность всех видов компетенций (универсальных, общепрофессиональных и профессиональных), как основы профессиональной подготовки. Следует отметить, что значительный особый потенциал для формирования универсальных и общепрофессиональных компетенций для обучающихся на непрофильных направлениях подготовки, имеется у дисциплин математического цикла. К непрофильным направлениям подготовки относятся специальности, характер деятельности которых требует определенной математической подготовки, но она не определяет сущность будущей профессиональной работы (гуманитарные, педагогические, медицинские и пр.). Анализ научно-методической литературы и экспериментальная работа позволила разработать технологию обучения математическим дисциплинам на основе интерактивного обучения, выступающего как внутренний ресурс и главное условие для развития математической компетентности как составной части общепрофессиональной и профессиональной компетенций, и самоактуализации личности как составной части универсальной компетенции бакалавров на основе интерактивной модели обучения. Технология интерактивного обучения математике представлена тремя основополагающими компонентами: научный, содержательный, процессуальный. Процессуально-действенный компонент технологии есть сам процесс осуществления деятельности, алгоритм действий, последовательность и порядок функционирования и изменения всех его компонентов, в том числе объектов и субъектов деятельности, и предполагает несколько этапов: проективный, диагностический, операционный, оценочно-коррекционный, обобщающе-преобразующий. Для реализации технологии интерактивного обучения был разработан курс «Основания математики» для обучающихся на гуманитарных направлениях подготовки. Профильная направленность курса реализуется посредством контекстного содержания. Формирование универсальных и общепрофессиональных компетенций обучающихся реализуется посредством интерактивной модели обучения математике, а формирование профессиональных компетенций реализуется за счет контекстного содержания.

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Одним из эффективных методов обучения является работа над образовательным web-квестом, одним из основных этапов которого, является защита индивидуального или группового проекта.

Ключевые слова: математические дисциплины, интерактивное обучение, профессионально-значимый проект.

Введение

Основным условием будущей успешной профессиональной деятельности обучающихся является сформированность всех видов компетенций. В настоящее время в условиях применения инновационных методов преподавания, а также активного использования цифровой образовательной среды актуальным является поиск новых приемов и методов формирования универсальных, профессиональных и общепрофессиональных компетенций. Следует отметить, что значительный потенциал для формирования универсальных и общепрофессиональных компетенций для обучающихся на непрофильных направлениях подготовки имеется у дисциплин математического цикла. К непрофильным направлениям подготовки относятся специальности, характер деятельности которых требует определенной математической подготовки, но она не определяет сущность будущей профессиональной работы (гуманитарные, педагогические, медицинские и пр. направления подготовки). Математическое образование здесь ориентировано не только на изучение математической науки как таковой, но и на интеллектуальное воспитание и развитие личности, необходимое для полноценного функционирования человека в современном обществе, а также быть компетентной в профессиональной деятельности. Особенности математического образования позволяют выстроить целостный процесс развития личности обучающегося, так как математика является наиболее универсальным инструментом познания окружающего мира. Математическое образование формирует важные для жизни и профессиональной деятельности качества личности обучаемых, такие как настойчивость в достижении цели, упорство, трудолюбие, аккуратность, целостное видение проблемы. Изучение математики требует постоянного напряжения внимания, развивает способность сосредотачиваться на выполняемых действиях. Место математики в системе наук, универсальность ее методов определяют ее особую роль в создании условий для формирования научного мировоззрения обучаемых. Представляя общенаучный метод познания, математика показывает единство научной картины материального мира. В системе гуманитарных наук математическое образование занимает особое место, поскольку использует аппарат математики для обработки своих данных, а также применяет ее методы, модели для построения теорий и изучения явлений окружающего мира. Математическое образование формирует обобщенную, научно обоснованную систему представлений, взглядов на природу, общество, мышление. Но, в то же время, математическая подготовка для гуманитариев выступает личностным барьером, преодоление которого предстает как внутренний ресурс и главное условие для развития личности студента (Artyukhina, 2019).

Обзор литературы

Анализ исследований и публикаций, посвященных проблемам математического образования студентов непрофильных направлений подготовки, показывает, что нет единого подхода к их обучению в вузе:

– ориентированность математического содержания на профессиональную направленность обучающихся в контексте агрономии (Гольшева, 2020; Збинякова, 202), в контексте химии (Абраменкова, 2019), в контексте медицины (Чуяко, 2022; Кушнер, 2020; Дмитриева, 2018; Шмонова, 2018), в контексте педагогики (Лещенко, 2020, Ульяницкая, 2018), в контексте экономики (Никаноркина, 2018) и т. д.;

– использование электронного обучения и цифрового контента при обучении математике (Карманова, 2021; Кремер, 2021; Гусева, 2022; Кобанова, 2022; Smirnov, 2020; Dvoryatkina, 2021;) и т. д.;

– применение современных технологий обучения математическим дисциплинам на непрофильных направлениях подготовки в высшей школе (Дворяткина, Лопухин, 2020; Sanina, 2018) и т. д.

Несмотря на имеющиеся исследования, возникает необходимость разнообразия методов обучения математике обучающихся на непрофильных направлениях подготовки в связи с ориентацией на новые образовательные цели. В то же время наблюдается изменение роли математических знаний и способов деятельности для отдельных гуманитарных специальностей, где математика приобретает профессионально значимый характер. Необходим синтез традиционных форм обучения, современных информационных технологий и инновационных методов обучения для создания нового подхода к совершенствованию математического образования. Выполнению учебных заданий следует придать дополнительные стимулы и смыслы. Учебное познание необходимо выразить в таких формах деятельности, которые были бы привлекательны для обучающихся, созвучны их внутренним устремлениям. Для решения возникающих мотивационных проблем важно создание интерактивной модели обучения. Необходимо формирование особого пространства взаимодействия субъектов деятельности, в котором каждый активно включается в коллективный поиск истины, высказывает, аргументирует свою точку зрения, уважительно отстаивает свою позицию. Это предполагает коммуникативный подход к обучению и основывается на сотрудничестве и сотворчестве. Важным фактором организации обучения бакалавров становится организация открытой образовательной среды вуза (Artyukhina, 2021).

Результаты

Анализ научно-методической литературы и экспериментальная работа позволила разработать технологию обучения математическим дисциплинам, на основе интерактивного обучения, выступающего как внутренний ресурс и главное условие для развития математической компетентности (как составной части общепрофессиональной и профессиональной компетенций) и самоактуализации личности (как составной части универсальной компетенции) бакалавров на основе интерактивной модели обучения.

Технология интерактивного обучения математике представлена тремя основополагающими компонентами: научный, содержательный, процессуальный. Научный компонент технологии определяет закономерности влияния интерактивных технологий обучения в цифровой образовательной среде через диалог культур, педагогическую интеракцию и индивидуальную активность и направлен на решение проблемы самоактуализации личности бакалавров в процессе математического образования. Содержательный компонент технологии включает равнозначные цели обучения математическим дисциплинам (личностно-ценностные и профессионально-значимые), контекстное содержание, активные и наглядные методы обучения, интерактивные средства обучения, новый уровень взаимодействия обучающихся и действия педагогов, как педагогическая интеракция, образованная триадой: диалог – информационные и коммуникационные технологии – индивидуальная активность. Процессуально-действенный компонент технологии есть сам процесс осуществления деятельности, алгоритм действий, последовательность и порядок функционирования и изменения всех его компонентов, в том числе объектов и субъектов деятельности, и предполагает несколько этапов: проективный, диагностический, операционный, оценочно-коррекционный, обобщающе-преобразующий.

Представим подробнее каждый этап технологии интерактивного обучения математике в цифровой образовательной среде.

Проективный этап связан с конструированием содержательной составляющей интерактивного обучения математике, анализом стандарта, учебных планов, технологической составляющей открытой образовательной среды вуза и разработкой методических материалов. Проективный этап характеризуется планированием результатов

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

обучения математике как диагностично и операционально выраженных целей обучения, определением проблемных точек и затруднений в потребности к самоактуализации в процессе обучения математике. Личностно-ценностные цели обучения математике представлены набором универсальных компетенций (поиск, критический анализ и синтез информации; применение системного подхода для решения поставленных задач; определение круга задач в рамках поставленной цели и выбор оптимального способа их решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений; взаимодействие в командной работе; деловая коммуникация), коррелирующих с компонентным составом самоактуализации личности.

Диагностичный этап позволяет скорректировать цели обучения математике в соответствие с профильной направленностью, количеством зачетных единиц, личностными особенностями и подобрать оптимальное содержание. На данном этапе оценивается математическая подготовка студентов, остаточные знания по математике, проявляется повышенное внимание к развитию студентов и выявлению особенностей и предпочтений в мыслительных процессах, мотивации и рефлексии, креативности, исследовательской, самостоятельной и коммуникативной деятельности студентов. Здесь осуществляется сбор данных и освоение пакетов психодиагностических методик измерения динамики развития личностных процессов в когнитивной и аффективной областях.

Операционный этап характеризуется оптимально выбранными формами, методами, приемами учебно-познавательной деятельности обучающихся, направленных на самоактуализацию личности. На данном этапе осуществляется подбор математического содержания. Выстраивается и организуется диалоговая модель обучения в соответствии с имеющимися средствами обучения (технический аспект). Основными методами интерактивного обучения математике являются активные методы обучения и использование образовательных web-квестов, контекстные технологии и e-learning обучение, групповые проектные методы обучения. Определяющими формами интерактивного обучения математике являются проблемные лекции, case-study, семинары, дистанционные дискуссионные форумы. Возможности цифровой предметной среды выступают ключевым в подборе методов, форм и средств обучения математике.

Оценочно-коррекционный этап характеризуется непрерывной диагностикой результатов обучения и позволяет осуществлять контроль, самоконтроль, корректирование организации учебно-познавательной деятельности студентов. Новые образовательные результаты обучения изменяют структуру, содержание, формы и средства диагностики и оценки качества математической подготовки. Аттестационные и оценочные материалы при интерактивном обучении математике в вузе дополняются тестовыми заданиями по основным разделам математики, задачами реальной математики из профессиональной сферы, исследовательскими проектами с результатами публичной защиты. В формировании самооценки и рефлексии учебно-познавательной деятельности обучающихся используется технология портфолио.

Средства текущей аттестации при интерактивном обучении математике трансформируются в инновационные формы: контекстные задачи, компьютерные учебно-деловые игры, выступление на научных конференциях, публикации, публичные защиты, интернет-олимпиады, синквейны. Средства промежуточной аттестации наполняются новыми типами: тестовые и контрольные задания по темам, зачет, экзамен, защита практико-значимых работ.

Обобщающе-преобразующий этап характеризуется последующим переносом полученных математических знаний на различные предметные области. Применение полученных знаний при подготовке выпускных квалификационных работ. Самообразование и совершенствование математических знаний, последующее участие в семинарах, научных конференциях и олимпиадах после изучения математических дисциплин.

Для реализации разработанной технологии интерактивного обучения был разработан курс «Основания математики» для обучающихся на гуманитарных направлениях подготовки.

Профильная направленность курса реализуется посредством контекстного содержания. Формирование универсальных и общепрофессиональных компетенций обучающихся реализуется посредством интерактивной модели обучения математике, а формирование профессиональных компетенций реализуется за счет контекстного содержания. Одним из эффективных методов обучения является работа на образовательных web-квестом, одним из основных этапов которого, является защита индивидуального или группового проекта.

Приведем пример, организации профессионально-значимого проекта в процессе интерактивного обучения математике на экономических направлениях подготовки, где наряду с формированием математической составляющей, отрабатываются ряд общепрофессиональных и профессиональных компетенций, а также осуществляется личностный обучающихся.

Обучающимся предлагается образовательный математический web-квест по разделу «Интегральное исчисление». Образовательный web-квест состоит из нескольких разделов, ключевым результатом прохождения квеста, является защита проекта на тему «Интегральное исчисление в экономике». В рамках которого обучающиеся самостоятельно подбирают экономическое задание, решение которого основано на интегральном исчислении. Примером экономической задачи: «Зная формулу изменения производительности труда в течение дня, рассчитать дневную выработку за рабочий день продолжительностью 8 часов и провести экономический анализ». Защита проекта включает несколько компонентов:

1. Подготовка глоссария, поясняющего математические и экономические термины и формулы. Представления разработанного глоссария в электронном виде для обсуждения обучающимися и педагогами (математических и спец. дисциплин);

2. Решение поставленной задачи математическими методами, возможно несколько способов решения. Использование информационных технологий для решения математической модели задачи (математические пакеты, графические и динамические среды, online и offline сервисы);

3. Индивидуальное или групповое выступление, раскрывающее этапы работы, основные и полученные результаты (математическое решение и соответствующее экономическое обоснование полученных результатов, рис. 1), в том числе с применением дистанционных технологий;

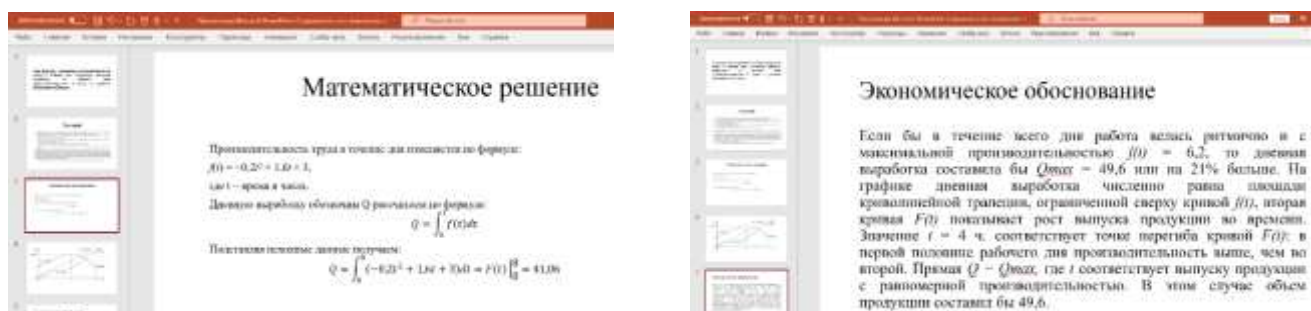


Рис. 1. Пример демонстрации студенческого проекта

4. Обсуждение полученных результатов (обучающиеся, педагоги, с возможностью присутствия работодателей) и оценка, в том числе самоанализ и рефлексия.

Таким образом, реализация интерактивного обучения математике, с помощью защиты профессионально-значимого математического проекта в курсе математического анализа на экономических направлениях подготовки, позволяет сформировать и оценить ряд компетенций:

– общепрофессиональные компетенции: решать стандартные задачи профессиональной деятельности с применением информационных технологий; осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач; выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

с поставленной задачей; анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы;

– профессиональные компетенции: анализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических показателей; рассчитывать экономические показатели; обосновывать и интерпретировать результаты расчетов; использовать современные технические средства для расчета показателей; использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии.

Защита профессионально-ориентированных проектов является элементом интерактивного обучения математика и может быть представлена как вид промежуточной или итоговой аттестации по предмету.

Заключение

Разработанная технология интерактивного обучения математике интегрирует в себе педагогическую интеракцию, практико-ориентированное содержание и обучение в информационно-образовательной среде, позволяет формировать систему компетенций, соответствующих направленности и профилю подготовки, а также оказывает на личностный рост и самоактуализацию обучающихся.

Список литературы

- Абраменкова Ю.В. Организация профессионально ориентированного обучения математике студентов химических факультетов // Актуальные проблемы математического образования в школе и вузе: материалы X международной научно-практической конференции, Барнаул, 24–25 октября 2019 года. Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2019. С. 66-73.
- Гольшева С.П. Применение математического моделирования в профессионально ориентированном обучении математике студентов в аграрном вузе // Педагогический журнал. 2020. Т. 10. № 4А. С. 289-300.
- Гусева О.С., Корпусов О.М., Залетов А.Б. Структура дистанционного курса «Математика» в медицинском вузе // Тверской медицинский журнал. 2022. № 4. С. 148-149.
- Дворяткина С.Н., Лопухин А.М. Кейс-технологии в обучении математике как механизм развития вероятностного стиля мышления будущих специалистов в области экономики // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2020. № 1(17). С. 16-23.
- Дмитриева М.Н. Интеграция методов обучения студентов при изучении математики в медицинском вузе // Виртуальная реальность современного образования: идеи, результаты, оценки: Материалы международной Интернет-конференции, Москва, 08–11 октября 2018 года / Под общей редакцией М.Е. Вайндорф-Сысоевой. М.: МПГУ, 2019. С. 56-61.
- Збинякова М.В. Профессионально - ориентированное обучение математике и информатике на факультете СПО в аграрном университете // Теории, школы и концепции устойчивого развития науки в современных условиях: сборник статей Международной научно-практической конференции, Калуга, 20 мая 2021 года. Уфа: «Аэтерна», 2021. С. 168-172.
- Карманова А.В., Третьякова Н.В. Создание электронного контента по математике с использованием визуализации для дистанционного и смешанного обучения в вузе // Современные проблемы науки и образования. 2021. № 1. С. 24-32.
- Кобанова А. С. Методы и приемы дистанционного обучения математике // Интернаука. 2022. № 1-2(224). С. 10-11.
- Кремер Н.Ш., Фридман М.Н. Опыт дистанционного обучения в вузе по математике: от кейсовых технологий к электронным учебным комплексам Фридман // Современная математика и концепции инновационного математического образования. 2021. Т. 8. № 1. С. 326-335.

- Кушнер А.С. Профессионально ориентированное обучение математики в медицинском прединституте // Гуманитарный трактат. 2020. № 86. С. 10-14.
- Лещенко Л.В., Гостевич Т.В. Профессионально-ориентированное обучение математике студентов специальности «начальное образование» // Начальное образование: актуальные вопросы, эффективные образовательные практики и инновации: Сборник статей международной научно-практической конференции, Могилев, 29 октября 2020 года / Под общей редакцией Н.М. Демьянович. Могилев: Могилевский государственный областной институт развития образования, 2020. С. 267-269.
- Никаноркина Н.В., Алмазова Т.А. Использование профессионально-ориентированных задач в обучении математике студентов экономических вузов Алмазова // Калужский экономический вестник. 2018. № 3. С. 75-80.
- Ульяницкая Т.В. Методическое обеспечение профессионально ориентированного обучения математике будущих учителей начальной школы // Общество: социология, психология, педагогика. 2018. № 2. С. 104-106.
- Чуяко Е.Б. Профессионально ориентированное обучение математике студентов медицинских вузов // Тенденции развития науки и образования. 2022. № 87-6. С. 31-35.
- Шмонова М.А. Формирование профессиональной компетентности студентов медицинских вузов в процессе обучения математике // Ярославский педагогический вестник. 2018. № 2. С. 88-94.
- Artyukhina M. Organization of e-learning mathematics at the university / Artyukhina M., Erokhina T., Voronko T., Savadova A., Cherkassky P. // EDULEARN19 11th International Conference on Education and New Learning Technologies (1-3 July, 2019 Palma, Mallorca, Spain). Published by IATED Academy, 2019. P. 5019 – 5023.
- Artyukhina M., Bataeva Ya., Voronko T., Mitrokhina S., Udovenko L. Self-Educational Activity Formation Of University Students In Teaching Mathematics In Digital // European Proceedings of Social and Behavioural Sciences. 2021. P. 85-90.
- Artyukhina M. Educational web quests in mathematics as an element of the digital educational environment / Artyukhina M., Artyukhin O., Napalkov S., Abramova O. // EDULEARN21 13th International Conference on Education and New Learning Technologies (5-6 Jule, 2021). Published by IATED Academy, 2021. P. 8570 – 8573.
- Artyukhina M. Formation of self-organization as condition of personal development of trainee in digital educational environment / Artyukhina M., Nesterova L., Chekaleva E., Mitrokhina S., Krivopustova N., Abramova O. // ICERI2021 14th International Conference on Education, Research and Innovation (8-9 November, 2021). Published by IATED Academy, 2021. P. 2392 – 2396.
- Artyukhina M., Sanina E., Frolov I., Zhiganova O. The theory and technique of interactive training in mathematics at the higher school // INTED2018 12th International Technology, Education and Development Conference (5-7 March, 2018 Valencia, Spain). Published by IATED Academy, 2018. P. 7946 – 7950.
- Dvoryatkina S. N., Zhuk L.V., E. I. Smirnov E. I. [et al.] Open Innovation Model of Student's Research Activities // Journal of Teacher Education for Sustainability. 2021. Vol. 23. No 2. P. 77-90.
- Smirnov E.I., Dvoryatkina S.N., Shcherbatykh S.V. Intellectual management in mathematical modeling of students' research activities // CONTINUUM. MATHS Informatics in Education. 2020. Vol. 19. No. 3. P. 48-61.

**FORMATION OF GENERAL PROFESSIONAL AND PROFESSIONAL
COMPETENCIES OF STUDENTS BY MEANS OF MATHEMATICS IN
NON-CORE AREAS OF TRAINING**

Artyukhina M. S. | National Research Lobachevsky State
Dr. Sci. (Pedagogy), associate professor | University of Nizhni Novgorod
marimari07@mail.ru
Arzamas

Abstract. The defining condition for successful professional activity is the formation of all types of competencies (universal, professional and general professional) as the basis of professional training. It should be noted that the disciplines of the mathematical cycle have a significant special potential for the formation of universal and general professional competencies for students in non-core areas of training (humanities, pedagogical, medical, etc. areas of training). Non-core areas of training include specialties whose nature of activity requires a certain mathematical training, but it does not determine the essence of future professional work. The analysis of scientific and methodological literature and experimental work made it possible to develop a technology for teaching mathematical disciplines based on interactive learning, acting as an internal resource and the main condition for the development of mathematical competence (as an integral part of general professional and professional competencies) and self-actualization of personality (as an integral part of universal competence) of bachelors based on an interactive learning model. The technology of interactive teaching mathematics is represented by three fundamental components: scientific, substantive, procedural. The process-effective component of technology is the very process of carrying out activities, the algorithm of actions, the sequence and order of functioning and changes of all its components, including objects and subjects of activity, and involves several stages: projective, diagnostic, operational, evaluative-correctional, generalizing-transforming. To implement the developed technology of interactive learning, the course "Foundations of Mathematics" was developed for students in the humanities. The profile orientation of the course is realized through contextual content. The formation of universal and general professional competencies of students is realized through an interactive model of teaching mathematics, and the formation of professional competencies is realized through contextual content. One of the effective methods of teaching is working on educational web-quest, one of the main stages of which is the protection of an individual or group project

Keywords: mathematical disciplines, interactive learning, professionally significant project.

References

- Abramenkova, Ju. V. (2019). Organizacija professional'no orientirovannogo obuchenija matematike studentov himicheskikh fakul'tetov [Organization of professionally oriented teaching of mathematics to students of chemical faculties]. *Aktual'nye problemy matematicheskogo obrazovanija v shkole i vuze: materialy X mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii* (pp. 66-73) Barnaul: Altajskij gosudarstvennyj pedagogicheskij universitet. (In Russ., abstract in Eng.)

- Artyukhina, M., Erokhina, T., Voronko, T., Savadova, A., Cherkassky, P. (2019). Organization of e-learning mathematics at the university. *EDULEARN19 11th International Conference on Education and New Learning Technologies* (pp. 5019 – 5023). Published by IATED Academy.
- Artyukhina, M., Bataeva, Ya., Voronko, T., Mitrokhina, S., Udovenko, L. (2021). Self-Educational Activity Formation Of University Students In Teaching Mathematics In Digital. *European Proceedings of Social and Behavioural Sciences*, 17, 85-90.
- Artyukhina M., Artyukhin O., Napalkov S., Abramova O. (2021). Educational web quests in mathematics as an element of the digital educational environment. *EDULEARN21 13th International Conference on Education and New Learning Technologies* (pp. 8570 – 8573). Published by IATED Academy.
- Artyukhina, M., Nesterova, L., Chekaleva, E., Mitrohina, S., Krivopustova, N., Abramova, O. (2021). Formation of self-organization as condition of personal development of trainee in digital educational environment. *ICERI2021 14th International Conference on Education, Research and Innovation* (pp. 2392 – 2396). Published by IATED Academy.
- Chujako, E. B. (2022). Professional'no orientirovannoe obuchenie matematike studentov medicinskih vuzov. *Tendencii razvitija nauki i obrazovanija*, 87-6, 31-35. (In Russ., abstract in Eng.).
- Dmitrieva, M. N. (2019). Integracija metodov obuchenija studentov pri izuchenii matematiki v medicinskom vuze. *Virtual'naja real'nost' sovremennogo obrazovanija: idei, rezul'taty, ocenki: Materialy mezhdunarodnoj Internet-konferencii*. (pp. 56-61). Moscow: MPGU. (In Russ.).
- Dvoryatkina, S. N., Lopukhin, A. M (2020). Case technologies in teaching mathematics as a mechanism for the development of a probabilistic style of thinking of future specialists in the field of economics. *Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie*, 17 (1), 6-23. (In Russ., abstract in Eng.)
- Dvoryatkina S. N., Zhuk L.V., E. I. Smirnov E. I. [et al.] (2021). Open Innovation Model of Student's Research Activities. *Journal of Teacher Education for Sustainability*, 23(2), 77-90.
- Golysheva, S. P. (2020). Application of mathematical modeling in professionally oriented teaching of mathematics to students in an agrarian university. *Pedagogical journal*, 10 (4A), 289-300. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.34670/AR.2020.74.72.091
- Guseva, O. S. (2022). Struktura distancionnogo kursa «matematika» v medicinskom vuze. *Tverskoj medicinskij zhurnal*, 4, 148-149. (In Russ., abstract in Eng.)
- Karmanova, A. V., Tretyakova, N. V. (2021). Creation of electronic content on mathematics using visualization for distance and mixed learning at the university. *Modern problems of science and education*, 1, 24-32. DOI: 10.17513/spno.30510 (In Russ., abstract in Eng.).
- Kobanova, A. S. (2022). Methods and techniques of distance learning in mathematics. *Internauka*, 1-2(224), 10-11. (In Russ., abstract in Eng.)
- Kremer, N. Sh. Fridman, M. N. (2021). University distance learning experience in mathematics: from the case technologies to the electronic educational complex. *Modern mathematics and concepts of innovative mathematical education*, 8(1), 326-335. (In Russ., abstract in Eng.).
- Kushner, A. S. (2020). Professional'no orientirovannoe obuchenie matematiki v medicinskom preduniversarii. *Gumanitarnyj traktat*, 86, 10-14. (In Russ., abstract in Eng.)
- Leshhenko, L. V., Gostevich T. V. (2020). Professional'no-orientirovannoe obuchenie matematike studentov special'nosti «nachal'noe obrazovanie» [Professionally-oriented teaching of mathematics to students of the specialty "primary education"]. *Nachal'noe obrazovanie: aktual'nye voprosy, jeffektivnye obrazovatel'nye praktiki i innovacii: Sbornik statej mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii* (pp. 267-269) Mogilev: Mogilevskij gosudarstvennyj oblastnoj institut razvitija obrazovanija. (In Russ., abstract in Eng.)
- Nikanorkina, N. V., Almazova, T. A. (2018). Ispol'zovanie professional'no-orientirovannyh zadach v obuchenii matematike studentov jekonomicheskikh vuzov. *Kaluzhskij jekonomicheskij vestnik*, 3, 75-80. (In Russ., abstract in Eng.).

- Sanina, E. Artyukhina, M., Frolov, I., Zhiganova, O. (2018). The theory and technique of interactive training in mathematics at the higher school. *INTED2018 12th International Technology, Education and Development Conference* (pp. 7946 – 7950). Published by IATED Academy.
- Shmonova, M. A. (2018). Professional Orientation of Mathematics Teaching for Medical Students as a Means of Forming the Mathematical Component of Their Professional Competence. *Yaroslavl Pedagogical Bulletin*, 2, 88-94. (In Russ., abstract in Eng.)
- Smirnov E. I., Dvoryatkina S. N., Shcherbatykh S. V. (2020). Intellectual management in mathematical modeling of students' research activities. *CONTINUUM. MATHS Informatics in Education*, 19(3), 48-61.
- Ul'janickaja, T. V. (2018). Instructional support for professionally oriented mathematics training of future primary school teachers. *SOCIETY: SOCIOLOGY, PSYCHOLOGY, PEDAGOGY*, 2, 104-106. (In Russ., abstract in Eng.)
- Zbinjakova, M. V. (2021). Professional'no - orientirovannoe obuchenie matematike i informatike na fakul'tete SPO v agrarnom universitete [Professionally - oriented teaching of mathematics and computer science at the Faculty of Vocational Education at the Agrarian University]. *Teorii, shkoly i koncepcii ustojchivogo razvitiya nauki v sovremennyh usloviyah: sbornik statej Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii* (pp. 168-172). Ufa: «Ajeterna». (In Russ., abstract in Eng.)

УДК
372.8:514.7

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСТОРИЧЕСКОЙ КОМПОНЕНТЫ В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ НЕКОТОРЫМ РАЗДЕЛАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Игнатушина Инесса Васильевна

д.п.н., доцент
streleec@yandex.ru
г. Оренбург

Зубова Инна Каримовна

к.ф.-м.н., доцент
zubova-inna@yandex.ru
г. Оренбург

Оренбургский государственный
педагогический университет

Оренбургский государственный
университет

Аннотация. В статье рассмотрен один из подходов к использованию историко-математических сведений в преподавании математического анализа. Авторы считают, что в процессе изучения различных разделов этой дисциплины сведения из истории математики могут и должны служить средством помощи обучающимся в усвоении учебного материала. Представлен практический опыт авторов, связанный с применением таковых сведений в изложении некоторых разделов математического анализа, в частности, показаны дидактические и воспитательные аспекты использования сведений по истории формирования теории рядов. Изложенные конкретные примеры взяты из практики многолетнего преподавания математических дисциплин в техническом и педагогическом вузах. Опыт работы и результаты экспериментов демонстрируют успешность введения сведений из истории науки в процесс преподавания. Благодаря ему студенты знакомятся с различными моментами развития того или иного раздела математики, быстрее осмысливают значение рассматриваемых в курсе теоретических вопросов для практики, легче воспринимают новый для себя учебный материал, а также знакомятся с научным творчеством классиков математической науки, что, немаловажно для человека, получающего математическое образование.

Ключевые слова: использование историко-научных сведений в преподавании математики.

Введение

Математический анализ — одна из важнейших дисциплин, преподаваемых на физико-математических и технических факультетах. В то же время это одна из труднейших дисциплин для студентов первого курса, которые в начале обучения нередко встречаются с совершенно непривычным подходом уже к первым понятиям математического анализа. В связи с этим необходимо постоянно, начиная с первых занятий, отмечать и доказывать, что и эти, и все более сложные понятия математики не придуманы для каких-то неясных целей. Решение всё новых и новых задач, встававших перед учеными на разных этапах развития науки и техники, неизбежно приводили к введению новых математических понятий. Обоснование результатов многих гениальных догадок нередко требовало многолетней работы, в ходе которой и выстраивалась та строгая научная теория, элементы которой надлежит изучить, получая математическое образование.

Одним из лучших способов доказать это обучающимся является, на наш взгляд, введение в изучаемый материал историко-научных сведений. Анализируя историю решения

ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

той или иной задачи, появления в связи с ней новых методов, а затем разработки теории, студент легче воспринимает новый для него материал и вырабатывает более общий взгляд и на изучаемые в данный момент вопросы, и на математическую науку в целом, что необходимо для формирования профессиональной культуры современного математика, преподавателя, инженера (Зубова, 2006).

Не случайно существенное внимание историческим экскурсам уделяли такие лекторы, как Н.Н. Лузин (1883-1950), В.И. Смирнов (1887-1974), Г.М. Фихтенгольц (1887-1859), авторы курсов математического анализа и высшей математики, признанных в нашей стране классическими. Это курсы для технических и педагогических вузов, а также для математических и физических факультетов классических университетов (Мельников, 2014).

О пользе применения исторических экскурсов в изучении студентами различных разделов математики писали В.В. Бобынин (Бобынин, 1886), Н.А. Бурова (Бурова, 2000), Д. Галанте (Galante, 2014), М.Ф. Гильмуллин (Гильмуллин, 2009), Ю.А. Дробышев (Дробышев, 2011; 2017; 2018; 2020), К. Кларк (Clark, 2016), П. Лю (Liu, 2003), А.С. Оздемир (Ozdemir, 2013), Т.С. Полякова (Полякова, 1998), Б. Рич (Рич, 2000), Л. Роджерс (Роджерс, 2001), Дж. Роллинз (Rollins, 1997), Ю.В. Романов (Романов, 2002), К.А. Рыбников (Рыбников, 1981; 1982), И.С. Сафуанов (Сафуанов, 2000), Ф. Свец (Swetz, 1995), А.Е. Томилова (Томилова, 1998), П.С. Уилсон (Wilson, 2000), Дж. Фовель (Fauvel, 1991), М.Н. Фрид (Fried, 2001), Ф. Фурингетти (Furinghetti, 2007), Г.Г. Хамов (Хамов, 1996), К. Хараламбус (Charalambous, 2009), К. Цанакис (Tzanakis, 2000), У.Т. Янквист (Jankvist, 2009; 2010) и др.

В нашей стране проблемы обучения математическому анализу в вузе рассматривали Н.А. Журавлева (Журавлева, 2012), О.В. Задорожная (Задорожная, 2017), С.И. Калинин (Калинин, 2007; 2008), Т.П. Куряченко (Куряченко, 2006), Е.И. Смирнов (Смирнов, 2009), С.С. Тасмуратова (Тасмуратова, 1997) и др.

Таким образом, включение исторических сведений в преподавание математики признаётся полезным многими авторами. Тем не менее, следует признать, что приёмы использования истории математики в преподавании математического анализа требуют дальнейшей разработки.

Методология исследования

Материалами исследования являются курсы математического анализа и истории математики, читавшиеся на протяжении многих лет в различных учебных заведениях страны, научные труды отечественных и зарубежных авторов, писавших о пользе применения исторических экскурсов во время преподавания различных разделов математики, опыт собственной педагогической работы (Зубова, 2002; 2005; 2006; 2012; Игнатушина, 2004; 2021).

Целью исследования является разработка приёмов включения истории математики в преподавание важных разделов математического анализа. Сформулируем следующие задачи, способствующие достижению этой цели:

- 1) подробный сравнительный анализ известных примеров включения элементов истории в преподавание математических дисциплин;
- 2) разработка собственных способов введения исторического материала в преподавание некоторых разделов математического анализа с учетом изученных практик;
- 3) апробация разработанных способов в техническом и педагогическом вузах.

Опытно-экспериментальная работа проводилась в образовательных учреждениях г. Оренбурга, в частности, в ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет» и ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет».

Исторической компонентой в образовательном процессе выступают историко-научные сведения, т.е. сведения которые используются при чтении учебных курсов. Здесь, прежде всего, анализируются следующие вопросы:

1. Понятия и методы, рассматриваемые в данный момент на лекции или практическом занятии, были выработаны при решении некоторой задачи. Характеристика этой задачи. Кто, когда и в связи с чем её сформулировал?

2. Когда и кем эта задача была решена, возможно, решена частично. Сведения о том, кем и когда решение было завершено.

3. Где и когда эти результаты были опубликованы (имеется в виду не только выход в свет соответствующей статьи или трактата, но, и упоминание о рассматриваемом научном результате в переписке, записной книжке, дневнике).

С помощью этих сведений студент пытается самостоятельно провести исторический анализ решения рассматриваемой задачи и выяснить её связь с формированием изучаемого понятия математического анализа.

Алгоритм включения сведений из истории математики в учебные математические курсы представлен на рис. 1.



Рис. 1. Алгоритм включения исторической компоненты в обучение математическому анализу

В качестве примера применения такого алгоритма покажем, как можно ввести историко-математический материал в изложение темы «Функциональные ряды». Как известно, приступая к изучению раздела «Ряды», сначала происходит знакомство обучающихся с понятием числового ряда, и именно для такого ряда вводятся понятия сходимости и суммы. Подробно рассмотрев свойства сходящихся рядов и признаки их сходимости, осуществляется переход от числового ряда к функциональному, рассматриваются важнейшие частные случаи функциональных рядов – степенной и тригонометрический ряды, и, наконец, приходят к представлению функций рядами.

Такая последовательность изложения учебного материала по теории рядов представляется совершенно естественным и правильной. Однако после перехода к понятию

функционального ряда крайне полезно провести небольшой исторический обзор вопросов, с которых началась эта теория.

В 1676 г. И. Ньютон (1642-1727) в письме к секретарю Лондонского Королевского общества представил формулу, которая в наши дни хорошо знакома слушателям. Попросим их вспомнить её название (бином Ньютона) и записать её. Эта формула позволит представить функцию $(1+x)^n$ в виде многочлена, но только в случае, если n – натуральное число. Если же показатель степени n натуральным не будет, то число слагаемых, входящих в многочлен, станет бесконечным, то есть многочлен превратится в степенной ряд, который называется биномиальным:

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1}x + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \dots$$

В 1715 г. последователю Ньютона, английскому ученому Бруку Тейлору (1685-1731) удалось доказать, что, если функция $f(x)$ имеет в точке x_0 производные всех порядков, то этой функции соответствует степенной ряд:

$$f(x) \rightarrow f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + \dots$$

Но почему здесь между функцией и этим рядом ставится не знак равенства, а знак \rightarrow (соответствует)? Или другой вопрос: для каких значений x между функцией и рядом можно поставить знак равенства? Ясно, что здесь требуется обсудить понятие области сходимости, точнее, промежутка сходимости ряда, после чего станет ясно, что для всех точек этого промежутка функция представлена рядом или является его суммой.

Другой последователь Ньютона, шотландский ученый Колин Маклорен (1698-1746) в 1742 г. доказал, что аналитическая функция может быть представлена единственным рядом – рядом Тейлора, порожденным этой функцией. Это доказано в труде «Трактат о флюксиях» (1742). Флюксиями Маклорен вслед за Ньютоном называл скорости изменения «флюент» («текущих»), т.е. переменных величин. На современном языке это, конечно, производные. Имя Маклорена получил частный случай формулы Тейлора, если $x_0 = 0$

После такого исторического экскурса легко осмыслить, что происхождение степенных рядов тесно связано с разработкой способа представления функции, допускающей бесконечное дифференцирование. Стоит, однако, добавить, что все понятия, изученные ранее, т.е. понятия суммы, сходимости, расходимости ряда возникли существенно позже. Они формировались уже в XVIII и первой половине XIX века. Суммой ряда, как известно, мы называем предел последовательности частичных сумм этого ряда. Но такое определение смогло появиться только после того, как было введено определение предела «по Коши».

О жизни и деятельности Огюстена Луи Коши (1789–1857) приходится рассказать уже в самом начале курса математического анализа, когда вводится понятие предела функции. О его роли в формировании теории рядов можно упоминать не раз. Как известно, с его именем связан и критерий сходимости ряда, и достаточные признаки сходимости числовых рядов с неотрицательными членами. Один из этих признаков можно также рассмотреть и доказать, привлекая исторический материал. Имеется в виду интегральный признак сходимости ряда. Справедливо будет называть его «признак Маклорена-Коши».

Сформулируем теорему. Рассмотрим числовой ряд

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots (*)$$

и предположим, что его члены неотрицательные и невозрастающие.

Рассмотрим также функцию $f(x)$, такую, что:

- 1) она определена и непрерывна для $\forall x \in [1; +\infty)$;
- 2) её значения положительны на промежутке $[1; +\infty)$;
- 3) её значения не возрастают на этом промежутке;
- 4) $f(1) = u_1; f(2) = u_2; f(3) = u_3; \dots; f(n) = u_n; \dots$

Тогда:

- 1) ряд (*) сходится в случае, когда будет сходиться несобственный интеграл $\int_1^{\infty} f(x)dx$.
- 2) Если же этот несобственный интеграл расходится, то будет расходиться и ряд (*).

Чаще всего при доказательстве этой теоремы используется геометрическая интерпретация, представленная на рис. 2. Нужно изобразить график рассматриваемой функции $f(x)$, и тогда, учитывая геометрический смысл определенного интеграла, мы скажем, что несобственный интеграл $\int_1^{\infty} f(x)dx$ можно считать выражением бесконечной площади фигуры, заключенной между этим графиком и осью абсцисс. Члены же ряда (*) численно равны величинам ординат точек, абсциссы которых равны $x = 1, 2, 3, \dots, n$. В то же время они будут численно равны площадям прямоугольников с основаниями, равными одному, и высотами, равными ординатам указанных точек. Таким образом, сумма рассматриваемого ряда равна сумме площадей таких прямоугольников. На рисунке из этих прямоугольников составлена ступенчатая фигура. Она накладывается на фигуру, ограниченную графиком функции $f(x)$ и осью абсцисс, но выходит за эту бесконечную фигуру. Заметим, что площадь этой ступенчатой только первым из составляющих её прямоугольников отличается от площади другой ступенчатой фигуры, выделенной на рисунке голубым цветом. Эта вторая фигура уже входит в бесконечную фигуру, ограниченную графиком функции и осью абсцисс. И если рассматриваемый несобственный интеграл сходится, то есть если площадь бесконечной фигуры имеет конечный предел, то площадь фигуры, заключённой в ней, и подавно будет конечной. А это будет означать, что изучаемый ряд – сходящийся. рассматриваемый ряд сходится. Если же несобственный интеграл оказывается расходящимся, то площадь криволинейной фигуры оказывается бесконечной. И тогда площадь содержащей её большей ступенчатой фигуры также бесконечна, а это означает, что тогда и ряд расходится.

Изложив это доказательство, мы можем подчеркнуть, что К. Маклорен впервые изложил этот признак именно в геометрической форме. Однако это было надолго забыто, и только в XIX в. Коши «переоткрыл» интегральный признак сходимости ряда и сформулировал его в аналитической форме. Если сегодня мы обращаемся к геометрической интерпретации понятия или доказательства для того, чтобы проиллюстрировать его, то в процессе формирования математического анализа нередко, наоборот, происходил переход от решения геометрической задачи к рассуждению аналитического характера.

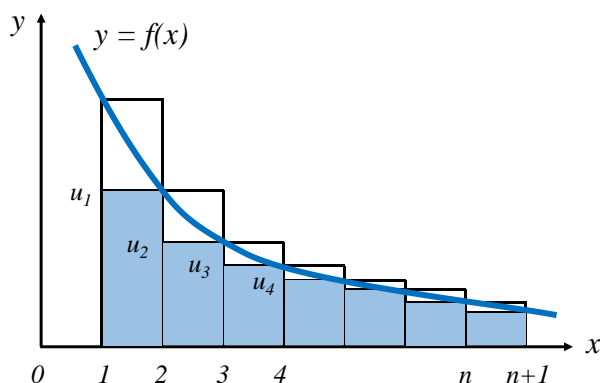


Рис. 2. Геометрическая интерпретация доказательства признака Маклорена-Коши

Алгоритм включения исторической компоненты в обучение математическому анализу, пример которого приведен выше, внедрялся в качестве эксперимента в три этапа.

На первом, поисково-констатирующем, этапе эксперимента (2005-2011) изучалась соответствующая психолого-педагогическая литература; рассматривались учебные планы и программы по математическому анализу, анализировалась электронно-образовательная

**ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

среда вузов; посещались лекции и практические занятия по этой дисциплине, проводившиеся опытными преподавателями; велось наблюдение за работой студентов на этих занятиях, после чего проводились беседы как со студентами, так и с преподавателями по интересующей проблеме. Затем проводился анализ среза знаний 14 академических групп общей численностью 244 человек по основным разделам математического анализа. Определялись возможности включения элементов истории математики во время изучения некоторых разделов математического анализа. Разрабатывался алгоритм введения историко-научных сведений в учебный материал этих разделов.

По каждому из изученных разделов математического анализа проводились математические диктанты или контрольные работы. На основе их проверки определялись коэффициент полноты усвоения учебного материала (КПУУМ), который рассчитывался по формуле В.П. Беспалько (Беспалько, 1989) и коэффициент системности знаний (КСЗ), определявшийся по формуле Н.Е. Кузнецовой (Кузнецова, 1989). Результаты для каждой из студенческих групп представлены в таблице 1.

Таблица 1.

Результаты поисково-констатирующего этапа эксперимента

Год	Кол-во респондентов	КПУУМ	КСЗ
2005	22*	0,60	0,51
	23*	0,62	0,54
2006	20	0,61	0,51
	21	0,59	0,50
2007	22	0,58	0,52
	20	0,59	0,52
2008	19	0,57	0,54
	18	0,59	0,53
2009	20	0,59	0,52
	21	0,60	0,54
2010	23	0,62	0,53
	21	0,62	0,54
2011	20	0,61	0,52
	19	0,64	0,55

В таблицах 1 и 2 по каждому году в верхней строчке представлено количество респондентов и их результаты из ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет», в нижней — из ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет».

Полученные результаты показывают, что участвовавшие в эксперименте студенты слабо представляют область применения математического анализа, далеко не всегда видят связь между его разделами и его связь с другими математическими дисциплинами, и в целом их знания носят довольно-таки формальный характер. При этом большинство студентов с интересом относятся к математической науке вообще и к её истории в частности.

Второй, формирующий этап эксперимента (2011-2021) заключался в апробации разработанного алгоритма включения исторической компоненты в обучение математическому анализу на выбранных базах. Для проверки результатов его внедрения участники эксперимента (415 студентов из 20 академических групп) выполняли ту же серию математических диктантов и контрольных работ, что и участники первого этапа эксперимента. Полученные коэффициенты полноты усвоения учебного материала и системности знаний представлены в таблице 2.

Таблица 2.

Результаты формирующего этапа эксперимента

Год	Кол-во респондентов	КПУУМ	КСЗ
2012	21	0,65	0,58
	22	0,64	0,56
2013	21	0,63	0,57
	22	0,71	0,66
2014	18	0,63	0,60
	21	0,68	0,68
2015	21	0,67	0,65
	23	0,62	0,55
2016	20	0,68	0,67
	21	0,71	0,68
2017	23	0,66	0,69
	24	0,67	0,70
2018	18	0,72	0,70
	21	0,73	0,71
2019	21	0,71	0,69
	22	0,74	0,75
2020	17	0,80	0,79
	20	0,81	0,80
2021	20	0,79	0,78
	19	0,80	0,80

На третьем, обобщающем, этапе эксперимента (2021-2022) с помощью U -критерий Манна-Уитни были сопоставлены результаты контрольной группы, представленные в таблице 1, с результатами экспериментальной группы из таблицы 2.

Результаты

Критическое значение критерия ($U_{0,05}=92$) значительно больше полученных расчетных значений ($U_{\text{эмп}}$ для КПУУМ=7, $U_{\text{эмп}}$ для КСЗ=2), следовательно, наблюдаемое различие в изучаемых коэффициентах для контрольной и экспериментальной групп статистически значимо. Таблица 2 демонстрирует также более высокие показатели у студентов экспериментальной группы выше. Таким образом, включение исторических сведений в преподавание математического анализа положительно влияет на качество усвоения учебного материала и системность знаний по данной дисциплине.

Заключение

Используя на лекционных и практических занятиях, а также в электронно-образовательной среде вуза элементы истории математики, удаётся помочь слушателям представить себе исторический путь формирования математического анализа. Узнавая условия формирования изучаемых в рамках этой дисциплины теорий, студенты получают более четкие и ясные представления о том, для решения каких задач они применяются. Это способствует существенно лучшему пониманию учебного материала. Кроме того, использование историко-научных фактов в процессе преподавания, дает новые возможности познакомить студентов с разными сторонами творческого процесса в работе ученого-математика, продемонстрировать красоту этой науки. Для преподавателей «исторический фон доставляет идеи и сведения, на которых мы можем основывать наши подходы к преподаванию» (Роджерс, 2001, 75).

Список литературы

- Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. М.: Педагогика, 1989.
- Бобынин В.В. Философское, научное и педагогическое значение истории математики. М.: Издание редакции журнала «Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем», 1886.
- Бурова Н.А. Курс истории математики как фактор гуманизации и гуманитаризации математического образования в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. Новосибирск, 2000.
- Гильмуллин М.Ф. Формирование исторического компонента математико-методической культуры студентов при обучении истории математики в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. Ярославль, 2009.
- Дробышев Ю.А. Формирование готовности бакалавров — будущих учителей математики к реализации раздела «Математика в историческом развитии» // Continuum. Математика. Информатика. Образование. Елец, 2018. №4(12). С. 53-58.
- Дробышев Ю.А. Многоуровневая историко-математическая подготовка будущего учителя математики: дис. ... д-ра пед. наук. М., 2011.
- Дробышев Ю.А., Дробышева И.В. Историко-математическая реконструкция как средство эффективного обучения математике // Математическое моделирование в экономике, управлении и образовании: сб. науч. статей по материалам III Междунар. науч.-практ. конф. Калуга, 2017. С.1 47-150.
- Дробышев Ю.А., Дробышева И.В. Биографии математиков: чему они учат студентов // Калужский экономический вестник. 2020. №4. С. 63-65.
- Дробышев Ю.А., Дробышева И.В., Тарас О.Б. Воспитание личностных качеств студентов: материалы персоналистического компонента истории математики. М.: Изд-во ООО «ТРП», 2017.
- Журавлева Н.А. Формирование базовых ключевых компетенций студентов – будущих учителей математики – в процессе обучения математическому анализу: дис. ... канд. пед. наук. Красноярск, 2012.
- Задорожная О.В. Учебно-научный проект как способ углубления и расширения знаний по математическому анализу // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2017. №1(45). С. 160-166.
- Зубова И.К. Об использовании некоторых историко-научных сведений в курсах высшей математики для студентов технических специальностей // История и методология науки: межвуз. сб. науч. тр. Пермь: Изд-во Пермского ун-та, 2002. Вып. 9. С. 85-90.
- Зубова И.К., Игнатушина И.В. О применении историко-научного материала при изложении курса математического анализа в техническом университете // Формирование профессиональной культуры специалистов XXI века в техническом университете: тр. 6-й междунар. науч.-практ. конф. СПб: Изд-во СПбГПУ, 2006. С.156-165.
- Зубова И.К., Игнатушина И.В. Ряды. Обзор теории и истории ее формирования: учеб.-метод. пособие. Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2005.
- Зубова И.К., Острая О.В. Применение элементов истории математики при изложении темы «Формула Тейлора» в курсе математического анализа // Труды X Международных Колмогоровских чтений: сб. статей. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2012. С.233-236.
- Игнатушина И.В. О применении исторического материала на практических занятиях по высшей математике при изучении интегрального исчисления // Формирование профессиональной культуры специалистов XXI века в техническом университете: тр. 4-й междунар. науч.-практ. конф. СПб: Изд-во СПбГПУ, 2004. С. 254-256.
- Игнатушина И.В., Зубова И.К. Историко-научные сведения как одно из средств овладения студентами основными разделами математического анализа // Вестник Оренбургского

- государственного педагогического университета. Электронный научный журнал. 2021. № 4 (40). С. 145-166.
- Калинин С.И. Обучение студентов математическому анализу в условиях фундаментализации высшего педагогического образования. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2008.
- Калинин С. И. О предмете математического анализа // Информатика. Математика. Язык: науч. журн. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2008. Вып. 5. С. 170-174.
- Калинин С. И. О принципах отбора содержания обучения математическому анализу студентов математических специальностей // Математика. Образование: материалы XV Междунар. конф. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. С. 66.
- Кузнецова Н. Е. Формирование системы понятий при обучении химии. М.: Просвещение, 1989.
- Мельников Р.А., Саввина О.А. У истоков преподавания математического анализа в России: обзор переводов европейских авторов // Психология образования в поликультурном пространстве. Елец, 2014. №3(27). С.116-124.
- Полякова Т.С. Историко-методическая подготовка учителей математики в педагогическом университете: дис. ... д-ра пед. наук. Ростов-на-Дону, 1998.
- Роджерс Л. Историческая реконструкция математического знания // Математическое образование. №16. М., 2001. С. 74-85.
- Романов Ю.В. Теория и методика историзации геометрической подготовки учителя математики в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. Ростов-на-Дону, 2002.
- Рыбников К.А. Об историко-методологических основах математического образования учителей // Математика в школе. 1981. №5. С. 31-33; 1982. №3. С. 48-49.
- Сафуанов И.С. Генетический подход к обучению математическим дисциплинам в высшей педагогической школе: дис. ... д-ра пед. наук. М., 2000.
- Смирнов Е.И., Шабалина А.И. Принцип вариативности в проектировании спиралей фундаментирования знаний по математическому анализу // Труды VII Международных Колмогоровских чтений: сб. статей. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2009. С. 306-318.
- Тасмуратова С.С. Методические основы интенсификации обучения по курсу математического анализа в педвузе: дис. ... канд. пед. наук. М., 1997.
- Томилова А.Е. Методика отбора содержания курса истории математики и его реализации в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук. Архангельск, 1998.
- Хамов Г.Г. Элементы историзма в спецдисциплинах и их роль в профессиональной подготовке будущего учителя математики // История науки в вузе и в школе: сб. науч. тр. Мурманск: МГПИ, 1996. Вып. 3. С. 9-13.
- Charalambous C., Panaoura A., Phillippou G. Using the history of mathematics to induce changes in pre-service teachers' beliefs and attitudes: Insights form evaluating a teacher education program // Educational Studies in Mathematics. 2009. Vol. 71. No. 2. P. 161-180. DOI: 10.1007/s10649-008-9170-0.
- Clark K., Kjeldsen T., Schorcht S., Tzanakis C., Wang X. History of mathematics in mathematics education. Recent developments // History and Pedagogy of Mathematics. 2016. Jul. hal-01349230. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01349230>.
- Fauvel J. Using history in mathematics education // For the Learning of Mathematics. 1991. Vol. 11. No. 2. P. 3-6.
- Fried M. N. Can mathematics education and history of mathematics coexist? // Science and Education. 2001. Vol. 10. P. 391-408.
- Furinghetti F. Teacher education through the history of mathematics // Educational Studies in Mathematics. 2007. Vol. 66. No. 2. P. 131-143. DOI: 10.1007/s10649-006-9070-0.
- Galante D. The use of the history of mathematics in the teaching pre-service mathematics teachers// REDIMAT. 2014. Vol. 3. No. 2. P. 110-120.
- Jankvist U. T. An empirical study of using history as a 'goal' // Educational Studies in Mathematics. 2010. Vol. 74. No. 1. P. 53-74. DOI: 10.1007/s10649-009-9227-8.

- Jankvist U. T. A categorization of the 'whys' and 'hows' of using history in mathematics education // *Educational Studies in Mathematics*. 2009. Vol. 71. No. 3. P. 235-261.
- Liu P. Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching? // *Mathematics Teacher*. 2003. Vol. 96. No. 6. P. 416-421.
- Rollins J.H., McBride C.C. The Effects of History of Mathematics on Attitudes toward Mathematics of College Algebra Students // *Journal for Research in Mathematics Education*. 1977. Vol. 8. No. 1. P. 57-61.
- Rich B., Marshall G. The role of history in a mathematics class // *Mathematics Teacher*. 2000. Vol. 93. No. 8. P. 704-706.
- Ozdemir A.S., Goktepe1 S. An example of using history of mathematics in classes// *European Journal of Science and Mathematics Education*. 2013. Vol. 1. No. 3. P.125-136.
- Swetz F. Some not so random thoughts about the history of mathematics – its teaching, learning, and textbooks // *Primus*. 1995. Vol. 5. No. 2. P. 97-107.
- Tzanakis C., Thomaidis Y. Integrating the close historical development of mathematics and physics in mathematics education: Some methodological and epistemological remarks// *For the Learning of Mathematics*. 2000. Vol. 20. No. 1. P. 44-55.
- Wilson P.S., Chauvot J. B. Who? How? What? A Strategy for Using History to Teach Mathematics // *Mathematics Teacher*. 2000. Vol. 93. No. 8. P. 642-645.

USING THE HISTORICAL COMPONENT IN TEACHING STUDENTS SOME SECTIONS OF MATHEMATICAL ANALYSIS

Ignatushina I. V.

Dr. Sci. (Pedagogy),
associate professor
streleec@yandex.ru
Orenburg

Orenburg State Pedagogical University

Zubova I. K.

Dr. Sci. (Mathematics),
associate professor
zubova-inna@yandex.ru
Orenburg

Orenburg State University

Abstract. The article considers one of the approaches to the inclusion of the history of mathematics in the teaching of students as a means of helping them in the study of mathematical analysis. The didactic and educational aspects of the use of information on the history of the formation of the theory of series are shown. The practical experience of the authors on the use of historical and scientific information in teaching mathematical analysis is presented. The above concrete examples from practice are the result of many years of teaching this discipline in technical and pedagogical universities. The results of the experiment show that the use of historical and scientific information in the learning process demonstrates various aspects of the development of the relevant section of mathematical analysis, facilitates the understanding of educational material, gives an opportunity to get acquainted with the scientific creativity of the classics of mathematical science.

Keywords: the use of historical and scientific information in teaching mathematics.

References

- Bespal'ko, V. P. (1989). *Slagaemye pedagogicheskoy tekhnologii*. Moscow: Pedagogika. (In Russ).
- Bobyenin, V. V. (1886). *Filosofskoe, nauchnoe i pedagogicheskoe znachenie istorii matematiki*. Moscow: Izdanie redakcii zhurnala «Fiziko-matematicheskie nauki v ih nastoyashchem i proshedshem». (In Russ).
- Burova, H. A. (2000). *Kurs istorii matematiki kak faktor gumanizacii i gumanitarizacii matematicheskogo obrazovaniya v pedagogicheskomvuzе* [Doctoral Dissertation]. Novosibirsk, (In Russ.)
- Charalambous, C., Panaoura, A., Phillippou, G. (2009). Using the history of mathematics to induce changes in pre-service teachers' beliefs and attitudes: Insights form evaluating a teacher education program. *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), 161-180. DOI: 10.1007/s10649-008-9170-0.
- Clark, K., Kjeldsen, T., Schorcht, S., Tzanakis, C., Wang, X. (2016). History of mathematics in mathematics education. Recent developments. *History and Pedagogy of Mathematics*. Jul. hal-01349230. URL: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01349230>.
- Drobyshev, Yu. A. (2018). Formation of readiness of bachelors - future teachers of mathematics for implementation of the section "mathematics in historical development". *Continuum. Math. Computer science. Education*, 4(12), 53-58. (In Russ., abstract in Eng.)
- Drobyshev, Yu. A. (2011). *Mnogourovnevaya istoriko-matematicheskaya podgotovka budushchego uchitelya matematiki* [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ.)
- Drobyshev, Yu. A., Drobysheva, I. V. (2017). Istoriko-matematicheskaya rekonstrukciya kak sredstvo effektivnogo obucheniya matematike. *Matematicheskoe modelirovanie v ekonomike, upravlenii i obrazovanii* [Historical and mathematical reconstruction as a means of effective teaching of mathematics]. *Sb. nauch. statej po materialam III Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* (pp. 147-150). Kaluga: LLC "TRP". (In Russ., abstract in Eng.)
- Drobyshev, Yu. A., Drobysheva, I. V. (2000). Biografii matematikov: chemu oni uchat studentov. *Kaluzhskij ekonomicheskij vestnik*, 4, 63-65.
- Drobyshev, Yu. A., Drobysheva, I. V., Taras, O. B. (2017). *Vospitanie lichnostnyh kachestv studentov: materialy personalisticheskogo komponenta istorii matematiki*. Moscow: Publishing house of LLC "TRP". (In Russ).
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 11(2), 3-6.
- Fried, M. N. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science and Education*, 10, 391-408.
- Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 131-143. DOI: 10.1007/s10649-006-9070-0.
- Galante, D. (2014). The use of the history of mathematics in the teaching pre-service mathematics teachers. *REDIMAT*, 3(2), 110-120.
- Gil'mullin, M. F. (2009). *Formirovanie istoricheskogo komponenta matematiko-metodicheskoy kul'tury studentov pri obuchenii istorii matematiki v pedagogicheskom vuzе* [Ph.D. Dissertation]. YAroslavl'. (In Russ).
- Hamov, G. G. (1996). Elementy istorizma v specdisciplinah i ih rol' v professional'noj podgotovke budushchego uchitelya matematiki [Elements of Historicism in special disciplines and their role in the professional training of a future mathematics teacher]. *Istoriya nauki v vuzе i v shkole: sb. nauch. tr.* 3. (pp. 9-13). Murmansk: MGPI. (In Russ).
- Ignatushina, I. V. (2004). O primenении istoricheskogo materiala na prakticheskikh zanyatiyah po vysshej matematike pri izuchenii integral'nogo ischisleniya [On the application of historical material in practical classes in higher mathematics in the study of integral calculus]. *Formirovanie professional'noj kul'tury specialistov XXI veka v tekhnicheskom universitete: tr. 4-j mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* (pp. 254-256). Saint Petersburg. (In Russ).

- Ignatushina, I. V., Zubova, I. K. (2021). Istoriko-nauchnye svedeniya kak odno iz sredstv ovladeniya studentami osnovnymi razdelami matematicheskogo analiza. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Elektronnyj nauchnyj zhurnal*, 4 (40), 145-166. (In Russ., abstract in Eng.)
- Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the 'whys' and 'hows' of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235-261.
- Jankvist, U. T. (2010). An empirical study of using history as a 'goal'. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 53-74. DOI: 10.1007/s10649-009-9227-8.
- Kalinin, S. I. (2007). O principah otbora sodержaniya obucheniya matematicheskomu analizu studentov matematicheskikh special'nostej [On the principles of selection of the content of teaching mathematical analysis to students of mathematical specialties]. *Matematika. Obrazovanie: materialy XV Mezhdunar. konf.* (p. 66). Cheboksary: Izd-vo CHuvash. un-ta. (In Russ).
- Kalinin, S. I. (2008). O predmete matematicheskogo analiza. *Informatika. Matematika. Yazyk: nauch. Zhurn*, 5, 170-174. (In Russ).
- Kalinin, S. I. (2008). *Obuchenie studentov matematicheskomu analizu v usloviyah fundamentalizacii vysshego pedagogicheskogo obrazovaniya*. Kirov: Izd-vo VyatGGU. (In Russ).
- Kuznecova, N. E. (1989). *Formirovanie sistemy ponyatij pri obuchenii himii*. Moscow: Prosveshchenie. (In Russ).
- Liu, P. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching? *Mathematics Teacher*, 96(6), 416-421.
- Melnikov, R. A., Savvina, O. A. (2014). U istokov prepodavaniya matematicheskogo analiza v Rossii: obzor perevodov evropejskikh avtorov. *Psichologiya obrazovaniya v polikul'turnom prostranstve*, 3(27), 116-124. (In Russ., abstract in Eng.)
- Ozdemir, A. S., Goktepe1, S. (2013). An example of using history of mathematics in classes. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 1(3), 125-136.
- Polyakova, T. S. (1998). *Istoriko-metodicheskaya podgotovka uchitelej matematiki v pedagogicheskom universitete* [Doctoral Dissertation]. Rostov-na-Donu, Russia. (In Russ).
- Rich, B., Marshall, G. (2000). The role of history in a mathematics class. *Mathematics Teacher*, 93(8), 704-706.
- Rodzher, L. (2001). Istoricheskaya rekonstrukciya matematicheskogo znaniya. *Matematicheskoe obrazovanie*, 16, 74-85. (In Russ).
- Rollins, J. H., McBride, C. C. (1977). The Effects of History of Mathematics on Attitudes toward Mathematics of College Algebra Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8(1), 57-61.
- Romanov, Yu. V. (2002). *Teoriya i metodika istorizacii geometricheskoy podgotovki uchitelya matematiki v pedagogicheskom vuze* [Doctoral Dissertation]. Rostov-na-Donu. (In Russ).
- Rybnikov, K. A. (1981; 1982) Ob istoriko-metodologicheskikh osnovah matematicheskogo obrazovaniya uchitelej. *Matematika v shkole*, 5, 31-33; 3, 48-49. (In Russ).
- Safuanov, I. S. (2000). *Geneticheskij podhod k obucheniyu matematicheskimi disciplinam v vysshej pedagogicheskoj shkole* [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ).
- Smirnov, E. I., Shabalina, A. I. (2009). Princip variativnosti v proektirovanii spiralej fundirovaniya znaniy po matematicheskomu analizu [The principle of variability in the design of spirals of the foundation of knowledge in mathematical analysis]. *Trudy VII Mezhdunarodnyh Kolmogorovskih chtenij: sb. Statej* (pp. 306-318). Yaroslavl': Izd-vo YAGPU. (In Russ., abstract in Eng.)
- Swetz, F. (1995). Some not so random thoughts about the history of mathematics — its teaching, learning, and textbooks. *Primus*, 5(2), 97-107.
- Tasmuratova, S. S. (1997). *Metodicheskie osnovy intensivizacii obucheniya po kursu matematicheskogo analiza v pedvuze* [Doctoral Dissertation]. Moscow. (In Russ).

- Tomilova, A. E. (1998). *Metodika otbora sodержaniya kursa istorii matematiki i ego realizacii v pedagogicheskom vuze* [Doctoral Dissertation]. Arhangel'sk. (In Russ).
- Tzanakis, C., Thomaidis, Y. (2000). Integrating the close historical development of mathematics and physics in mathematics education: Some methodological and epistemological remarks. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 44-55.
- Wilson, P. S., Chauvot, J. B. (2000). Who? How? What? A Strategy for Using History to Teach Mathematics. *Mathematics Teacher*, 93(8), 642-645.
- Zadorozhnaya, O. V. (2011). Metod proektov v obuchenii matematicheskomu analizu. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 3(3), 41-46. (In Russ., abstract in Eng.)
- Zhuravleva, N. A. (2012). *Formirovanie bazovykh klyuchevykh kompetencij studentov — budushchih uchitelej matematiki — v processe obucheniya matematicheskomu analizu* [Doctoral Dissertation]. Krasnoyarsk. (In Russ.)
- Zubova, I. K. (2002). Ob ispol'zovanii nekotorykh istoriko-nauchnykh svedenij v kursah vysshej matematiki dlya studentov tekhnicheskikh special'nostej [About the use of some historical and scientific information in higher mathematics courses for students of technical specialties]. *Istoriya i metodologiya nauki: mezhdvuz. Sb. nauch. tr.*, 9, (pp. 85-90). Perm'. (In Russ).
- Zubova, I. K., Ignatushina, I. V. (2005). *Ryady. Obzor teorii i istorii ee formirovaniya: ucheb.-metod. posobie*. Orenburg: Izd-vo OGPU. (In Russ).
- Zubova, I. K., Ignatushina, I. V. (2006). O primenenii istoriko-nauchnogo materiala pri izlozhenii kursa matematicheskogo analiza v tekhnicheskom universitete [On the application of historical and scientific material in the presentation of the course of mathematical analysis at the Technical University]. *Formirovanie professional'noj kul'tury specialistov XXI veka v tekhnicheskom universitete: tr. 6-j mezhdunar. nauch.-prakt. konf.* (pp.156-165). Saint Petersburg. (In Russ).
- Zubova, I. K., Ostraya, O. V. (2012). Primenenie elementov istorii matematiki pri izlozhenii temy «Formula Tejlora» v kurse matematicheskogo analiza [Application of elements of the history of mathematics in the presentation of the topic "Taylor Formula" in the course of mathematical analysis]. *Trudy X Mezhdunarodnyh Kolmogorovskih chtenij: sb. statej.* (pp. 233-236). Yaroslavl': Izd-vo YAGPU. (In Russ).

УДК
374.1

«ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ GEOSACHING»: ОПЫТ СЕТЕВОГО
НАСТАВНИЧЕСТВА

Шабанова Мария Валерьевна
д.п.н., профессор
shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
г. Москва, Архангельск

Московский центр качества образования,
Северный (Арктический) федеральный
университет имени М.В. Ломоносова

Патронова Нина Николаевна
к.п.н., доцент
n.patronova@narfu.ru
г. Архангельск

Северный (Арктический) федеральный
университет имени М.В. Ломоносова

Безумова Ольга Леонидовна
к.п.н., доцент
o.bezumova@narfu.ru
г. Архангельск

Северный (Арктический) федеральный
университет имени М.В. Ломоносова

Аннотация. Проектно-исследовательская деятельность школьников сегодня входит в перечень обязательных видов деятельности, требования к условиям организации и результатам которой определены требованиями ФГОС на всех ступенях общего образования. По сложившимся традициям чаще всего проектные и исследовательские работы носят индивидуальный характер, а наставниками учащихся выступают школьные учителя – предметники. В статье представлен опыт сетевой организации проектно-исследовательской деятельности школьников и сетевого наставничества. Авторы статьи являлись модераторами сетевого проекта «Геометрический Geocaching», который предполагал самостоятельную постановку геометрических задач о поиске клада, привязанных к достопримечательностям региона, где проживают учащиеся, а также создание ряда электронных ресурсов для поддержки решения задач на местности с использованием ресурсов: GeoGebra, Google Maps и Google Forms. Сетевое наставничество над участниками проекта обеспечивалось средствами Сетевой проектной школы.

Ключевые слова: проектно-исследовательская деятельность, математика, информатизация образования, сетевая проектная школа, сетевое наставничество.

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-013-00730).

Введение

Формирование опыта проектно-исследовательской деятельности учащихся общеобразовательных школ сегодня является обязательным результатом на уровне общего образования. В силу специфики проектно-исследовательской деятельности опыт её осуществления может быть приобретен учащимися только в процессе взаимодействия с наставником. За годы реализации ФГОС общего образования, утвержденных в 2010 году, сложилась традиция закрепления за каждым учеником в качестве наставника учителя – предметника для выполнения индивидуальных исследовательских и проектных работ. При этом степень самостоятельности учащихся при подготовке таких работ стала рассматриваться чуть ли не одним из главных показателей их качества, ограничивая взаимодействие учащихся с теми, кто может передать им опыт осуществления этих видов

деятельности. Между тем современная практика научной деятельности уже давно отошла от подобных традиций. Формальная научная коммуникация, ограниченная институциональными и национальными рамками, уступает место неформальным научным контактам между учеными разных стран, имеющими общие научные интересы. Развитию практики неформальной научной коммуникации способствовало создание средств телекоммуникации: электронной почты, систем видеоконференцсвязи, социальных сетей.

Толчком к возрождению института наставничества в нашей стране стало утверждение в декабре 2019 года методологии (целевой модели) наставничества обучающихся для организаций, осуществляющих образовательную деятельность по общеобразовательным, дополнительным общеобразовательным и программам среднего профессионального образования, в том числе с применением лучших практик обмена опытом между обучающимися (Письмо..., 2022). В этом документе наставничество определяется как “универсальная технология передачи опыта, знаний, формирования навыков, компетенций, метакомпетенций и ценностей через неформальное взаимообогащающее общение, основанное на доверии и партнерстве” (п. 2). Модель предусматривает возможность привлечения к реализации программ наставничества над учащимися с особыми потребностями старшеклассников не только учителей – предметников, но и активных старшеклассников, а также представителей партнерских организаций: обучающихся на программах профессионального образования, преподавателей вузов, действующих ученых, представителей общественных организаций, предпринимателей и т.п.

Таким образом, целевая модель открывает дорогу сетевому наставничеству – особой форме наставничества, допускающей проявление учащимися инициативы в поиске и выборе наставников, а также в формировании собственной наставнической сети.

Предварительный опрос, проведенный нами в 2020 году среди учащихся, вовлеченных в проектно-исследовательскую деятельность, показал сформированность у учащихся, имеющих высокие результаты участия в конкурсах проектных и исследовательских работ, потребности принимать участие в программах сетевого наставничества (Шабанова, 2021).

Методология исследования

В 2021–2022 учебном году Ассоциацией педагогов, работающих с одаренными детьми, была запущена «Сетевая проектная школа». Программа её работы подробно описана в (Сергеева, 2021). Роль академических консультантов (тьюторов) в этой школе выполняли учителя – предметники из тех школ, где получают обязательное общее образование учащиеся. Процесс формирования индивидуальной сети наставников состоял из трех основных этапов:

- 1) знакомство с учёными (предполагаемыми наставниками) – модераторами сетевых проектов;
- 2) установление наставнических связей внутри проектных групп;
- 3) установление внешних партнерских связей и контактов для решения отдельных проектных задач;
- 4) развитие межгруппового взаимодействия в целях тестирования результатов реализации сетевых проектов.

Для оценки эффективности программы наставничества в аспекте развития социального взаимодействия участниками сетевого проекта использовался метод визуализации сети наставников, т.е. её изображение с использованием ресурса Mindmap.

Представим эти этапы и результаты работы на примере развития наставнического взаимодействия в сетевом проекте «Геометрический Geocaching».

Ход и результаты сетевого проекта «Геометрический Geocaching»

Geocaching – это современный вариант игры «найди клад». Для поиска клада здесь используется не только карта, но и GPS – навигатор (Geocaching). Сегодня разновидности этой игры с успехом используются для проведения спортивных, туристических (Шелина, 2020), культурных (Ефимов, 2022) и образовательных мероприятий (Корнелюк, 2019).

**ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Предложенный учащимся сетевой проект был направлен не столько на вовлечение учащихся в эту интересную игру, сколько на использование их творческого потенциала для организации культурно-образовательного Геокешинга, повышающего интерес к изучению геометрии. Принять участие в проекте высказали желание учащиеся из трех различных населенных пунктов: Брянск, Павловский Посад, Сергиев Посад.

Участникам проекта был предложен план работ, представленный в таблице 1.

Таблица 1.

Жизненный цикла сетевого проекта «Геометрический Geocaching»

Этап	Виды работ	Взаимодействие
Подготовительный	Регистрация на сайте Geocaching.su в качестве игроков; проведение анализа тайников, размещенных в той местности, где они проживают; нахождение одного из тайников	Устный рассказ на видеовстрече участников проекта
Планирование	Создание 2-3 предложений о возможных местах проведения геометрического геокешинга: выбор в той местности, где они проживают, достопримечательностей; сбор информации с целью обоснования их культурной значимости; знакомство с территориями размещения объекта для обоснования возможности постановки геометрической задачи о поиске клада на прилегающей территории	Выступление с устным сообщением на видеовстрече участников проекта, внутригрупповая дискуссия с участием тьюторов
Выполнение	Составление геометрической задачи о поиске клада с GPS навигатором, связанной с отобранной достопримечательностью; описание трех способов решения составленной геометрической задачи: практического (на местности), компьютерного и аналитического; создание в GeoGebra интерактивного электронного ресурса – компьютерного помощника игрокам в решении геометрической задачи; запись видеоприглашения к игре и размещение его на YouTube; подготовка Google формы для постановки задачи, регистрации участников игры и получения от них обратной связи; объединение результатов в общей Google – карте геометрического Геокешинга	Представление каждого созданного элемента на видеовстрече участников проекта, обсуждение корректности постановки задачи, правильности предложенных решений, взаимное тестирование электронных ресурсов
Внедрение	Размещение клада, проведение игры в группе друзей или одноклассников, создание рекламных постов в социальных сетях	Установление контактов с работниками культуры и образования для получения разрешения и содействия по организацию игры на местности
Завершение	Подготовка к защите индивидуальных и сетевого проекта, участие в конкурсах проектов	Межгрупповая защита участников нескольких сетевых проектов

Видеовстречи участников проекта проходили еженедельно в одно и то же время. Для их проведения, обмена материалами и сообщениями была создана группа в Skype. Для организации совместной работы над документами использовались сервисы Google: документ, формы, карты. Для организации тестирования ресурсов GeoGebra использовался GeoGebra classroom.

Первая онлайн-встреча команды проекта была посвящена знакомству учащихся, тьюторов и модератора проекта друг с другом. Беседа была построена в соответствии с общими рекомендациями пункта 4.8.1 методических рекомендаций по внедрению целевой модели наставничества (Международный конкурс..., 2022), но была содержательно связана с избранной тематикой проекта. Основные вопросы, ответы на которые должны были дать участники, представлены в таблице 2.

*Таблица 2.
Основные вопросы для проведения встречи – знакомства
участников сетевого проекта*

Учёный - модератор проекта	Школьные учителя - тьюторы проекта	Исполнители - учащиеся
Кто я, чем занимаюсь?	Кто я, чем занимаюсь?	Кто я, чем занимаюсь?
Почему для меня важен этот проект?	Почему я выбрал этот проект?	Чем мне интересен этот проект?
Каков мой опыт руководства сетевыми проектами, участия в геокешинге, организации образовательных игр, подобных геометрическому геокешингу, использования и обучения применению нужных для создания игры ресурсов?	Каков мой опыт руководства исследовательскими и проектными работами учащихся, участия в геокешинге, использования и обучения использованию нужных для создания игры ресурсов?	Каков мой опыт участия в сетевых проектах, участия в геокешинге, использования нужных для создания игры ресурсов?
Чем я могу поделиться с наставляемыми?	В чем я готов помочь своим ученикам?	В чем я готов помочь остальным участникам проекта?
В чем мне нужна помощь тьюторов?	В чем мне нужна помощь модератора?	Что мне важно увидеть в наставниках?

Первая встреча участников проекта была одной из самых важных, так как от ее успеха зависел успех самого проекта, вовлеченность в него участников. На ней решался вопрос о распределении наставнических обязанностей в решении проектных задач между модератором, тьюторами и учащимися. Возможность организации в проектной группе «обратного наставничества», т. е. наставничества учащихся над тьюторами и модератором, определялась большей осведомленностью учащихся в интересах сверстников, компьютерных технологиях и тенденциях их развития. Тьюторы взяли на себя обязанности оказать помощь учащимся в решении проектных задач, связанных с выбором достопримечательности, с ресурсным обеспечением проектной работы на местах, внедрением геометрического геокешинга в систему работы школы или учреждения культуры и оформлением отдельных результатов проекта как индивидуальных работ с последующим их представлением на конкурсах исследовательских и проектных работ.

Разобраться с задачей подготовительного этапа проекта учащимся предлагалось самостоятельно. Они должны были зарегистрироваться на российском сайте игры, провести анализ имеющихся тайников по предложенной модератором схеме, а затем сыграть в игру и

**ТЕОРИИ, МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ
И ИНФОРМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

написать рассказ о своем участии ней и результатах анализа. Фрагмент аналитической записки, подготовленной участниками из Брянск представлен в таблице 3.

Таблица 3.

Фрагмент аналитической записки

Тайник	Место	Тип тайника	Поисковая задача
(N 53° 10.432' E 34° 28.100')	Братская могила партизан	Традиционный	Найти сухое Г-образное дерево в 80 метрах от могилы
(N 53° 15.085' E 34° 20.688')	Овраги Верхний и Нижний Судки	Пошаговый традиционный	1. Найти дерево, определить количество букв в его названии - число А. 2. Определить сторону света, в которую смотрите. Количество букв в слове стороны света - число Б. 3. Найти номер дома - число В. 4. Найти надпись с названием профессии. Профессия даст значение Г: Токарь 111, Сварщик 222, Электрик 333, Шахтёр 444, Скульптор 555, Архитектор 666, Слесарь 777, Монтёр 888, Кочегар 999. Вычислить произведение: $A * B * V = D$ Найти контейнер по координатам: N 53° 14. (Г+Д-В)' E 34° 21. (Г-Д/2-А)'. В развилке деревьев, в дупле
(N 53° 14.063' E 34° 21.174')	Брянский краеведческий музей	Виртуальный	На втором этаже музея найти карту «Промышленность Брянского края в XVIII веке». Вопрос: как называется населённый пункт, который находится выше всех на карте?

Приобретенный учащимися опыт участия в игре, а также составление аналитической справки позволили ближе познакомиться с типами тайников (традиционный, пошаговый традиционный, виртуальный, пошаговый виртуальный, логический традиционный, логический виртуальный), использованными достопримечательностями населенного пункта и видами заданий, которые предлагается выполнить участникам игры. Этот материал стал предметом для обсуждения особенностей геометрического геокешинга, который участники проекта хотят предложить игрокам. Все участники проекта пришли к единодушному мнению о том, что традиционные пошаговые и логические тайники интереснее виртуальных. Их и решено было взять за основу. Для создания геометрического геокешинга за основу были взяты две идеи привязки к местности: GPS – координаты нескольких пунктов; проведение измерений подручными средствами на местности. В обоих случаях условия поисковой задачи решили формулировать так, чтобы побуждать игроков к поиску «обходного» пути её решения на основе имеющихся геометрических знаний.

Составление самих задач потребовало со творчества наставников и наставляемых в силу новизны ситуации. Единственным примером подобной задачи, который удалось найти участникам проекта, является задача «Пираты Карибского моря» (Иванов, 2016). Результатом совместной работы стало составление трех поисковых задач.

Задача 1. «Партизанская поляна» (53.270845, 34.574032). Я пошел по дорожке от Стены партизанского гимна к Памятным знакам о деятельности бригад, считая шаги (см. рис. 1). Затем повернул под прямым углом направо, сойдя с дорожки, и сделал такое же количество шагов. Там поставил метку 1. Затем вновь вернулся к началу дорожки у Стены

партизанского гимна, повернул под прямым углом налево и пошел в сторону кассы, считая шаги. Затем повернул под прямым углом налево, сойдя с дорожки, и сделал такое же количество шагов. Там поставил метку 2. Прошел от метки 2 к метке 1, считая шаги. Затем повернул обратно и сделал половину от того количества шагов, которое подсчитал. Затем повернул под прямым углом направо и сделал такое же количество шагов. Там и закопал *тайник*. Возможно ли найти тайник, не повторяя этот путь?



Рис. 1. План-схема мемориального комплекса «Партизанская поляна», г.Брянск

Идея решения данной задачи состоит в доказательстве того, что клад находится в четвертой вершине прямоугольника, противоположной точке старта (см. рис. 2).



Рис. 2. Компьютерная подсказка к решению задачи «Партизанская поляна»

Задача 2. «Тайна школьного двора», г. Павловский Посад (55.777418, 38.698159). Чтобы закопать клад я прошел 15 шагов от памятника 30-летия победы по направлению к лицу №2. Затем повернул налево и сделал еще 30 шагов. Поставил метку. От метки прямой путь от памятника к школе был виден под прямым углом. Клад я закопал посередине между меткой и школой. Попробуйте найти клад, не зная размера моих шагов!

Для решения данной задачи знания длины шага не нужно. Для этих целей может быть использован прямоугольный треугольник, изображенный на рисунке 3. Один катет этого треугольника имеет длину, равную расстоянию от памятника до школы, а другой в два раза большую длину. Место положение клада - это точка пересечения средней линии этого треугольника, параллельной гипотенузе, и высоты, проведенной к гипотенузе.

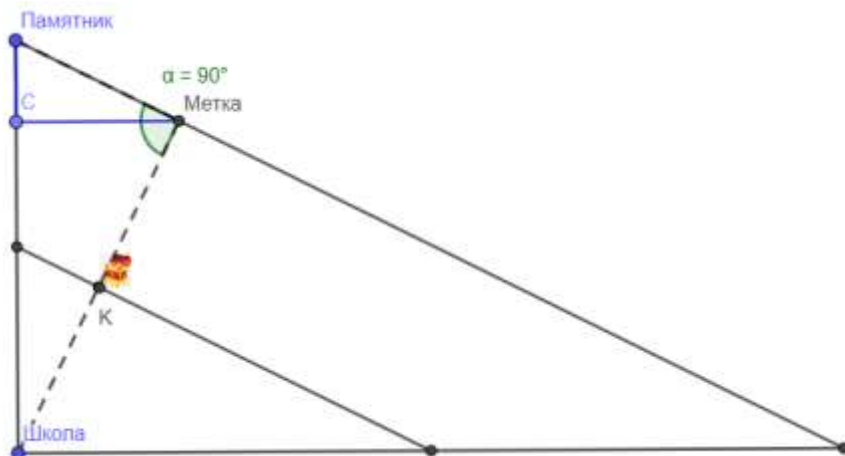






Рис. 3 Компьютерная подсказка к решению задачи «Тайна школьного двора»

Задача 3. «Сказочное путешествие в музей Богородской игрушки» (56.496920, 38.187197). Клад я прятал на территории музея Богородской Игрушки в рабочий поселок Богородское. Сначала я встал у Жар-птицы и пошёл в сторону Алёнушки с козлёночком, повернул направо под прямым углом и, пройдя то же расстояние, поставил метку 1. Те же действия я произвёл с Бабой Ягой и Мишками, поставив метки 2 и 3 соответственно. Я встал на метку 2 и пошёл в сторону точки, равноудалённой от всех трёх меток. Дошёл до неё, повернул свой взгляд вправо под прямым углом и прошёл в 1,5 раза большее расстояние. Сходите в музей Богородской игрушки, чтобы снять GPS координаты всех действующих лиц, а затем воспользуйтесь моим ресурсом, чтобы рассчитать по ним GPS координаты клада (рис. 4). Так вам не придется повторять мой путь!

Координаты "Жар-птица"	Координаты "Баба Яга"	Координаты "Мишка"	Координаты "Алёнушка с козлёночком"
x: 40	x: 20	x: 60	x: 10
y: 4	y: 20	y: 3	y: 10
			

Введены координаты:
Жар-птица (40 ; 4)
Баба Яга и кобылка (20 ; 20)
Мишка (60;3)
Алёнушка с козлёночком (10 ; 10)

Координаты меток:
Метка 1: (15 ; 49)
Метка 2: (8 ; 20)
Метка 3: (17 ; 58)

Координаты центра описанной окружности:
x = -19.233333333333334 ; y = 51.786666666666667

Оптимальный ответ:
x = 28.446666666666665 ; y = 80.63966666666666



Рис. 4. Компьютерный помощник в решении задачи «Сказочное путешествие в музей Богородской игрушки»

Создание компьютерных помощников в решении задач о поиске клада представляло для учащихся сложную задачу, так как все они только начали осваивать GeoGebra. Обучение

проводилось ментором в ходе онлайн-встреч команды проекта с использованием GeoGebra classroom. Данный сервис запущен командой программы в 2020 году для поддержки дистанционного обучения. Он позволяет в реальном времени отслеживать работу учащихся с динамическим листом. Началось обучение с совместной работы над воссозданием ресурса, поддерживающего решение стартовой задачи – образца «Пираты Карибского моря». Затем в команде было организовано совместное обсуждение идей по созданию ресурсов для поддержки решений, составленных учащимися. Всем участникам проекта был предоставлен доступ к готовым ресурсам для проведения тестирования с последующим обсуждением способов исправления выявленных несоответствий.

Расширение наставнических связей потребовалось для решения следующих задач проекта: зависть видеоприглашений, редактирование видео, размещение видео на YouTube, создания общей карты квестов в ресурсе Google My Maps (рис. 5).

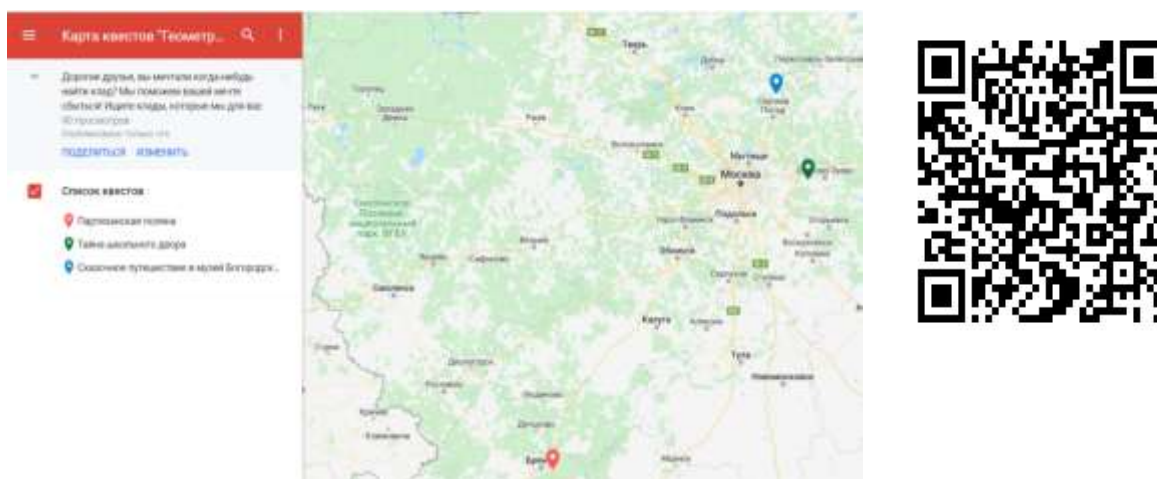


Рис. 5. Интерактивная карта квестов «Геометрический Geocaching»

Взаимообучение участников проекта осуществлялось посредством проведения коллективных и индивидуальных мастер-классов. В поиск помощников и консультантов по отдельным вопросам были вовлечены все без исключения участники проекта. В качестве консультантов выступали модераторы других сетевых проектов Сетевой проектной школы, учителя информатики, истории, музейные работники, члены сообщества GeoGebra, одноклассники, родители и друзья учащихся. В подтверждение приведем пример сети контактов в проектной деятельности, составленной одним из участников проекта (рис. 6).



Рис. 6. Карта контактов в проектной деятельности ученика из г. Брянска

Анализ карт контактов в проектной деятельности, составленных участниками проекта показал, что для получения необходимых знаний и помощи в решении проектных задач участникам сетевого проекта потребовалось установить от 5 по 9 различных контактов, наладить сотрудничество как внутри проектной команды, так и с внешними партнерами. Приобретенный ими опыт инициирования и осуществления научной и проектной коммуникации мы считаем не менее значимым, чем полученные результаты.

В знак признания образовательной значимости вовлечения учащихся в сетевые проекты с предоставлением им возможности открытой коммуникации при решении проектных задач в программе международного конкурса «Математика и проектирование», проводимого ассоциацией педагогов, работающих с одаренными детьми (Письмо..., 2022) была выделена специальная номинация «Сетевые проекты». Участникам этой номинации рекомендуется отражать в своем выступлении программные ресурсы, которые использовались для управления их проектной деятельностью, взаимодействия территориально распределенной команды, установления внешних контактов и коммуникации с партнерами. Важным критерием оценки таких проектов является наличие тех результатов, которые достигнуты за счет коллаборации участников проектной группы, а также за счет установления внешних контактов. В приведенном примере сетевого проекта такими результатами являются следующие: создание карты квестов (результат внутригруппового взаимодействия) и внедрение созданных игр в практику работы образовательной организации или учреждений культуры (результат, который мог быть достигнут только за счет установления внешних контактов).

Обсуждение и заключение

В условиях действующей нормативной базы — положений о конкурсах исследовательских и проектных работ учащихся, которые ограничивают число участников проекта или допускают к участию только работы, выполненные индивидуально; положений о проектной и учебно-исследовательской деятельности школьников, которые предусматривают возможность лишь подготовки индивидуальных работ, — сетевые проекты и их участники остаются вне закона. Участие в таких проектах школьников и учителей не приветствуется администрацией и не поощряется. Мы решили эту проблему за счет организации такой проектной деятельности, в которой участники получают как индивидуальные результаты, достаточные для представления их на конкурсах различного уровня или в ходе аттестации ученика, так и общий результат. Однако считаем, что это временная и вынужденная мера.

Мы готовим учащихся к осуществлению проектной и исследовательской деятельности в современных условиях, которые определяют необходимость сетевой коммуникации и коллаборации, требуют умения самостоятельного поиска лиц, имеющих сходные интересы, самостоятельного установления и поддержания научных контактов, владения этикой и техникой удаленного общения. Формирование этих умений, по нашему мнению, должно начинаться в системе общего образования. Для этого школе достаточно лишь «открыть двери» сетевым проектам и сетевому наставничеству.

Список литературы

- Ефимов А.А. Геокешинг как инструмент поиска музеев // Меморативные ландшафты малых городов России и Польши: сборник научных трудов Изд-во: УрФУ, 2022. С. 239-243.
- Иванов С.Г., Рыжик В.И. Исследовательские и проектные задания по планиметрии с использованием среды «Живая математика». М.: Просвещение, 2016.
- Корнелюк Н.В. Физика и физические законы для организации образовательного Геокешинга // Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании. 2019. Вып. 3(60). С. 118-123.

- Международный конкурс «Математика и проектирование». URL: <https://www.aprod-rf.com/mip> (дата обращения 24.08.2022)
- Письмо Минпросвещения России от 23.01.2020 № МР-42/02 "О направлении целевой модели наставничества и методических рекомендаций" (вместе с "Методическими рекомендациями по внедрению методологии (целевой модели) наставничества обучающихся для организаций, осуществляющих образовательную деятельность по общеобразовательным, дополнительным общеобразовательным и программам среднего профессионального образования, в том числе с применением лучших практик обмена опытом между обучающимися"). URL: https://rulaws.ru/acts/Pismo-Minprosvescheniya-Rossii-ot-23.01.2020-N-MR-42_02/ (дата обращения 24.08.2022)
- Распоряжение Министерства Просвещения РФ от 25 декабря 2019 г. № Р-145 "Об утверждении методологии (целевой модели) наставничества обучающихся для организаций, осуществляющих образовательную деятельность по общеобразовательным, дополнительным общеобразовательным и программам среднего профессионального образования, в том числе с применением лучших практик обмена опытом между обучающимися". URL: <http://docs.cntd.ru/document/564232795> (дата обращения 24.08.2022)
- Сергеева Т.Ф., Мамий Д.К., Пронина Н.А. Сетевая проектная школа как модель организации проектной и исследовательской деятельности с математически одаренными учащимися // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2021. № 4 (24). С. 60–65. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-4-60-67
- Шабанова М.В., Патронова Н.Н. Сетевая форма наставничества в исследовательской деятельности: анализ востребованности // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2021. № 3 (23). С. 59–67. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-3-59-67
- Шелина А., Недосвитий Н.В. Геокашинг как инновационный подход к реализации приключенческого отдыха // Молодежный туризм в России: ресурсы, тенденции, перспективы: материалы 5-й студенческой научно-практической конференции с международным участием. Санкт-Петербург, 2020. С. 397-399.
- Geocaching. [сайт]. URL: <https://www.geocaching.com/play> (дата обращения 24.08.2022)

"GEOMETRIC GEOCACHING": THE EXPERIENCE OF NETWORK MENTORING

Shabanova M. V. Dr. Sci. (Pedagogy), Professor shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru Moscow, Arkhangelsk	Moscow Center for Education Quality, Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov
Patronova N. N. PhD, (Pedagogy), Associate Professor n.patronova@narfu.ru city of Arkhangelsk	Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov
Bezumova O. L. PhD, (Pedagogy), Associate Professor o.bezumova@narfu.ru Arkhangelsk	Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov

Abstract. The design and research activities of schoolchildren today are included in the list of mandatory activities, the requirements for the conditions of organization and the results of which are determined by the requirements of the Federal State Educational Standard at all levels of general education. According to established traditions, most often project and research work is of an individual nature, and school subject teachers

act as mentors of students. The article presents the experience of network organization of project and research activities of schoolchildren and network mentoring. The authors of the article were moderators of the network project "Geometric Geocaching", which assumed the independent formulation of geometric problems about finding a treasure tied to the attractions of the region where students live, as well as the creation of a number of electronic resources to support solving problems on the ground using resources: GeoGebra, Google Maps and Google Forms. Network mentoring of project participants was provided by means of a Network Project School.

Keywords: the level of basic general education, mathematics, mathematical literacy, mathematical preparation, contextual tasks.

References

- Efimov, A. A. (2022). Geocaching as a tool for finding museums. Memorative landscapes of small towns of Russia and Poland: collection of scientific tr. *Publishing house: UrFU*, 239-243. (In Russ., abstract in Eng.).
- Geocaching: URL:<https://www.geocaching.com/play> (Accessed: 24.08.2022)
- International Competition Mathematics and Design 2022: URL: <https://www.aprod-rf.com/mip> (Accessed: 24.08.2022)
- Ivanov, S. G., Ryzhik, V. I. (2016). *Research and project tasks on planimetry using the environment "Living Mathematics"*. Moscow: Enlightenment. (In Russ.).
- Kornelyuk, N. V. (2019). Physics and physical laws for the organization of educational Geocaching. *Information and communication technologies in pedagogical education*, 3 (60), 118-123. (In Russ., abstract in Eng.).
- Order of the Ministry of Education of the Russian Federation "On approval of the methodology (target model) of mentoring students for organizations engaged in educational activities in general education, additional general education and secondary vocational education programs, including the use of best practices for the exchange of experience between students" (No. Z-145, dated 12/29/2019) URL: <http://docs.cntd.ru/document/564232795> (Accessed: 08.24.2022)
- Order of the Ministry of Education of the Russian Federation dated 23.01.2020 N MR-42/02 "On the direction of the target model of mentoring and methodological recommendations" (together with "Methodological recommendations for the implementation of the methodology (target model) of mentoring students for organizations engaged in educational activities in general education, additional general education and secondary vocational education programs, including using best practices exchange of experience between students") URL: https://rulaws.ru/acts/Pismo-Minprosvescheniya-Rossii-ot-23.01.2020-N-MR-42_02/ (Accessed: 08.24.2022)
- Sergeeva, T. F., Mamiy, D. K., Pronina, N. A. (2021). Network project school as a model for organizing project and research activities with mathematically gifted students. *Continuum. Mathematics. Computer science. Education*, 4 (24), 60-65. (In Russ., abstract in Eng.).
- Shabanova, M. V., Patronova, N. N. (2021). The network form of mentoring in research activities: analysis of demand. *Continuum. Mathematics. Computer science. Education*, 3 (23), 59-67. DOI: 10.24888/2500-1957-2021-3-59-67 (In Russ., abstract in Eng.).
- Shelina, A., Nedosvitiy, N. V. (2020). Geokashing kak innovacionnyj podhod k realizacii prikluychencheskogo otdyha [Geocaching as an innovative approach to the implementation of adventure recreation]. *Molodezhnyj turizm v Rossii: resursy, tendencii, perspektivy: materialy 5-j studencheskoj nauchno-prakticheskoy konferencii s mezhdunarodnym uchastiem* (pp. 397-399). St. Petersburg. (In Russ., abstract in Eng.).

ПЕРСОНАЛИИ

DOI: 10.24888/2500-1957-2022-3-93-102

УДК
378.12

НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ КОНСТАНТИНА АНДРЕЕВИЧА РУПАСОВА (К 115-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

Мельников Роман Анатольевичк.п.н., доцент
roman_elets_08@mail.ru
г. ЕлецЕлецкий государственный университет
им. И. А. Бунина**Пучков Николай Петрович**д.п.н., профессор
puchkov_matematika@mail.ru
г. ТамбовТамбовский государственный технический
университет**Саввина Ольга Алексеевна**д.п.н., профессор
oas5@mail.ru
г. ЕлецЕлецкий государственный университет
им. И. А. Бунина

Аннотация. Летом 2022 года исполнилось 115 лет со дня рождения отечественного математика-педагога, кандидата педагогических наук, доцента, участника Великой Отечественной войны Константина Андреевича Рупасова (1907-1976). Он является автором и соавтором нескольких учебных пособий, которые не потеряли своей актуальности и могут быть интересны современному поколению учителей, студентам физико-математических факультетов, а также ряда статей по методике обучения математике и исследований историко-биографического характера. В статье приводятся малоизвестные факты из биографии учёного, реконструируются его педагогические взгляды, даётся описание и анализ его научно-педагогического наследия. Показан непростой, достаточно тернистый творческий путь выходца из Российской глубинки от учителя сельской школы до руководителя высшего учебного заведения страны. Выявлено, что на становление К.А. Рупасова как педагога и ученого большое влияние оказал представитель дореволюционной отечественной методико-математической школы К.Н. Рашевский. В научно-методическом творчестве К.А. Рупасова выделены несколько этапов: от изучения частных вопросов преподавания математики до исследований историко-педагогического характера и теории преподавания математических понятий.

Ключевые слова: Рупасов К.А., математик, Раненбург (Чаплыгин), директор, Елец, ректор, Тамбов, заведующий кафедрой, учебное пособие.

Константин Андреевич Рупасов родился 19 июля 1907 года в маленькой деревушке Сухорек Малмыжского уезда Вятской губернии (ныне Кировской области). Интересным является тот факт, что большинство жителей этого населенного пункта носили фамилию «Рупасовы», но именно герою нашего повествования довелось сделать её известной в педагогическом сообществе страны. О семье и детских годах будущего учёного имеются скудные

сведения. Его родители были крестьянами. Среднее образование он получил в Малмыжском педагогическом техникуме¹, который окончил в 1925 году, и с этого момента началась его педагогическая деятельность в различных учебных заведениях страны.

В период с 1925 по 1929 гг. Константин Андреевич работал учителем математики Кильмезской школы второй ступени (Кировской области).

В сентябре 1929 года он стал студентом Кировского педагогического института, но по неизвестной нам причине прервал свое обучение в марте 1930 года, устроившись на работу учителем математики в Сергиевскую сельскохозяйственную школу, которая находилась в Московской области. Его переезд в Подмоскowie связан с нехваткой учителей в больших городах и их окрестностях, как следствие массового переселения населения из сёл в период коллективизации.

С сентября 1931 года Константин Андреевич стал преподавать математику в Алешковском сельскохозяйственном техникуме Воронежской области (рис. 1). В этом учебном заведении он проработал до сентября 1934 года.



Рис. 1. Здание Алешковского сельскохозяйственного техникума

В 1932 году Константин Андреевич поступил на физико-математический факультет Тамбовского заочного педагогического института², а в сентябре 1934 года на основании постановления Совнаркома РСФСР о 2% отборе в стационарные педвузы наиболее успевающих обучающихся его перевели с заочного обучения на 3 курс Воронежского стационарного педагогического института³. В 1936 году он успешно завершил обучение и был назначен преподавателем математики в Раненбургское педагогическое училище⁴ (Рязанская область).

¹ Открыт в 1921 году под названием «Русский педагогический техникум» (так как в городе уже существовал «Национальный педагогический техникум», в котором готовились учительские кадры для татарских, удмуртских и марийских школ). Это учебное заведение среднего звена было создано на базе 2-й и 3-й советской школы II ступени (бывших ранее мужской гимназией и высшим начальным училищем соответственно). В нем имелось только одно отделение — школьное. Срок обучения составлял четыре года, занятия велись только в одну смену. Первым заведующим был Евдоким Гаврилович Прокуров.

² В 1930 году постановлением Наркомроса РСФСР в Тамбове восстановлен институт, как агропедагогический, призванный готовить кадры учителей для школ колхозной молодежи.

³ В 1931-1932 учебном году этот вуз именовался как Воронежский аграрно-педагогический институт и имел пять отделений: литературно-лингвистическое, историко-экономическое, физико-техническое, естественное и украинское. В 1934 году на его базе был открыт двухгодичный учительский институт, который просуществовал до 1952 года.

⁴ В 1905 г. в Раненбурге была открыта женская прогимназия, в 1909 г. преобразованная в гимназию (рис. 2). С осени 1918 года на базе этого учебного заведения и уездного духовного училища был открыт Раненбургский учительский институт.



Рис. 2 Здание женской гимназии г. Раненбург

В 1938 г. в журнале «Математика в школе» появилась небольшая заметка методического характера «К вопросу о решении тригонометрических уравнений» – первая научная статья К.А. Рупасова. В её вступительной части автор писал: «При решении тригонометрических уравнений учащиеся должны хорошо знать формулы гониометрии и уметь их применять к решению данного тригонометрического уравнения. Важно показать учащимся, что в некоторых случаях уравнение допускает несколько способов решения, что умение решать тригонометрические уравнения обусловлено знанием формул гониометрии и прочими навыками в области тождественных преобразований. С этой целью полезно взять какое-либо уравнение и дать его решение различными способами, увязывая этот вопрос с проработкой соответствующих гониометрических преобразований» (Рупасов, 1938). Далее он демонстрирует решение довольно простого тригонометрического уравнения $\sin x + \cos x = 1$, но делает это девятью разными способами, используя: метод возведения в квадрат обеих частей уравнения; выражение с помощью основного тригонометрического тождества косинус через синус и решение иррационального уравнения; переход к половинному аргументу; метод введения вспомогательного аргумента; метод универсальной подстановки и другие. В следующем 1939 году на страницах того же журнала вышла в свет его статья «О дополнениях логарифмов» (Рупасов, 1939). В ней автор демонстрирует свой алгоритм вычисления сложного выражения с помо-

Первым его директором стал молодой педагог, уроженец Раненбурга, в будущем профессор, доктор психологических наук и Заслуженный деятель науки РСФСР Николай Дмитриевич Левитов (1890-1972). Вскоре пединститут был переименован в Институт народного образования, а затем в педагогический техникум (1922), заведующим которого стал выпускник физико-математического факультета Московского университета, профессор Михаил Иванович Тверитинов (1887-1932). В 1937 г. году повсеместно все педагогические техникумы были переименованы в педагогические училища – средние специальные учебные заведения, предназначенные для подготовки учителей начальных классов, рисования, физической культуры, а также воспитателей детских садов и пионерских вожатых. В 1948 году город Раненбург был переименован в Чаплыгин в честь Сергея Алексеевича Чаплыгина (1869-1942) – советского математика и механика, академика АН СССР, Героя Социалистического Труда, заслуженного деятеля науки РСФСР, одного из основоположников современной аэромеханики и аэродинамики, чьи разработки в производстве оружия внесли значимый вклад в победу над фашистской Германией в годы Великой Отечественной войны. В том же 1948 г. Раненбургское педучилище переименовали в Чаплыгинское педагогическое училище, а летом 1949 г. оно было преобразовано в Чаплыгинский учительский институт.

щью логарифмов, при этом он выделяет четыре этапа: выяснение необходимости замены вычитания сложением; определение дополнения логарифма; нахождение логарифма и вычисления с применением кологарифмов. Таким образом, можно констатировать, что в предвоенные годы Константин Андреевич Рупасов занимался частно-методическими аспектами решения задач элементарной математики, но, к сожалению, его научные изыскания были прерваны войной 1941-1945 гг.

В Раненбургском педучилище К.А. Рупасов работал до 14 августа 1941 года, т.е. до момента, когда его мобилизовали на службу в Советской Армии. Служил он в 3-ем отделении контрразведки при НКВД в составе шестой армии юго-западного фронта. Дослужился до звания капитана госбезопасности, был старшим оперуполномоченным особого отдела армии. В августе 1943 года получил контузию. За годы войны отмечен тремя личными благодарностями, подписанными И.В. Сталиным: за участие в освобождении Одессы, за форсирование реки Одер и за участие в овладении городом-крепостью Бреславль (Бреслау). Награждён Орденом Отечественной войны II степени, Орденом Красной Звезды, а также медалью «За победу над Германией в Великой Отечественной войне 1941–1945 гг.».

В ноябре 1945 года, после демобилизации К.А. Рупасова назначили директором Раненбургского (Чаплыгинского) педучилища. В июле 1949 г. он возглавил Чаплыгинский учительский институт. Всё это время он работал бок о бок с Константином Николаевичем Рашевским (1874-1956) – известным отечественным математиком-педагогом, автором школьных учебников по арифметике, элементарной алгебре, геометрии и тригонометрии, впоследствии профессором, удостоившимся звания «Заслуженный учитель РСФСР» (1947). К.Н. Рашевский – продолжатель дореволюционных традиций в отечественной методической школе, преподавал математику в Раненбурге (Чаплыгине) в течение 37 лет с 1919 по 1956 г., до глубокой старости. Общение с таким маститым учёным-методистом в области математического образования, несомненно, оказало влияние на дальнейшую судьбу К.А. Рупасова. По настоянию К.Н. Рашевского он принял решение поступить в заочную аспирантуру Научно-исследовательского института школ Наркомпроса РСФСР. Научным руководителем Константина Андреевича стал старший научный сотрудник Института методов обучения АПН РСФСР, кандидат педагогических наук Исидор Аронович Гибш⁵ (1883-1963). Тема кандидатской диссертации – «Методические идеи К.Ф. Лебединцева и их значение для советской школы» (Рупасов, 1952). За время обучения в аспирантуре К.А. Рупасов успешно сдал установленный для аспирантов кандидатский минимум и в 1952 г. защитил своё диссертационное исследование.



*Рис. 3. К.А. Рупасов
в годы ВОВ*

⁵ Гибш И. А. – советский педагог-математик и методист, специалист по методике преподавания алгебры в школе и элементарной математики в вузах. Окончил Новороссийский университет (1909). Работал преподавателем математики коммерческого училища в Одессе (1909-1920), на рабфаке Одесского политехнического института и в Одесском институте народного образования (1920-1928). Был сотрудником редакции журнала «Вестник опытной физики и элементарной математики», а также издательства «Матезис». Далее работал в Индустриально-педагогическом институте им. К. Либкнехта (1929-1932) и МГПИ им. В.И. Ленина (1930-1941; 1944-1948), в Наркомпросе РСФСР (с 1934), в Рязанском педагогическом институте (1943-1944), в ИМО АПН (1948-1963). Автор пособия «Алгебра» (1960), удостоенного первой премии АПН СССР.

В первой главе диссертации он описал жизнь, научно педагогическую деятельность и формирование дидактических и методических взглядов К.Ф. Лебединцева (1878-1925). В частности, осветил следующие вопросы: Киевский центр методико-математической работы; гимназические и университетские годы; начало педагогической деятельности К.Ф. Лебединцева в средних учебных заведениях города Киева; К.Ф. Лебединцев – преподаватель московской «новой» гимназии Е.А. Кирпичниковой; деятельность К.Ф. Лебединцева в Московском математическом кружке; Всероссийские съезды преподавателей математики и участие в них К.Ф. Лебединцева; работа К.Ф. Лебединцева по составлению «игнатъевского проекта»; деятельность К.Ф. Лебединцева в первые годы советской власти и в последние годы жизни. Вторая и третья главы его труда посвящены описанию дидактических и методических взглядов К.Ф. Лебединцева и описанию написанным им учебников и задачников по алгебре.

Таким образом, К.А. Рупасову удалось в одной работе соединить историко-биографические сведения о персоне с описанием его педагогического наследия. Он смог воссоздать биографию (до этого момента малоизвестную) одного из видных отечественных педагогов-математиков, что явилось новаторским подходом в написании кандидатской диссертации, а также обогатить методическую науку его идеями, касающимися вопросов преподавания математики в школе.

Вскоре после защиты кандидатской диссертации, в 1953 г. К.А. Рупасову присвоено учёное звание доцента.

В 1954 г. в СССР произошло административно-территориальное переустройство, т.е. были выделены новые области. В частности, из земель, ранее входивших в состав Воронежской, Курской, Орловской и Рязанской областей была образована Липецкая область. В Рязанской области в состав нового образования вошли Чаплыгинский и Данковский районы, Орловская область лишилась Ельца – второго по значению и численности населения города, а от Тамбовской области забрали небольшой на тот момент город Липецк. Перед высшим руководством Советского Союза стояла дилемма – какой из городов сделать областным центром: старинный Елец (известен с 1146 г.) или «молодой» Липецк (вырос из селения, построенного вокруг металлургических заводов на берегах реки Воронеж, заложенных в 1702 г. по инициативе Петра I)?

Из Москвы была направлена комиссия, которой предстояло решить эту проблему. Её вердикт был следующим: «... лучше построить новый город (т.е. Липецк), чем перестраивать старый (т.е. Елец)». Но к этому моменту на территории Липецкой области действовало три учительских института, готовивших педагогические кадры: Липецкий, Елецкий и Чаплыгинский. Как отмечает В.П. Золотарёв: «В июне 1954 г. реорганизуются учительские институты, расположенные на территории только что созданной области. В областном центре было решено открыть Государственный педагогический институт на базе трёх учительских – Елецкого (директор Т.И. Поподько), Липецкого (Б.Л. Панфёров) и Чаплыгинского (К.А. Рупасов)» (Золотарёв, С. 118). То есть, министерство просвещения РСФСР приняло решение о переводе части студентов, обучавшихся в Ельце и Чаплыгине, в Липецкий институт, а также об усилении кадров областного вуза. На должность директора ЛГПИ был переведён Трофим Ильич Поподько (1897-1985), который в то время возглавлял ЕГПИ (с 1944 по 1954 гг.) и заведовал в этом вузе кафедрой математики.

Таким образом, можно констатировать, что Елецкий институт был «частично обескровлен», но при этом он был на хорошем счету у Министерства просвещения РСФСР. Чаплыгинскому же институту была уготована иная участь – он подлежал реорганизации, которая завершилась его упразднением в 1955 году.

Оказавшийся в таких непростых условиях К.А. Рупасов был вынужден принять мучительное для него решение о переводе его на должность ректора Елецкого государственного педагогического института. Этот ответственный пост, освободившийся после отъезда Т.И. Поподько в Липецк, он совмещал с заведованием кафедрой математики в ЕГПИ. К сожалению, период пребывания учёного в Ельце оказался весьма коротким, уже в 1955 г. он

перебрался в Тамбов, который был ему хорошо знаком как бывшему студенту-заочнику местного пединститута.

В ЕГПИ, будучи ректором, занимался административной работой, но при этом студентам физико-математического факультета читал курс лекций по методике преподавания математики.

В 1954 году в журнале «Математика в школе» вышли две статьи К.А. Рупасова. Первая из них – «Константин Феофанович Лебединцев» приурочена к 75-летию со дня рождения учёного, изучение жизни и педагогического наследия которого, принесло ему учёное звание кандидата педагогических наук. Вторая же – Константин Николаевич Рашевский (К восьмидесятилетию со дня рождения и пятидесятипятилетию педагогической деятельности) была посвящена его коллеге и наставнику, влияние которого он начал испытывать ещё в довоенные годы, работая в Раненбургском педучилище.

В 1955 году на страницах того же журнала вышла ещё одна статья К.А. Рупасова «К вопросу о школьном изложении теории рациональных чисел», в которой он, исходя из исторического анализа воззрений разных математиков-методистов (К.Ф. Лебединцева, М.Г. Попруженко, Е. Кедрина, Н.А. Шапошникова, И.А. Гибша, И.В. Арнольда, С.И. Новоселова, В.М. Брадиса, Н.С. Истоминой, С.Е. Ляпина) и авторов учебных пособий (А.П. Киселева, А.Н. Шапошникова, А.В. Португалова, В.Г. Фридмана, А.Н. Колмогорова, Д.К. Фаддеева и И.С. Соминского), провёл обзор генезиса методических подходов к изучению соответствующих чисел в школьном курсе алгебры.

Оказавшись в Тамбове, Константин Андреевич устроился на работу в Тамбовский педагогический институт (рис. 5), где уже в 1956 г. получил должность заведующего кафедрой методики преподавания математики. На этом посту он работал до 1965 г., после чего переехал в Московскую область.



Рис. 4. К.А. Рупасов в годы работы в ТГПИ



Рис. 5. Здание Тамбовского пединститута в 60-е годы XX века

Исходя из воспоминаний студентов Тамбовского пединститута, можно дать следующий словесный портрет К.А. Рупасова: выделялся скрытностью общения, своей внешностью (бритого наголо человека) производил тягостное впечатление. Насмотревшись вышедшего в то время на экраны франко-итальянского фильма «Фантомас», сообразительные студенты сразу же окрестили этим именем К.А. Рупасова за его внешность и умение неожиданно и не-

заметно появляться в учебных аудиториях. Видимо, его работа в органах НКВД в суровые годы Великой Отечественной войны сформировала соответствующую внешность и поведение. В то же время никто и никогда не «пугал» студентов К.А. Рупасовым, его строгостью, мотивируя тем, что за суровым взглядом скрывается добрая душа. Для первокурсников он обычно читал вводный курс «Математика вокруг нас», руководил также проведением олимпиад для студентов.



Рис. 6. Обложка книги
К.А. Рупасова

Стоит особо отметить, что именно на тамбовский период жизни К.А. Рупасова приходится пик его публикационной активности. Эпистолярное наследие Константина Андреевича, по современным меркам, невелико, хотя в те годы преподавателей, работавших в провинциальных вузах и имевших публикации в центральных издательствах, было не так уж много.

Его методические работы отличались своеобразной оригинальностью, так как в них постоянно просматривалось, как сейчас говорят, «инновационная основа» - многоплановый подход к решению математических задач. Он постоянно рекомендовал преподавателям дополнительно поощрять студентов, предлагавших несколько вариантов решения. Так, в частности, он заметил талант студента Ю.И. Петунина (1937-2011), ставшего впоследствии известным советским математиком.

В 1958 г. в издательстве Учпедгиз вышло небольшое пособие для учителей «Определения в школьном курсе математики» (рис. 6), выпущенное под редакцией профессора П.К. Рашевского. В ней автор предпринял попытку осветить вопрос об определениях математических понятий применительно к потребностям школьной практики.

В 1959 г. в Тамбове вышла в свет брошюра «Математика на школьной сцене», в которой Константин Андреевич предложил подборку сценариев для математических вечеров, рекомендуемых для проведения учителем в рамках внеклассной работы по математике. Составитель стремился весь материал своей книжки подчинить учебно-воспитательным целям: возбуждать у учащихся интерес к математическим знаниям, к творческому мышлению, способствовать увлечению математикой и совершенствованию своих математических знаний.

В том же 1959 г. в издательстве ТГПИ была напечатана книга «Определения математических понятий в курсе средней школы», представлявшая собой переработанную версию пособия «Определения в школьном курсе математики». Её авторами значились К.А. Рупасов и В.В. Никитин⁶ и по объёму она примерно в два раза превосходила предыдущую версию.

В 1963 г. были опубликованы сразу три книги, автором и соавтором которых являлся К.А. Рупасов: «Сборник геометрических задач по готовым чертежам. Для 6-8 классов» (соавтор М.С. Тульчинский), «100 логических задач» (рис. 7) и «Определение математических понятий в курсе средней школы» (соавтор В.В. Никитин).

В предисловии к пособию для учителей «100 логических задач» автор написал: «Настоящая книжка представляет



Рис. 7. Обложка книги
К.А. Рупасова

⁶ Виктор Владимирович Никитин (1914-??) – участник ВОВ, кандидат наук, доцент, в 60-е гг. заместитель декана физико-математического факультета Тамбовского государственного педагогического института, автор учебного пособия для учителей «Сборник логических упражнений» (Просвещение, 1970).

собой собрание задач, называемых логическими. <...> Логические задачи представляют интерес для школьников и взрослых. Они активизируют деятельность учащихся, способствуют развитию логического (а, следовательно, и математического) мышления. В семье они могут быть использованы для организации “математического досуга”, а в школе могут быть предметом занятий в математических кружках. Задачи этого сборника для своего решения не требуют от читателя никаких специальных знаний из области математики» (Рупасов, 1963). Приведём пример одной из задач, представленных в этой книге: «№ 19. Три мудреца. Утомившись от споров и летнего зноя, три древнегреческих философа прилегли немного отдохнуть под деревом сада академии и заснули. Пока они спали, шутники испачкали углем их лбы. Проснувшись и взглянув друг на друга, все пришли в веселое настроение и начали смеяться, но это никого не тревожило, так как каждому казалось естественным, что двое других смеются друг над другом. Внезапно один из мудрецов перестал смеяться, так как сообразил, что его собственный лоб также запачкан. Как он рассуждал?» (Рупасов, 1963).

по углам \ по сторонам	a_1 нет равных сторон	a_2 только 2 противоположные стороны равны	a_3 только 2 соседние стороны равны	a_4 все стороны равны	a_5 соседние стороны попарно равны	a_6 только 2 стороны равны	a_7 все стороны равны
b_1 нет равных углов							
b_2 только 2 противоположных угла равны							
b_3 только 2 соседних угла равны							
b_4 все углы попарно равны							
b_5 соседние углы попарно равны							
b_6 только 3 угла равны							
b_7 все углы равны							

Рис. 8. Классификация четырёхугольников

Во втором издании книги «Определение математических понятий в курсе средней школы» рассматриваются логические основы учения о понятии и сущности определения понятия, характеризуются виды определений математических понятий (определение через род и видовое отличие, геометрические определения, определения посредством соглашения, определения через абстракцию и через аксиомы), излагается методика введения новых понятий в процессе школьного преподавания математики. Особо отметим, что рецензентом издания выступил В.Ф. Гузнецов – заведующий кафедрой Елецкого государственного педагогического института. Это означает, что после переезда в Тамбов Константин Андреевич не потерял связи с коллегами из Ельца и продолжал общение и плодотворное сотрудничество с ними.

Все его методические работы ориентированы именно на подготовку учителей математики, способных развивать у школьников любовь и уважение к этому непростому учебному предмету. Оригинальность методики К.А. Рупасова наглядно демонстрирует разработанная им совместно с В.В. Никитиным классификация четырёхугольников (рис. 8). Авторы предлагают несколько параметров для классификации (равенство углов и равенство сторон).

Жизненный путь К.А. Рупасова оборвался в 1976 году. Однако его научно-методические идеи не потеряли актуальности (об историзации преподавания математики, о классификации определений математических понятий и пр.). Эти идеи были основаны на глубоком анализе и обобщении богатого дореволюционного опыта преподавания математики, чему способствовало непосредственное личное общение К.А. Рупасова с предшествующим поколением педагогов-математиков, среди которых наибольшее влияние на него оказал К.Н. Рашевский.

Авторы выражают благодарность В.М. Бусеву (модератору сайта mathedu.ru) за предоставленные материалы, а также всем сотрудникам ЕГУ им. И.А. Бунина и ТГУ им. Г.Р. Державина, оказавшим помощь в сборе информации о К.А. Рупасове и надеются, что этой публикацией будет раскрыта ещё одна неизвестная страница истории ЕГПИ, посвященная самому таинственному ректору, руководившему вузом на начальном этапе обретения им нового статуса. Авторы статьи будут благодарны всем тем, кто располагает какой-либо дополнительной информацией о К.А. Рупасове и пришлёт её в наш адрес.

Список литературы

- Золотарёв В.П. Русский интеллигент Т.И. Поподько (1897-1985) // Интеллигенция и мир. 2013. № 4. С. 108-126.
- Никитин В.В., Рупасов К.А. Определения математических понятий в курсе средней школы. Пособие для учителей. Изд. 2-е. М.: Учпедгиз. 1963.
- Рупасов К.А. К вопросу о решении тригонометрических уравнений // Математика в школе. 1938. № 2. С. 66-67.
- Рупасов К.А. О дополнении логарифмов // Математика в школе, 1939. № 3. С. 61-62.
- Рупасов К.А. Константин Феофанович Лебединцев (к 75-летию со дня рождения) // Математика в школе. 1954. № 1. С. 79-83.
- Рупасов К.А. Константин Николаевич Рашевский (к 80-летию со дня рождения и пятидесятилетию педагогической деятельности) // Математика в школе. 1954. № 3. С. 77-79.
- Рупасов К.А. К вопросу о школьном изложении теории рациональных чисел // Математика в школе. 1955. № 6. С. 25-32.
- Рупасов К.А. 100 логических задач. Пособие для учителей математики. Тамбов: ТГПИ. 1963.

SCIENTIFIC AND PEDAGOGICAL HERITAGE OF KONSTANTIN ANDREEVICH RUPASOV (ON THE 115-TH ANNIVERSARY OF THE BIRTH)

Melnikov R. A. Can. Sci. (Pedagogy), associate professor roman_elets_08@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University
Puchkov N. P. Dr. Sci. (Pedagogy), professor puchkov_matematika@mail.ru Tambov	Tambov State Technical University
Savvina O. A. Dr. Sci. (Pedagogy), professor oas5@mail.ru Yelets	Bunin Yelets State University

Abstract. The summer of 2022 marks the 115th anniversary of the birth of Konstantin Andreevich Rupasov (1907-1976), a Russian mathematician-teacher, candidate of

pedagogical sciences, associate professor, participant in the Great Patriotic War. He is the author and co-author of several textbooks that have not lost their relevance and may be of interest to the modern generation of teachers, students of physics and mathematics departments, as well as a number of articles on the methodology of teaching mathematics and research of a historical and biographical nature. The article presents little-known facts from the biography of the scientist, reconstructs his pedagogical views, describes and analyzes his scientific and pedagogical heritage. The difficult, rather thorny creative path of a native of the Russian outback from a teacher in a rural school to the head of a higher educational institution in the country is shown. It was revealed that the formation of K.A. Rupasov as a teacher and scientist was greatly influenced by the representative of the pre-revolutionary domestic methodological and mathematical school K.N. Rashevsky. In the scientific and methodological work of K.A. Rupasov identified several stages: from the study of particular issues of teaching mathematics to research of a historical and pedagogical nature and the theory of teaching mathematical concepts.

Keywords: Rupasov K.A., mathematician, Ranenburg (Chaplygin), director, Yelets, rector, Tambov, head of the department, textbook.

References

- Nikitin, V. V., Rupasov, K. A. (1963). *Opredeleeniya matematicheskikh ponyatij v kurse srednej shkoly. Posobie dlya uchitelej*. Moscow: Uchpedgiz. (In Russ.).
- Rupasov, K. A. (1938). K voprosu o reshenii trigonometricheskikh uravnenij. *Matematika v shkole*, 2, 66-67 (In Russ.).
- Rupasov, K. A. (1939). O dopolnenii logarifmov. *Matematika v shkole*, 3, 61-62 (In Russ.).
- Rupasov, K. A. (1954). Konstantin Feofanovich Lebedincev (k 75-letiyu so dnya rozhdeniya), *Matematika v shkole*, 1, 79-83 (In Russ.).
- Rupasov, K. A. (1954). Konstantin Nikolaevich Rashevskij (k 80-letiyu so dnya rozhdeniya i pyatidesyatiletiju pedagogicheskoj deyatel'nosti), *Matematika v shkole*, 3, 77-79 (In Russ.).
- Rupasov, K. A. (1955). K voprosu o shkol'nom izlozhenii teorii racional'nyh chisel, *Matematika v shkole*, 6, 25-32. (In Russ.).
- Rupasov, K. A. (1963). *100 logicheskikh zadach. Posobie dlya uchitelej matematiki*. Tambov: TSPI.
- Zolotarev, V. P. (2013). Russkij intelligent T.I. Popod'ko (1897-1985). *Intelligenciya i mir*, 4, 108-126 (In Russ.).

Научный журнал
CONTINUUM
МАТЕМАТИКА. ИНФОРМАТИКА.
ОБРАЗОВАНИЕ

Выпуск №3(27) / 2022

Редактор – Н.П. Безногих
Компьютерная верстка – В.В. Лаухин
Техническое исполнение – В.М. Гришин

Подписано в печать 21.09.2022
Дата выхода в свет 22.09.2022

Бумага формат А-4 (51,5 п.л.).
Гарнитура Times. Печать трафаретная
Тираж 1000 экз. Заказ № 62
Свободная цена

Адрес редакции:
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28
E-mail: secretary@continuum-journal.ru
Сайт редколлегии: <https://continuum-journal.ru>

Подписной индекс журнала №**64987** в объединенном каталоге
«Пресса России»

Отпечатано с готового оригинал-макета
на участке оперативной полиграфии
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, 1

ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, Липецкая область, г. Елец, Коммунаров, 28, 1